Hledání jistoty: Geometrie a deduktivní myšlení

CORE004 Matematika jako součást kultury

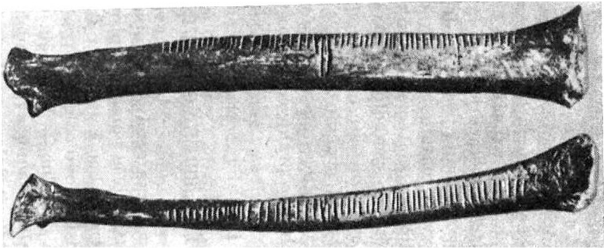
Zdeněk Pospíšil
707@mail.muni.cz

Masarykova univerzita

21. září 2023

Obsah

Prehistorie



Věstonická vrubovka, cca $-30\,000$ let

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti

- Izrael: řešení přijde z budoucnosti

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti

- Izrael: řešení přijde z budoucnosti

- Persie: o dobru a zlu se rozhoduje v přítomnosti

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti

- Izrael: řešení přijde z budoucnosti

- Persie: o dobru a zlu se rozhoduje v přítomnosti

- Dálný východ: vše je jen iluze

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

Velký zlom cca 6 st. BCE

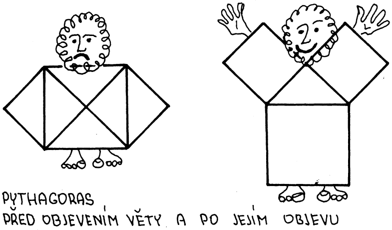
Řecko

Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se nesháněјí ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se nesháněji ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.



Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

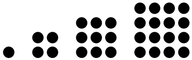
Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

Velký zlom cca 6 st. BCE
Řecko

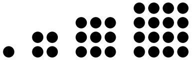
$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

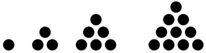


Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$





Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

Základem všeho je $\alpha\varrho\iota\vartheta\mu o\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$

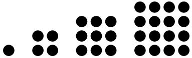
Základem všeho je $\alpha\varrho\iota\vartheta\mu o\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

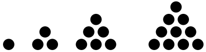
Co je nejmoudřejší? – Číslo a potom ten, kdo dal věcem jména. …Co je nejkrásnější? – Harmonie. Co je nejmocnější? – Myšlenka. … číslu se podobá všechno.

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$





Základem všeho je $\alpha\varrho\iota\vartheta\mu o\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

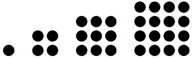
Co je nejmoudřejší? – Číslo a potom ten, kdo dal věcem jména. … Co je nejkrásnější? – Harmonie. Co je nejmocnější? – Myšlenka. … číslu se podobá všechno.

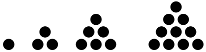
Číslo vládne vesmíru. Číslo je uvnitř všech věcí.

Velký zlom cca 6 st. BCE

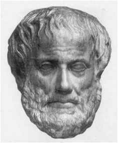
Řecko

$$\omega = \frac{\pi}{\ell}\sqrt{\frac{T}{\varrho}}$$





Aristoteles: A ježto viděli [pythagorejci] v číslech stavy a poměry harmonií a ježto se jim zdálo, že se i vše ostatní podobá celou svou přirozeností číslům a že čísla jsou první z celé přírody, usoudili, že prvky čísel jsou též prvky všech věcí a že celý vesmír je harmonií a číslem.



Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.
Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.

Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Tomáš Aquinský (1225–1274)

Jsou čísla dobrá? (*bonum* – jedna z transcedentálií)

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Tomáš Aquinský (1225–1274)

Jsou čísla dobrá? (*bonum* – jedna z transcedentálií)

- Ano (*Summa theologiæ*)

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Tomáš Aquinský (1225–1274)

Jsou čísla dobrá? (*bonum* – jedna z transcedentálií)

- Ano (*Summa theologiæ*)
- Ne (*In III Metaphysicorum*)

$\boldsymbol{M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha}$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení

$\boldsymbol{M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha}$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco jiného než $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)

$\boldsymbol{M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha}$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco jiného než $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco jiného než $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál neutra $\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$)

$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco jiného než $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál neutra $\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$)

Vlivem pythagorejských učedníků ($\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\iota$) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly.

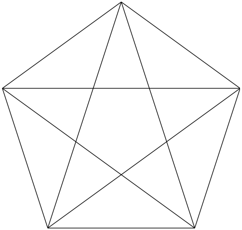
$M\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$

$\mu\alpha\vartheta\eta\sigma\iota\varsigma$	poučení, naučení
$\mu\alpha\vartheta\eta\tau\eta\varsigma$	učedník
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$	nauka, to co je k naučení
	něco jiného než $\varepsilon\pi\iota\sigma\tau\eta\mu\eta$ (známost, lat. scientia)
	$\gamma\nu\omega\sigma\iota\varsigma$ (poznání, lat. cognitio)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\varsigma$	náležející k nauce (učedník i pojednání)
$\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál neutra $\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$)

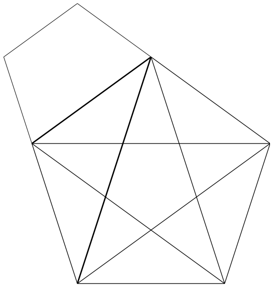
Vlivem pythagorejských učedníků ($\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa o\iota$) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly a geometrickými objekty.

Nesouměřitelnost veličin

Nesouměřitelnost veličin



Nesouměřitelnost veličin



Eukleidés z Alexandrie

Eukleidés z Alexandrie

Ptolemaios (306–285 BCE) ho pozval do Alexandrie při založení Múseia a Velké kmihovny.

Eukleidés z Alexandrie

Ptolemaios (306–285 BCE) ho pozval do Alexandrie při založení Múseia a Velké kmihovny.

V geometrii neexistuje cesta vyhrazená králům.

Eukleidés z Alexandrie

Ptolemaios (306–285 BCE) ho pozval do Alexandrie při založení Múseia a Velké kmihovny.

V geometrii neexistuje cesta vyhrazená králům.

Mladík, který se právě naučil první geometrickou větu, se Eukleida zaptal, jaký z toho bude mít zisk. Ten přikázal otrokovi, aby dal mladíkovi tři oboly.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Bod* je to, co nemá žádnou část.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Bod* je to, co nemá žádnou část.
- *Čára* je délka bez šířky.
- *Hranice čáry* jsou body.
- *Přímá čára* je ta, která je vůči bodům na ní ležícím umístěna stejně.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Bod* je to, co nemá žádnou část.
- *Čára* je délka bez šířky.
- *Hranice čáry* jsou body.
- *Přímá čára* je ta, která je vůči bodům na ní ležícím umístěna stejně.
- *Plocha* je to, co má pouze délku a šířku.
- *Hranice plochy* jsou čáry.
- *Rovinná plocha* je ta, která je vůči přímým na ní ležícím umístěna stejně.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží na jedné přímé.
- Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento úhel *přímočarý*.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží na jedné přímé.
- Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento úhel *přímočarý*.
- Když přímá, která je postavena na přímou, vytváří navzájem stejně velké sousední úhly, je každý z těchto stejně velkých úhlů *pravý* a postavená přímá se nazývá *kolmá* na tu, na kterou byla postavena.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží na jedné přímé.
- Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento úhel *přímočarý*.
- Když přímá, která je postavena na přímou, vytváří navzájem stejně velké sousední úhly, je každý z těchto stejně velkých úhlů *pravý* a postavená přímá se nazývá *kolmá* na tu, na kterou byla postavena.
- *Tupý* úhel je ten, který je větší než pravý.
- *Ostrý* úhel je ten, který je menší než pravý.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Mez* je to, co je hranicí něčeho.
- *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Mez* je to, co je hranicí něčeho.
- *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.
- *Kruh* je rovinný útvar sevřený jednou čarou [nazývanou kružnice / okraj ($\pi\varepsilon\varrho\iota\varphi\varepsilon\varrho\varepsilon\iota\alpha$)], a to tak, že všechny přímé, které jsou k ní vedeny z jednoho z bodů ležících uvnitř útvaru, se rovnají.
- Uvedený bod se nazývá *střed kruhu*.
- *Průměr kruhu* je nějaká přímá vedená středem a ukončená na obou stranách kružnicí; průměr rovněž dělí kruh napůl.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Mez* je to, co je hranicí něčeho.
- *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.
- *Kruh* je rovinný útvar sevřený jednou čarou [nazývanou kružnice / okraj ($\pi\varepsilon\varrho\iota\varphi\varepsilon\varrho\varepsilon\iota\alpha$)], a to tak, že všechny přímé, které jsou k ní vedeny z jednoho z bodů ležících uvnitř útvaru, se rovnají.
- Uvedený bod se nazývá *střed kruhu*.
- *Průměr kruhu* je nějaká přímá vedená středem a ukončená na obou stranách kružnicí; průměr rovněž dělí kruh napůl.
- *Půlkruh* je útvar sevřený průměrem a obloukem, který průměr vytíná. Střed půlkruhu je týž jako střed kruhu.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Přímočaré útvary* jsou sevřené přímými; *trojstranné útvary* jsou sevřené třemi přímými, *čtyřstranné* čtyřmi a *mnohostranné* více než čtyřmi.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- *Přímočaré útvary* jsou sevřené přímými; *trojstranné útvary* jsou sevřené třemi přímými, *čtyřstranné* čtyřmi a *mnohostranné* více než čtyřmi.
- Mezi trojstrannými útvary je *rovnostranný* trojúhelník útvar, který má tři strany stejné, *rovnoramenný* ten, který má jen dvě strany stejné, *nepravidelný* ten, který má tři nestejné strany.
- Dále, mezi trojstrannými útvary je *pravidelný trojúhelník* ten, který má pravý úhel, *tupoúhlý* ten, který má tupý úhel, a *ostroúhlý* ten, který má tři ostré úhly.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- Mezi čtyřstrannými útvary je *čtverec* ten, který je rovnostranný a pravoúhlý, *obdélník* ten, který je sice pravoúhlý, ale není rovnostranný, *kosočtverec* ten, který je sice rovnostranný, ale není pravoúhlý, *kosodélník* ten, který má sice jak protilehlé strany, tak protilehlé úhly navzájem stejné, avšak není ani rovnostranný ani pravoúhlý. Jiné útvary než tyto nechť se nazývají *různoběžníky* ($\tau\varrho\alpha\pi\varepsilon\zeta\iota\alpha$).

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($'O\varrho o\iota$)

- Mezi čtyřstrannými útvary je *čtverec* ten, který je rovnostranný a pravoúhlý, *obdélník* ten, který je sice pravoúhlý, ale není rovnostranný, *kosočtverec* ten, který je sice rovnostranný, ale není pravoúhlý, *kosodélník* ten, který má sice jak protilehlé strany, tak protilehlé úhly navzájem stejné, avšak není ani rovnostranný ani pravoúhlý. Jiné útvary než tyto nechť se nazývají *různoběžníky* ($\tau\varrho\alpha\pi\varepsilon\zeta\iota\alpha$).
- *Rovnoběžné* jsou ty přímé, které se nacházejí v téže rovině, a jestliže jsou prodlouženy do nekonečna ($\alpha\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$) na obě strany, na žádné z nich se neprotnou.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné ($A\iota\tau\eta\mu\alpha\tau\alpha$)

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné ($A\iota\tau\eta\mu\alpha\tau\alpha$)

- Vytvořit přímou čáru z každého bodu do každého bodu.
- Omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem (tak daleko, jak potřebujeme).
- Pro každý střed a každý rozestup ($\delta\iota\alpha\sigma\tau\eta\mu\alpha$) vytvořit kruh.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné ($A\iota\tau\eta\mu\alpha\tau\alpha$)

- Vytvořit přímou čáru z každého bodu do každého bodu.
- Omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem (tak daleko, jak potřebujeme).
- Pro každý střed a každý rozestup ($\delta\iota\alpha\sigma\tau\eta\mu\alpha$) vytvořit kruh.
- Aby si všechny pravé úhly byly navzájem rovny.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné ($A\iota\tau\eta\mu\alpha\tau\alpha$)

- Vytvořit přímou čáru z každého bodu do každého bodu.
- Omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem (tak daleko, jak potřebujeme).
- Pro každý střed a každý rozestup ($\delta\iota\alpha\sigma\tau\eta\mu\alpha$) vytvořit kruh.
- Aby si všechny pravé úhly byly navzájem rovny.
- Jestliže dvě přímé čáry protne jiná přímá tak, že vytvoří na jedné straně vnitřní úhly menší než dva pravé, potom na této straně jest tyto přímé čáry prodloužiti tak, aby se protly.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady ($K o\iota\nu\alpha\iota\ \varepsilon\nu\nu o\iota\alpha\iota$)

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady ($K o\iota\nu\alpha\iota\ \varepsilon\nu\nu o\iota\alpha\iota$)

- Co se navzájem kryje, rovno jest.
- Celek je větší než část.
- Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady ($K o \iota \nu \alpha \iota$ $\varepsilon \nu \nu o \iota \alpha \iota$)

- Co se navzájem kryje, rovno jest.
- Celek je větší než část.
- Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.
- Když se přidají veličiny rovné k rovným, i celky jsou rovny.
- Odejmou-li se od rovných rovné, i celky jsou rovny.
- Když se přidají k nerovným rovné, celky jsou nerovny.
- Dvojnásobky téhož vespolek rovny jsou.
- Poloviny téhož vespolek rovny jsou.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady ($K o \iota \nu \alpha \iota\ \varepsilon \nu \nu o \iota \alpha \iota$)

- Co se navzájem kryje, rovno jest.
- Celek je větší než část.
- Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.
- Když se přidají veličiny rovné k rovným, i celky jsou rovny.
- Odejmou-li se od rovných rovné, i celky jsou rovny.
- Když se přidají k nerovným rovné, celky jsou nerovny.
- Dvojnásobky téhož vespolek rovny jsou.
- Poloviny téhož vespolek rovny jsou.
- Dvě přímé čáry neohraničují místo.

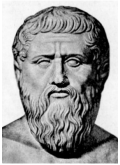
Eukleidés z Alexandrie a Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, *Elementa*)

- Obecné principy, zásady
- Základní pojmy
  - Prvotní, primitivní
  - Složené, definice
- Postuláty

Eukleidés z Alexandrie a Základy ($\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\tilde{\iota}\alpha$, *Elementa*)

- Obecné principy, zásady
- Základní pojmy
  - Prvotní, primitivní
  - Složené, definice
- Postuláty

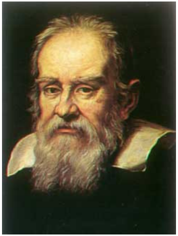
Platón: …máme uvažovat, jaké asi je to, o čem ještě nevíme, co to jest. Nuže uvolni mi aspoň něco málo svou vládu a dovol mi to zkoumat s užitím předpokladu…Slovy „s užitím předpokladu“ rozumím zkoumati tak, jak to často dělají geometrové.



Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

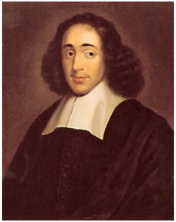
Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Galileo Galilei (1564–1642): Filosofie je zapsaná v této velké knize, v univerzu, která je stále otevřená našemu pohledu. Ale této knize nelze porozumět, pokud se nenaučíme chápat jazyk a číst písmena, jejichž pomocí je napsaná. Je napsaná jazykem matematiky a jejímy písmeny jsou trojúhelníky, kružnice a ostatní geometrické útvary, bez nichž není možné porozumět jedinému slovu.

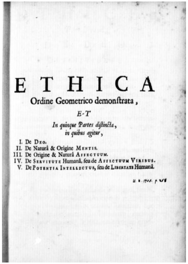


Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Báruch (Benedict) Spinoza (1632–1677): *Ethica Ordine Geometrico Demonstrata*, 1677



Příroda je stále jedna a táž a jedna a táž je i její vnitřní schopnost a moc k jednání. To znamená, že přírodní zákony a pravidla, podle nichž se vše děje a přechází z jedné formy v druhou, jsou vždy a všude tytéž, a že tudíž také jednotlivé věci musí být chápány jedním a týmž způsobem, tj. prostřednictvím univerzálních zákonů a pravidel přírody.



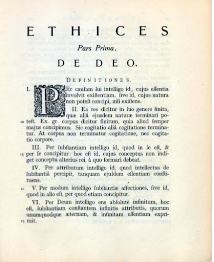
ETHICA

Ordine Geometrico demonſtrata,

ET

In quinque Partes diſtincta, in quibus agitur,

I. De Deo.
II. De Naturâ & Origine Mentis.
III. De Origine & Naturâ Affectuum.
IV. De Servitute Humanâ, ſeu de Affectuum Viribus.
V. De Potentia Intellectus, ſeu de Libertate Humanâ.



ETHICES

Pars Prima,

DE DEO.

DEFINITIONES.

I. PEr cauſam ſui intelligo id, cujus eſſentia involvit exiſtentiam, ſive id, cujus natura non poteſt concipi, niſi exiſtens.

II. Ea res dicitur in ſuo genere finita, quæ aliâ ejusdem naturæ terminari poteſt. Ex. gr. corpus dicitur finitum, quia aliud ſemper majus concipimus. Sic cogitatio aliâ cogitatione terminatur. At corpus non terminatur cogitatione, nec cogitatio corpore.

III. Per ſubſtantiam intelligo id, quod in ſe eſt, & per ſe concipitur: hoc eſt id, cujus conceptus non indiget conceptu alterius rei, à quo formari debeat.

IV. Per attributum intelligo id, quod intellectus de ſubſtantiâ percipit, tanquam ejuſdem eſſentiam conſtituens.

V. Per modum intelligo ſubſtantiæ affectiones, ſive id, quod in alio eſt, per quod etiam concipitur.

VI. Per Deum intelligo ens abſolutè infinitum, hoc eſt, ſubſtantiam conſtantem infinitis attributis, quorum unumquodque æternam, & infinitam eſſentiam exprimit.

Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Bertrand Russell (1872–1970)

Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Bertrand Russell (1872–1970)

Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Bertrand Russell (1872–1970)

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

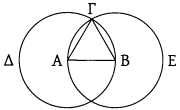
Příklad:

α΄.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ. Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.



Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ.

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB.
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB.
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.
- *Konstrukce:* Ze středu A poloměrem AB buď narýsován kruh D,
  a opět ze středu B poloměrem BA buď narýsován kruh E,
  od bodu C, v němž kruhy se protínají, k bodům A, B buďte vedeny spojnice AC, BC.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB.
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.
- *Konstrukce:* Ze středu A poloměrem AB buď narýsován kruh D,
  a opět ze středu B poloměrem BA buď narýsován kruh E,
  od bodu C, v němž kruhy se protínají, k bodům A, B buďte vedeny spojnice AC, BC.
- *Důkaz:* A ježto bod A je středem kruhu CBD, AC je stejné s AB; ježto dále bod B je středem kruhu CAE, jest BC stejné s BA.
  Bylo pak dokázáno, že i CA je stejné s AB; tedy jedna i druhá z CA, CB je stejná s AB.
  Veličiny však témuž rovné i navzájem rovny jsou; tedy též CA jest rovna CB;

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB.
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.
- *Konstrukce:* Ze středu A poloměrem AB buď narýsován kruh D,
  a opět ze středu B poloměrem BA buď narýsován kruh E,
  od bodu C, v němž kruhy se protínají, k bodům A, B buďte vedeny spojnice AC, BC.
- *Důkaz:* A ježto bod A je středem kruhu CBD, AC je stejné s AB; ježto dále bod B je středem kruhu CAE, jest BC stejné s BA.
  Bylo pak dokázáno, že i CA je stejné s AB; tedy jedna i druhá z CA, CB je stejná s AB.
  Veličiny však témuž rovné i navzájem rovny jsou; tedy též CA jest rovna CB;
- *Závěr:* ty tři tedy CA, AB, BC jsou si rovny.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Geometrická úloha	**Klasické drama**
zadání ($\pi\varrho o\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$)	expozice (úvod)
formulace ($\varepsilon\kappa\vartheta\varepsilon\sigma\iota\varsigma$)	kolize (zápletka)
podmínka ($\delta\iota o\varrho\iota\sigma\mu o\varsigma$)	krize (vyvrcholení)
konstrukce ($\kappa\alpha\tau\alpha\sigma\kappa\varepsilon\upsilon\eta$)	peripetie (obrat a možnosti)
důkaz ($\alpha\pi o\delta\varepsilon\iota\xi\iota\varsigma$)	katastrofa (rozuzlení)
závěr ($\sigma\upsilon\mu\pi\varepsilon\varrho\alpha\sigma\mu\alpha$)	katarze (očista)

MASARYKOVA UNIVERZITA