Ústav matematiky a statistiky
Přírodovědecká fakulta
Masarykova univerzita

C1480: Úvod do matematiky - seminář

Téma 5: Integrální počet 1/2

Veronika Bendová

bendova.veroonika@gmail.com

Přehled pojmů

- **integrál funkce** $f(x)$ $\dots \int f(x)\mathrm{d}x$
  - $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + c$
  - nese odpověď na otázku: Jak vypada funkce předtím, než jsme ji zderivovali?

- **typy integrálů**
  - **neurčitý integrál** $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + c \rightarrow$ výsledkem je nějaká funkce $F(x)$ + konstanta c
  - **určitý integrál** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)_{|x=a} - F(x)_{|x=b} = F(a) - F(b) \rightarrow$ výsledkem je číslo

Neurčitý integrál

- **metody výpočtu neurčitého integrálu**
  - **naivní výpočet** . . . integrovanou funkci $f(x)$ zjednodušíme matematickými operacemi na triviální tvar, který umíme snadno zintegrovat (např. pomocí vzorců)
  - **substituční metoda**
  - **metoda per partes**

- **základní pravidla pro výpočet neurčitého integrálu**
  - integrál součinu konstanty a funkce je součin konstanty a integrálu funkce
  - integrál součtu = součet integrálů

- **neurčité integrály konkrétních funkcí (nutné minimum)**
  - $\int a \,\mathrm{d}x = ax + c$, kde a je konstanta
  - $\int (x^a)\mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c$, kde a je konstanta
  - $\int \sin(x)\mathrm{d}x = -\cos(x) + c$
  - $\int \cos(x)\mathrm{d}x = \sin(x) + c$
  - $\int \frac{1}{\cos^2(x)}\mathrm{d}x = \tan(x) + c$
  - $\int e^x\mathrm{d}x = e^x + c$
  - $\int e^{-x}\mathrm{d}x = -e^{-x} + c$
  - $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln(x) + c$

- **metoda substituce**

$$\int f(g(x))g(x)'\mathrm{d}x = F(g(x)) + c$$

- $\int f(g(x))g(x)'\mathrm{d}x = \begin{vmatrix} g(x) = t \\ g'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}t \end{vmatrix} = \int f(t)\mathrm{d}t = F(t) + k = F(g(x)) + c$

Příklad 5.1. Neurčité integrály

Určete následující neurčité integrály

1. $\int (2x^5 - 3x^2 + 2 - 4x^{-1} + x^{-4})\mathrm{d}x$

2. $\int \frac{v^5+2v^4-v^2}{v^3}\mathrm{d}v$

3. $\int \frac{2-p^2}{p+\sqrt{2}}\mathrm{d}p$

Příklad 5.2. Substituční metoda

Využijte substituční metodu k vyřešení následujících neurčitých intergálů

1. $\int \frac{3v^2-4v+1}{v^3-2v^2+v-2}\mathrm{d}v$

2. $\int 3\sin^4(r)\cos(r)\mathrm{d}r$

3. $\int e^{-s}\mathrm{d}s$

4. $\int 9u^2\sqrt[3]{u^3+10}\mathrm{d}u$