

С1480: ВВЕДЕННЯ ДО МАТЕМАТИКИ – СЕМІНАР
ТЕМА 3: ПРОГРЕС ФУНКЦІЇ

ГРУПА: Б

ВЕРОНІКА ГОРСКА
ОСІННІЙ СЕМЕСТР, 2022

Приклад 3.1. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(u) = -u^2 + \frac{9}{4}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(u)$, | \mathbb{R} |
| (б) парність функції $f(u)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | парна |
| (в) періодичність функції $f(u)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(u)$ + | ТР: нема; НТ: $u = \pm \frac{3}{2}$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus \frac{-3}{2} \oplus \frac{3}{2} \ominus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(u)$ + | ЛЕ: $u = 0$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(u)$ зростає, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(u)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(u)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(u)$ є увігнутою, | $-\infty \ominus \infty$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(u)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(u)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | немає |
| (б) асимптоти з напрямком, | немає |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(u)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $(-\infty; \frac{9}{4})$ |

Рис. 1: Графік функції $f(u) = -u^2 + \frac{9}{4}$

Приклад 3.2. Дослідження ходу функціїДослідіть хід функції $f(s) = s^3 + 27$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|-------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(s)$, | \mathbb{R} |
| (б) парність функції $f(s)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(s)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(s)$ + | ТР: нема; НТ: $s = -3$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus - 3 \oplus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(s)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(s)$ зростає, | $-\infty \oplus \infty$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(s)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(s)$ + | ТП: $s = 0$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(s)$ є увігнутою, | $\ominus 0 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(s)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(s)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | немає |
| (б) асимптоти з напрямком, | немає |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(s)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | \mathbb{R} |

Рис. 2: Графік функції $f(s) = s^3 + 27$

Приклад 3.3. Дослідження ходу функції Дослідіть хід функції $f(k) = -1 + \frac{4}{k^2}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(k)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (б) парність функції $f(k)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | парна |
| (в) періодичність функції $f(k)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(k)$ + | ТР: $k = 0$; НТ: $k = \pm 2$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus - 2 \oplus 0 \oplus 2 \ominus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(k)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(k)$ зростає, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(k)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(k)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(k)$ є увігнутою, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(k)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(k)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $k = 0$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = -1$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(k)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $(-1; \infty)$ |

Рис. 3: Графік функції $f(k) = -1 + \frac{4}{k^2}$

Приклад 3.4. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(b) = \frac{2b}{b+3}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(b)$, | $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ |
| (б) парність функції $f(b)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(b)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(b)$ + | ТР: $b = -3$; НТ: $b = 0$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\oplus - 3 \ominus 0 \oplus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(b)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(b)$ зростає, | $\oplus - 3 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(b)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(b)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(b)$ є увігнутою, | $\oplus - 3 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(b)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(b)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $b = -3$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = 2$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(b)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ |

Рис. 4: Графік функції $f(b) = \frac{2b}{b+3}$

Приклад 3.5. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(m) = -\frac{10}{m^2+1} + 2$. Визначте крок за кроком

1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(m)$, \mathbb{R}
 (б) парність функції $f(m)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), парна
 (в) періодичність функції $f(m)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), неперіодична
 (г) точки розриву + нульові точки функції $f(m)$ + ТР: нема; НТ: $m = \pm 2$
 і. інтервали, на яких функція додатна, $\oplus - 2 \ominus 2 \oplus$
 іі. інтервали, на яких функція від'ємна,
2. локальні екстремуми функції $f(m)$ + ЛЕ: $m = 0$
 (а) інтервали, на яких функція $f(m)$ зростає, $\ominus 0 \oplus$
 (б) інтервали, на яких функція $f(m)$ спадає,
3. точки перегину функції $f(m)$ + ТП: $m = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$
 (а) інтервали, на яких функція $f(m)$ є увігнутою, $\ominus - \frac{\sqrt{3}}{3} \oplus \frac{\sqrt{3}}{3} \ominus$
 (б) інтервали, на яких функція $f(m)$ є опуклою,
4. асимптоти функції $f(m)$, зокрема
 (а) асимптоти без напрямку, немає
 (б) асимптоти з напрямком, $y = 2$
5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину),
 (б) побудувати графік функції $f(m)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. $\langle -8; 2 \rangle$

Рис. 5: Графік функції $f(m) = -\frac{10}{m^2+1} + 2$

Приклад 3.6. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(g) = \frac{(g+3)^2}{g^2}$. Визначте крок за кроком

1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(g)$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- (б) парність функції $f(g)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), ні парна, ні непарна
- (в) періодичність функції $f(g)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), неперіодична
- (г) точки розриву + нульові точки функції $f(g)$ +
 - ТР: $g = 0$; НТ: $g = -3$
 - i. інтервали, на яких функція додатна, $\oplus - 3 \oplus 0 \oplus$
 - ii. інтервали, на яких функція від'ємна, $\ominus - 3 \oplus 0 \ominus$
2. локальні екстремуми функції $f(g)$ +
 - ЛЕ: $g = -3$
 - (а) інтервали, на яких функція $f(g)$ зростає, $\ominus - 3 \oplus 0 \ominus$
 - (б) інтервали, на яких функція $f(g)$ спадає, $\oplus - 3 \oplus 0 \oplus$
3. точки перегину функції $f(g)$ +
 - ТП: $g = -4.5$
 - (а) інтервали, на яких функція $f(g)$ є увігнутою, $\ominus - 4.5 \oplus 0 \oplus$
 - (б) інтервали, на яких функція $f(g)$ є опуклою, $\oplus - 4.5 \oplus 0 \oplus$
4. асимптоти функції $f(g)$, зокрема
 - (а) асимптоти без напрямку, $g = 0$
 - (б) асимптоти з напрямком, $y = 1$
5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину),
- (б) побудувати графік функції $f(g)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. $\langle 0; \infty \rangle$

Рис. 6: Графік функції $f(g) = \frac{(g+3)^2}{g^2}$