

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ  
TÉMA 3: PRŮBĚH FUNKCE

SKUPINA: B

VERONIKA HORSKÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022**Příklad 3.1. Vyšetření průběhu funkce**Vyšetřete průběh funkce  $f(u) = -u^2 + \frac{9}{4}$ . Postupně stanovte

- |  |   |
|--|---|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(u)$ ,                                       | $\mathbb{R}$                                      |
| (b) paritu funkce $f(u)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá),                      | sudá  |
| (c) periodicitu funkce $f(u)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)),             | neperiodická                                      |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(u)$ +                                | BN: nemá; NB: $u = \pm \frac{3}{2}$               |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná,   | $\ominus \frac{-3}{2} \oplus \frac{3}{2} \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná,                                       |   |
| 2. lokální extrémů funkce $f(u)$ +   | LE: $u = 0$                                       |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(u)$ rostoucí,                               | $\oplus 0 \ominus$                                |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(u)$ klesající,                              |   |
| 3. inflexní body funkce $f(u)$ +   | IB: nemá  |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(u)$ konvexní,                               | $-\infty \ominus \infty$                          |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(u)$ konkávní,                               |   |
| 4. asymptoty funkce $f(u)$ , konkrétně   |   |
| (a) asymptoty bez směrnice,  | nemá  |
| (b) asymptoty se směrnicí,   | nemá  |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body),      |   |
| (b) vykreslete graf funkce $f(u)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$ . | $(-\infty; \frac{9}{4})$                          |

Obrázek 1: Graf funkce  $f(u) = -u^2 + \frac{9}{4}$

**Příklad 3.2. Vyšetření průběhu funkce**

Vyšetřete průběh funkce  $f(s) = s^3 + 27$ . Postupně stanovte

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(s)$ ,                                       | $\mathbb{R}$            |
| (b) paritu funkce $f(s)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá),                      | ani sudá, ani lichá     |
| (c) periodicitu funkce $f(s)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)),             | neperiodická            |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(s)$ +                                | BN: nemá; NB: $s = -3$  |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná,   | $\ominus - 3 \oplus$    |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná,                                       |                         |
| 2. lokální extrémy funkce $f(s)$ +   | LE: nemá                |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(s)$ rostoucí,                               | $-\infty \oplus \infty$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(s)$ klesající,                              |                         |
| 3. inflexní body funkce $f(s)$ +   | IB: $s = 0$             |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(s)$ konvexní,                               | $\ominus 0 \oplus$      |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(s)$ konkávní,                               |                         |
| 4. asymptoty funkce $f(s)$ , konkrétně   |                         |
| (a) asymptoty bez směrnice,  | nemá                    |
| (b) asymptoty se směrnicí,   | ASS: nemá               |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémy, inflexní body),      |                         |
| (b) vykreslete graf funkce $f(s)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$ . | $\mathbb{R}$            |

Obrázek 2: Graf funkce  $f(s) = s^3 + 27$

**Příklad 3.3. Vyšetření průběhu funkce**

Vyšetřete průběh funkce  $f(k) = -1 + \frac{4}{k^2}$ . Postupně stanovte

- |  |   |
|--|---|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(k)$ ,                                       | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$            |
| (b) paritu funkce $f(k)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá),                      | sudá                                    |
| (c) periodicitu funkce $f(k)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)),             | neperiodická                            |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(k)$ +                                | BN: $k = 0$ ; NB: $k = \pm 2$           |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná,   | $\ominus - 2 \oplus 0 \oplus 2 \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná,                                       |   |
| 2. lokální extrémů funkce $f(k)$ +   | LE: nemá                                |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(k)$ rostoucí,                               | $\oplus 0 \ominus$                      |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(k)$ klesající,                              |   |
| 3. inflexní body funkce $f(k)$ +   | IB: nemá                                |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(k)$ konvexní,                               | $\oplus 0 \oplus$                       |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(k)$ konkávní,                               |   |
| 4. asymptoty funkce $f(k)$ , konkrétně   |   |
| (a) asymptoty bez směrnice,  | $k = 0$                                 |
| (b) asymptoty se směrnicí,   | ASS: $y = -1$                           |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech, (lokální extrémů, inflexní body),     |   |
| (b) vykreslete graf funkce $f(k)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$ . | $(-1; \infty)$                          |

Obrázek 3: Graf funkce  $f(k) = -1 + \frac{4}{k^2}$

**Příklad 3.4. Vyšetření průběhu funkce**

Vyšetřete průběh funkce  $f(b) = \frac{2b}{b+3}$ . Postupně stanovte

- |  |                               |
|--|-------------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(b)$ ,                                       | $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ |
| (b) paritu funkce $f(b)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá),                      | ani sudá, ani lichá           |
| (c) periodicitu funkce $f(b)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)),             | neperiodická                  |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(b)$ +                                | BN: $b = -3$ ; NB: $b = 0$    |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná,   | $\oplus - 3 \ominus 0 \oplus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná,                                       |                               |
| 2. lokální extrémů funkce $f(b)$ +   | LE: nemá                      |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(b)$ rostoucí,                               | $\oplus - 3 \oplus$           |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(b)$ klesající,                              |                               |
| 3. inflexní body funkce $f(b)$ +   | IB: nemá                      |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(b)$ konvexní,                               | $\oplus - 3 \ominus$          |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(b)$ konkávní,                               |                               |
| 4. asymptoty funkce $f(b)$ , konkrétně   |                               |
| (a) asymptoty bez směrnice,  | $b = -3$                      |
| (b) asymptoty se směrnicí,   | $y = 2$                       |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body),      |                               |
| (b) vykreslete graf funkce $f(b)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$ . | $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  |

Obrázek 4: Graf funkce  $f(b) = \frac{2b}{b+3}$

**Příklad 3.5. Vyšetření průběhu funkce**

Vyšetřete průběh funkce  $f(m) = -\frac{10}{m^2+1} + 2$ . Postupně stanovte

1. (a) definiční obor  $D(f)$  funkce  $f(m)$ ,  $\mathbb{R}$   
 (b) paritu funkce  $f(m)$  (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), sudá  
 (c) periodicitu funkce  $f(m)$  (neperiodická / periodická (+ perioda)), neperiodická  
 (d) body nespojitosti + nulové body funkce  $f(m)$  + BN: nemá; NB:  $m = \pm 2$   
     i. intervaly, na kterých je funkce kladná,  $\oplus - 2 \ominus 2 \oplus$   
     ii. intervaly, na kterých je funkce záporná,
2. lokální extrémů funkce  $f(m)$  + LE:  $m = 0$   
 (a) intervaly, na kterých je funkce  $f(m)$  rostoucí,  $\ominus 0 \oplus$   
 (b) intervaly, na kterých je funkce  $f(m)$  klesající,
3. inflexní body funkce  $f(m)$  + IB:  $m = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (a) intervaly, na kterých je funkce  $f(m)$  konvexní,  $\ominus - \frac{\sqrt{3}}{3} \oplus \frac{\sqrt{3}}{3} \ominus$   
 (b) intervaly, na kterých je funkce  $f(m)$  konkávní,
4. asymptoty funkce  $f(m)$ , konkrétně  
 (a) asymptoty bez směrnice, nemá  
 (b) asymptoty se směrnicí,  $y = 2$
5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body),  
 (b) vykreslete graf funkce  $f(m)$  a na základě grafu stanovte obor hodnot  $H(f)$ .  $\langle -8; 2 \rangle$

Obrázek 5: Graf funkce  $f(m) = -\frac{10}{m^2+1} + 2$

**Příklad 3.6. Vyšetření průběhu funkce**

Vyšetřete průběh funkce  $f(g) = \frac{(g+3)^2}{g^2}$ . Postupně stanovte

1. (a) definiční obor  $D(f)$  funkce  $f(g)$ ,  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 (b) paritu funkce  $f(g)$  (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), ani sudá, ani lichá  
 (c) periodicitu funkce  $f(g)$  (neperiodická / periodická (+ perioda)), neperiodická  
 (d) body nespojitosti + nulové body funkce  $f(g)$  + BN:  $g = 0$ ; NB:  $g = -3$   
     i. intervaly, na kterých je funkce kladná,  $\oplus - 3 \oplus 0 \oplus$   
     ii. intervaly, na kterých je funkce záporná,  $\ominus - 3 \oplus 0 \oplus$
2. lokální extrémy funkce  $f(g)$  + LE:  $g = -3$   
 (a) intervaly, na kterých je funkce  $f(g)$  rostoucí,  $\ominus - 3 \oplus 0 \oplus$   
 (b) intervaly, na kterých je funkce  $f(g)$  klesající,  $\oplus - 3 \oplus 0 \oplus$
3. inflexní body funkce  $f(g)$  + IB:  $g = -4.5$   
 (a) intervaly, na kterých je funkce  $f(g)$  konvexní,  $\ominus - 4.5 \oplus 0 \oplus$   
 (b) intervaly, na kterých je funkce  $f(g)$  konkávní,  $\oplus - 4.5 \oplus 0 \oplus$
4. asymptoty funkce  $f(g)$ , konkrétně  
 (a) asymptoty bez směrnice,  $g = 0$   
 (b) asymptoty se směrnicí,  $y = 1$
5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémy, inflexní body),  
 (b) vykreslete graf funkce  $f(g)$  a na základě grafu stanovte obor hodnot  $H(f)$ .  $\langle 0; \infty \rangle$

Obrázek 6: Graf funkce  $f(g) = \frac{(g+3)^2}{g^2}$