

С1480: ВВЕДЕННЯ ДО МАТЕМАТИКИ – СЕМІНАР
ТЕМА 3: ПРОГРЕС ФУНКЦІЙ

ГРУПА: А

ВЕРОНІКА ГОРСКА
ОСІННІЙ СЕМЕСТР, 2022

Приклад 3.1. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(v) = -(2v - 3)^2$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(v)$, | \mathbb{R} |
| (б) парність функції $f(v)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(v)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(v)$ + | ТР: нема; НТ: $v = \frac{3}{2}$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus \frac{3}{2} \ominus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(v)$ + | ЛЕ: $v = \frac{3}{2}$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(v)$ зростає, | $\oplus \frac{3}{2} \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(v)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(v)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(v)$ є увігнутою, | $-\infty \ominus \infty$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(v)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(v)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | немає |
| (б) асимптоти з напрямком, | немає |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(v)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $(-\infty; 0)$ |

Рис. 1: Графік функції $f(v) = -(2v - 3)^2$

Приклад 3.2. Дослідження ходу функціїДослідіть хід функції $f(r) = -r^3 - 1$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|--------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(r)$, | \mathbb{R} |
| (б) парність функції $f(r)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(r)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(r)$ + | ТР: нема; НТ: $r = -1$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\oplus - 1 \ominus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(r)$ + | ЛЕ: немає |
| (а) інтервали, на яких функція $f(r)$ зростає, | $-\infty \ominus \infty$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(r)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(r)$ + | ТП: $r = 0$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(r)$ є увігнутою, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(r)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(r)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | немає |
| (б) асимптоти з напрямком, | немає |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(r)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | \mathbb{R} |

Рис. 2: Графік функції $f(r) = -r^3 - 1$

Приклад 3.3. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(h) = -\frac{1}{3h^3} + 9$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(h)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (б) парність функції $f(h)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(h)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(h)$ + | ТР: $h = 0$; НТ: $h = \frac{1}{3}$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\oplus 0 \ominus \frac{1}{3} \oplus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(h)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(h)$ зростає, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(h)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(h)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(h)$ є увігнутою, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(h)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(h)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $h = 0$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = 9$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(h)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{9\}$ |

Рис. 3: Графік функції $f(h) = -\frac{1}{3h^3} + 9$

Приклад 3.4. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(p) = -\frac{5}{p+2}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(p)$, | $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ |
| (б) парність функції $f(p)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(p)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(p)$ + | ТР: $p = -2$; НТ: нема |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\oplus - 2 \ominus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(p)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(p)$ зростає, | $\oplus - 2 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(p)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(p)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(p)$ є увігнутою, | $\oplus - 2 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(p)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(p)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $p = -2$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = 0$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(p)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |

Рис. 4: Графік функції $f(p) = -\frac{5}{p+2}$

Приклад 3.5. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(a) = \frac{(a+1)^2}{2a}$. Визначте крок за кроком

1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(a)$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
 (б) парність функції $f(a)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), ні парна, ні непарна
 (в) періодичність функції $f(a)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), неперіодична
 (г) точки розриву + нульові точки функції $f(a)$ + ТР: $a = 0$; НТ: $a = -1$
 і. інтервали, на яких функція додатна, $\ominus - 1 \ominus 0 \oplus$
 іі. інтервали, на яких функція від'ємна,
2. локальні екстремуми функції $f(a)$ + ЛЕ: $a = \pm 1$
 (а) інтервали, на яких функція $f(a)$ зростає, $\oplus - 1 \ominus 0 \ominus 1 \oplus$
 (б) інтервали, на яких функція $f(a)$ спадає,
3. точки перегину функції $f(a)$ + ТП: нема
 (а) інтервали, на яких функція $f(a)$ є увігнутою, $\ominus 0 \oplus$
 (б) інтервали, на яких функція $f(a)$ є опуклою,
4. асимптоти функції $f(a)$, зокрема
 (а) асимптоти без напрямку, $a = 0$
 (б) асимптоти з напрямком, $y = \frac{1}{2}a + 1$
5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину),
 (б) побудувати графік функції $f(a)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. $(-\infty; 0) \cup \langle 2; \infty)$

Рис. 5: Графік функції $f(a) = \frac{(a+1)^2}{2a}$

Приклад 3.6. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(l) = -\frac{(2l-1)^2}{l^2}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(l)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (б) парність функції $f(l)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(l)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(l)$ + | ТР: $l = 0$; НТ: $l = \frac{1}{2}$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus 0 \ominus \frac{1}{2} \ominus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(l)$ + | ЛЕ: $l = \frac{1}{2}$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(l)$ зростає, | $\ominus 0 \oplus \frac{1}{2} \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(l)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(l)$ + | ТП: $l = \frac{3}{4}$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(l)$ є увігнутою, | $\ominus 0 \ominus \frac{3}{4} \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(l)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(l)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $l = 0$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = -4$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(l)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $(-\infty; 0)$ |

Рис. 6: Графік функції $f(l) = -\frac{(2l-1)^2}{l^2}$