

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ  
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: B

VERONIKA HORSKÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

**Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu**

Určete první parciální derivace následujících funkcí

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| 1. $2sh + \ln h - \cos(s)$ | $2h + \sin(s); 2s + \frac{1}{h}$              |
| 2. $\sin(v - l)$           | $\cos(v - l); -\cos(v - l)$                   |
| 3. $\frac{1}{ta} + \ln t$  | $\frac{ta-1}{t^2 a}; -\frac{1}{ta^2}$         |
| 4. $\ln(m^2 - z^2)$        | $\frac{2m}{m^2 - z^2}; -\frac{2z}{m^2 - z^2}$ |
| 5. $\frac{b^2}{k^2}$       | $\frac{2b}{k^2}; -\frac{2b^2}{k^3}$           |
| 6. $\cos(gy)$              | $-y \sin(gy); -g \sin(gy)$                    |
| 7. $e^{(1-w^2)r}$          | $-2wr e^{(1-w^2)r}; (1-w^2)e^{(1-w^2)r}$      |

**Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu**

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| 1. $2sh + \ln h - \cos(s)$ | $\cos(s); -\frac{1}{h^2}; 2$  |
| 2. $\sin(v - l)$           | $-\sin(v - l); -\sin(v - l); \sin(v - l)$   |
| 3. $\frac{1}{ta} + \ln t$  | $\frac{2-ta}{t^3 a}; \frac{2}{ta^3}; \frac{1}{t^2 a^2}$                                     |
| 4. $\ln(m^2 - z^2)$        | $-\frac{2(m^2+z^2)}{(m^2-z^2)^2}; -\frac{2(m^2+z^2)}{(m^2-z^2)^2}; \frac{4mz}{(m^2-z^2)^2}$ |
| 5. $\frac{b^2}{k^2}$       | $\frac{2}{k^2}; \frac{6b^2}{k^4}; -\frac{4b}{k^3}$  |
| 6. $\cos(gy)$              | $-y^2 \cos(gy); -g^2 \cos(gy); -\sin(gy) - gy \cos(gy)$                                     |
| 7. $e^{(1-w^2)r}$          | $2re^{(1-w^2)r}(2w^2r - 1); (1-w^2)^2 e^{(1-w^2)r}; 2we^{(1-w^2)r}(w^2r - r - 1)$           |

**Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných**

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

- |   |   |
|---|---|
| 1. $f(c, n) = 2c^3 + 3n^2 - 6cn$              | $S[0, 0]; m[1, 1]$                                      |
| 2. $f(p, x) = p^2 + 4px + 6x^2 - 2p + 8x - 5$ | $m[7, -3]$  |
| 3. $f(q, l) = 5 + 6q - 4q^2 - 3l^2$           | $M[\frac{3}{4}, 0]$                                     |
| 4. $f(t, s) = 8t^3 + s^3 - 6ts + 4$           | $S[0, 0]; m[\frac{1}{2}, 1]$                            |
| 5. $f(m, v) = m(m - 6) + v(v - 9) + mv$       | $m[1, 4]$   |
| 6. $f(u, g) = u^3 + ug^2 + 6ug$               | $S[0, 0]; S[0, -6]; m[\sqrt{3}, -3]; M[-\sqrt{3}, -3];$ |