

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ
TÉMA 3: PRŮBĚH FUNKCE

SKUPINA: A

VERONIKA HORSKÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

Příklad 3.1. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(v) = -(2v - 3)^2$. Postupně stanovte

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(v)$, | \mathbb{R} |
| (b) paritu funkce $f(v)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(v)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(v)$ + | BN: nemá; NB: $v = \frac{3}{2}$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\ominus \frac{3}{2} \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(v)$ + | LE: $v = \frac{3}{2}$ |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(v)$ rostoucí, | $\oplus \frac{3}{2} \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(v)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(v)$ + | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(v)$ konvexní, | $-\infty \ominus \infty$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(v)$ konkávní, | |
| 4. Asymptoty funkce $f(v)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | nemá |
| (b) asymptoty se směrnicí, | nemá |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(v)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $(-\infty; 0)$ |

Obrázek 1: Graf funkce $f(v) = -(2v - 3)^2$

Příklad 3.2. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(r) = -r^3 - 1$. Postupně stanovte

- | | |
|--|--------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(r)$, | \mathbb{R} |
| (b) paritu funkce $f(r)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(r)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(r)$ + | BN: nemá; NB: $r = -1$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\oplus - 1 \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(r)$ + | nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ rostoucí, | $-\infty \ominus \infty$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(r)$ + | $r = 0$ |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ konvexní, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(r)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | nemá |
| (b) asymptoty se směrnicí, | nemá |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(r)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | \mathbb{R} |

Obrázek 2: Graf funkce $f(r) = -r^3 - 1$

Příklad 3.3. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(h) = -\frac{1}{3h^3} + 9$. Postupně stanovte

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(h)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (b) paritu funkce $f(h)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(h)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(h)$ + | BN: $h = 0$; NB: $h = \frac{1}{3}$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\oplus 0 \ominus \frac{1}{3} \oplus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(h)$ + | LE: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(h)$ rostoucí, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(h)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(h)$ + | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(h)$ konvexní, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(h)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(h)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | $h = 0$ |
| (b) asymptoty se směrnicí, | $y = 9$ |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(h)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{9\}$ |

Obrázek 3: Graf funkce $f(h) = -\frac{1}{3h^3} + 9$

Příklad 3.4. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(p) = -\frac{5}{p+2}$. Postupně stanovte

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(p)$, | $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ |
| (b) paritu funkce $f(p)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(p)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(p)$ + | BN: $p = -2$, NB: nemá |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\oplus - 2 \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(p)$ + | LE: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(p)$ rostoucí, | $\oplus - 2 \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(p)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(p)$ + | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(p)$ konvexní, | $\oplus - 2 \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(p)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(p)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | $p = -2$ |
| (b) asymptoty se směrnicí, | $y = 0$ |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(p)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |

Obrázek 4: Graf funkce $f(p) = -\frac{5}{p+2}$

Příklad 3.5. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(a) = \frac{(a+1)^2}{2a}$. Postupně stanovte

1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(a)$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
 (b) paritu funkce $f(a)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), ani sudá, ani lichá
 (c) periodicitu funkce $f(a)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), neperiodická
 (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(a)$ + BN: $a = 0$; NB: $a = -1$
 i. intervaly, na kterých je funkce kladná, $\ominus - 1 \ominus 0 \oplus$
 ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, $\ominus - 1 \ominus 0 \oplus$
2. lokální extrémů funkce $f(a)$ + LE: $a = \pm 1$
 (a) intervaly, na kterých je funkce $f(a)$ rostoucí, $\oplus - 1 \ominus 0 \ominus 1 \oplus$
 (b) intervaly, na kterých je funkce $f(a)$ klesající, $\oplus - 1 \ominus 0 \ominus 1 \oplus$
3. inflexní body funkce $f(a)$ + IB: nemá
 (a) intervaly, na kterých je funkce $f(a)$ konvexní, $\ominus 0 \oplus$
 (b) intervaly, na kterých je funkce $f(a)$ konkávní, $\ominus 0 \oplus$
4. Asymptoty funkce $f(a)$, konkrétně
 (a) asymptoty bez směrnice, $a = 0$
 (b) asymptoty se směrnicí, $y = \frac{1}{2}a + 1$
5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body),
 (b) vykreslete graf funkce $f(a)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. $(-\infty; 0) \cup \langle 2; \infty)$

Obrázek 5: Graf funkce $f(a) = \frac{(a+1)^2}{2a}$

Příklad 3.6. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(l) = -\frac{(2l-1)^2}{l^2}$. Postupně stanovte

- | | |
|--|---|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(l)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (b) paritu funkce $f(l)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(l)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(l)$ + | BN: $l = 0$; NB: $l = \frac{1}{2}$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\ominus 0 \ominus \frac{1}{2} \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(l)$ + | LE: $l = \frac{1}{2}$ |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(l)$ rostoucí, | $\ominus 0 \oplus \frac{1}{2} \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(l)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(l)$ + | IB: $l = \frac{3}{4}$ |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(l)$ konvexní, | $\ominus 0 \ominus \frac{3}{4} \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(l)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(l)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | $l = 0$ |
| (b) asymptoty se směrnicí, | $y = -4$ |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(l)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $(-\infty; 0)$ |

Obrázek 6: Graf funkce $f(l) = -\frac{(2l-1)^2}{l^2}$