

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ
TÉMA 3: PRŮBĚH FUNKCE

SKUPINA: C

VERONIKA HORSKÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022**Příklad 3.1. Vyšetření průběhu funkce**Vyšetřete průběh funkce $f(q) = q^3 - 8$. Postupně stanovte

- | | |
|--|-------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(q)$, | \mathbb{R} |
| (b) paritu funkce $f(q)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(q)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(q)$ + | BN: nemá; NB: $q = 2$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\ominus 2 \oplus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémy funkce $f(q)$ + | LE: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(q)$ rostoucí, | $-\infty \oplus \infty$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(q)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(q)$ + | IB: $q = 0$ |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(q)$ konvexní, | $\ominus 0 \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(q)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(q)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | nemá |
| (b) asymptoty se směrnicí, | nemá |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémy, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(q)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | \mathbb{R} |

Obrázek 1: Graf funkce $f(q) = q^3 - 8$

Příklad 3.2. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(w) = 2w^2 - 6w + 4$. Postupně stanovte

- | | |
|--|--|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(w)$, | \mathbb{R} |
| (b) paritu funkce $f(w)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(w)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(w) +$ | BN: nemá; NB: $w \in \{1, 2\}$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\oplus 1 \ominus 2 \oplus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(w) +$ | LE: $w = \frac{3}{2}$ |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(w)$ rostoucí, | $\ominus \frac{3}{2} \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(w)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(w) +$ | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(w)$ konvexní, | $-\infty \oplus \infty$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(w)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(w)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | nemá |
| (b) asymptoty se směrnicí, | nemá |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(w)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $\langle -\frac{1}{2}; \infty \rangle$ |

Obrázek 2: Graf funkce $f(w) = 2w^2 - 6w + 4$

Příklad 3.3. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(z) = -\frac{9}{2z}$. Postupně stanovte

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(z)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (b) paritu funkce $f(z)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(z)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(z)$ + | BN: $z = 0$; NB: nemá |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\oplus 0 \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(z)$ + | LE: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(z)$ rostoucí, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(z)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(z)$ + | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(z)$ konvexní, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(z)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(z)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | $z = 0$ |
| (b) asymptoty se směrnicí, | $y = 0$ |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(z)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |

Obrázek 3: Graf funkce $f(z) = -\frac{9}{2z}$

Příklad 3.4. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(c) = -\frac{c}{2c+4}$. Postupně stanovte

- | | |
|--|---|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(c)$, | $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ |
| (b) paritu funkce $f(c)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | ani sudá, ani lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(c)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(c)$ + | BN: $c = -2$; NB: $c = 0$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\ominus - 2 \oplus 0 \ominus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(c)$ + | LE: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(c)$ rostoucí, | $\ominus - 2 \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(c)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(c)$ + | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(c)$ konvexní, | $\ominus - 2 \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(c)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(c)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | $c = -2$ |
| (b) asymptoty se směrnicí, | $y = -\frac{1}{2}$ |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(c)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ |

Obrázek 4: Graf funkce $f(c) = -\frac{c}{2c+4}$

Příklad 3.5. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(d) = \frac{d^2-1}{3d}$. Postupně stanovte

- | | |
|--|---|
| 1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(d)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (b) paritu funkce $f(d)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), | lichá |
| (c) periodicitu funkce $f(d)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), | neperiodická |
| (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(d)$ + | BN: $d = 0$; NB: $d = \pm 1$ |
| i. intervaly, na kterých je funkce kladná, | $\ominus - 1 \oplus 0 \ominus 1 \oplus$ |
| ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, | |
| 2. lokální extrémů funkce $f(d)$ + | LE: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(d)$ rostoucí, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(d)$ klesající, | |
| 3. inflexní body funkce $f(d)$ + | IB: nemá |
| (a) intervaly, na kterých je funkce $f(d)$ konvexní, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (b) intervaly, na kterých je funkce $f(d)$ konkávní, | |
| 4. asymptoty funkce $f(d)$, konkrétně | |
| (a) asymptoty bez směrnice, | $d = 0$ |
| (b) asymptoty se směrnicí, | $y = \frac{1}{3}d$ |
| 5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body), | |
| (b) vykreslete graf funkce $f(d)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. | \mathbb{R} |

Obrázek 5: Graf funkce $f(d) = \frac{d^2-1}{3d}$

Příklad 3.6. Vyšetření průběhu funkce

Vyšetřete průběh funkce $f(r) = -\frac{1}{r^2 - 2}$. Postupně stanovte

1. (a) definiční obor $D(f)$ funkce $f(r)$, $\mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{2}\}$
 (b) paritu funkce $f(r)$ (sudá / lichá / ani sudá ani lichá), sudá
 (c) periodicitu funkce $f(r)$ (neperiodická / periodická (+ perioda)), neperiodická
 (d) body nespojitosti + nulové body funkce $f(r)$ +
 i. intervaly, na kterých je funkce kladná, BN: $r = \pm\sqrt{2}$; NB: nemá
 ii. intervaly, na kterých je funkce záporná, $\ominus - \sqrt{2} \oplus \sqrt{2} \ominus$
2. lokální extrémů funkce $f(r)$ + LE: $r = 0$
 (a) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ rostoucí, $\ominus - \sqrt{2} \ominus 0 \oplus \sqrt{2} \oplus$
 (b) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ klesající,
3. inflexní body funkce $f(r)$ + IB: nemá
 (a) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ konvexní, $\ominus - \sqrt{2} \oplus \sqrt{2} \ominus$
 (b) intervaly, na kterých je funkce $f(r)$ konkávní,
4. asymptoty funkce $f(r)$, konkrétně
 (a) asymptoty bez směrnice, $r = \pm\sqrt{2}$
 (b) asymptoty se směrnicí, $y = 0$
5. (a) funkční hodnoty ve významných bodech (lokální extrémů, inflexní body),
 (b) vykreslete graf funkce $f(r)$ a na základě grafu stanovte obor hodnot $H(f)$. $(-\infty; 0) \cup \langle \frac{1}{2}; \infty \rangle$

Obrázek 6: Graf funkce $f(r) = -\frac{1}{r^2 - 2}$