

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ  
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: A

VERONIKA HORSKÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

**Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu**

Určete první parciální derivace následujících funkcí

- |                                    |   |
|------------------------------------|---|
| 1. $rq - \ln r + \sin(q)$          | $q - \frac{1}{r}; r + \cos(q)$          |
| 2. $k^2 \cos(a)$                   | $-k^2 \sin(a); 2k \cos(a)$              |
| 3. $\ln\left(\frac{p+y}{2}\right)$ | $\frac{1}{p+y}; \frac{1}{p+y}$          |
| 4. $u^2 \sin^2(b)$                 | $2u^2 \sin(b) \cos(b); 2u \sin^2(b)$    |
| 5. $c^2 e^{2s}$                    | $2c^2 e^{2s}; 2ce^{2s}$                 |
| 6. $-\cos(t+l)$                    | $\sin(t+l); \sin(t+l)$                  |
| 7. $e^{v^2 h^2}$                   | $2vh^2 e^{v^2 h^2}; 2v^2 h e^{v^2 h^2}$ |

**Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu**

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| 1. $rq - \ln r + \sin(q)$          | $\frac{1}{r^2}; -\sin(q); 1$   |
| 2. $k^2 \cos(a)$                   | $-k^2 \cos(a); 2 \cos(a); -2k \sin(a)$   |
| 3. $\ln\left(\frac{p+y}{2}\right)$ | $-\frac{1}{(p+y)^2}; -\frac{1}{(p+y)^2}; -\frac{1}{(p+y)^2}$                                       |
| 4. $u^2 \sin^2(b)$                 | $2u^2(\cos^2(b) - \sin^2(b)); 2 \sin^2(b); 4u \sin(b) \cos(b)$                                     |
| 5. $c^2 e^{2s}$                    | $4c^2 e^{2s}; 2e^{2s}; 4ce^{2s}$   |
| 6. $-\cos(t+l)$                    | $\cos(t+l); \cos(t+l); \cos(t+l)$  |
| 7. $e^{v^2 h^2}$                   | $2h^2 e^{v^2 h^2} (1 + 2v^2 h^2); 2v^2 e^{v^2 h^2} (1 + 2v^2 h^2); 4v h e^{v^2 h^2} (1 + v^2 h^2)$ |

**Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných**

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $f(g, x) = 1 + 6x - x^2 - gx - g^2$  | $M[-2, 4]$                                       |
| 2. $f(w, j) = w^3 + j^3 - 3wj$          | $S[0, 0]; m[1, 1]$                               |
| 3. $f(z, n) = z^2 - n^2 + 2z - 2n$      | $S[-1, -1]$                                      |
| 4. $f(m, u) = m(m-1) + u(u-1) - mu + 2$ | $m[1, 1]$  |
| 5. $f(a, p) = 4 - (a-2)^2 - (p+3)^2$    | $M[2, -3]$                                       |
| 6. $f(r, l) = 2r^3 - rl^2 + 5r^2 + l^2$ | $m[0, 0]; S[-\frac{5}{3}, 0]; S[1, 4]; S[1, -4]$ |