

7. Statistické testování



Princip testování
Chyby
p-hodnota

Statistické testování – základní pojmy



➤ **Nulová hypotéza H_0**

H_0 : sledovaný efekt je nulový

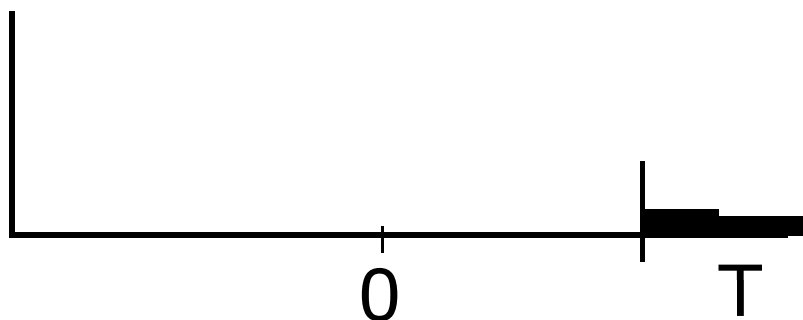
➤ **Alternativní hypotéza H_A**

H_A : sledovaný efekt je různý mezi skupinami

➤ **Testová statistika**

$$\text{Testová statistika} = \frac{\text{Pozorovaná hodnota} - \text{Očekávaná hodnota}}{\text{Variabilita dat}} * \sqrt{\text{Velikost vzorku}}$$

➤ **Kritický obor testové statistiky**

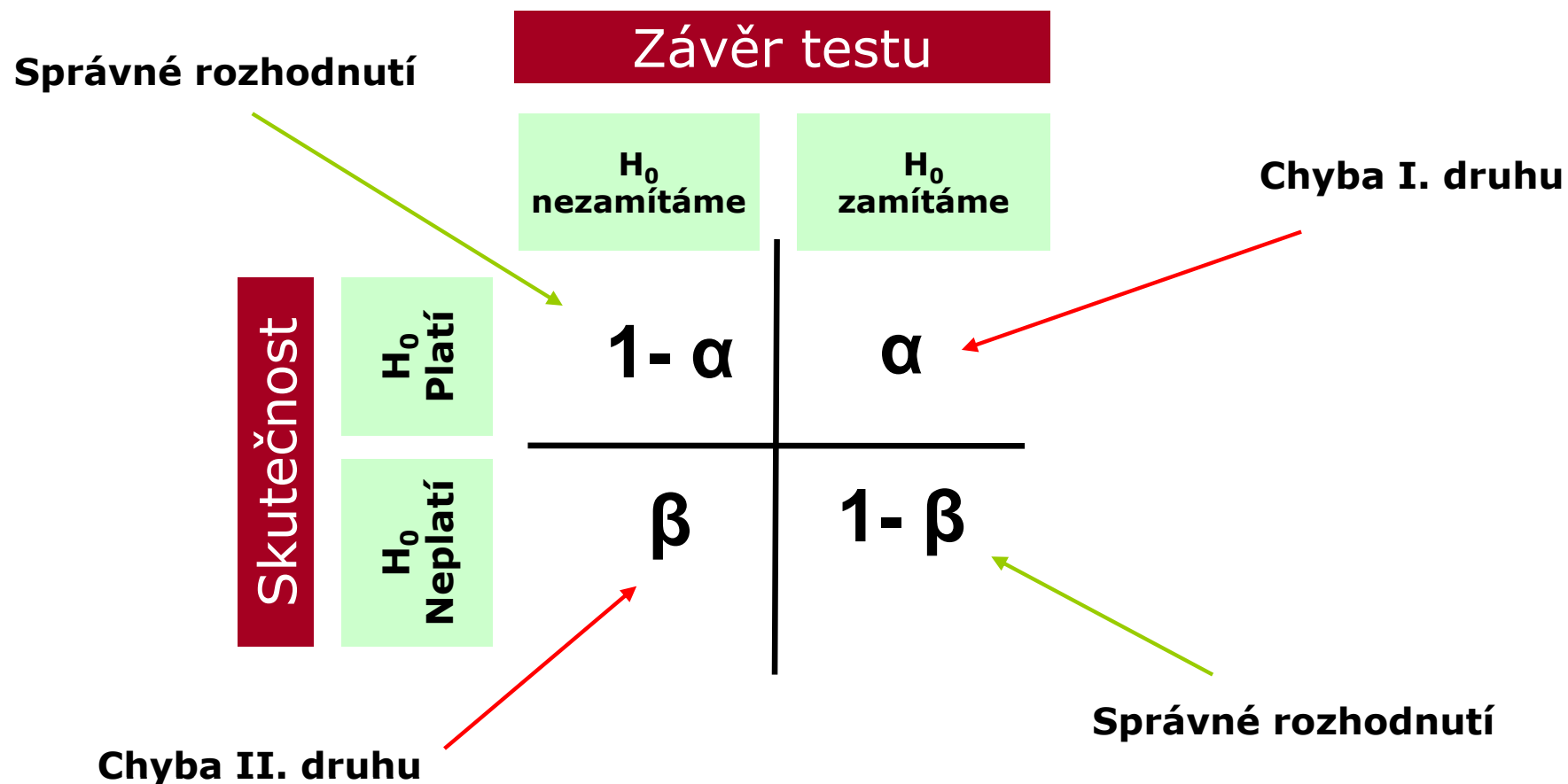


Statistické testování odpovídá na otázku zda je pozorovaný rozdíl náhodný či nikoliv. K odpovědi na otázku je využít statistický model – testová statistika.

Možné chyby při testování hypotéz



- I přes dostatečnou velikost vzorku a kvalitní design experimentu se můžeme při rozhodnutí o zamítnutí/nezamítnutí nulové hypotézy dopustit chyby.



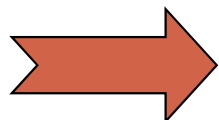
Význam chyb při testování hypotéz



Pravděpodobnost chyby 1. druhu

Před výpočtem testu si stanovujeme maximální přípustnou pravděpodobnost. Obvykle 5 %.

α



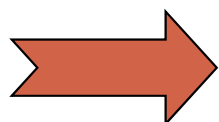
Pravděpodobnost nesprávného zamítnutí nulové hypotézy



Pravděpodobnost chyby 2. druhu

Nemůžeme ovlivnit jinak než výběrem testu.

β



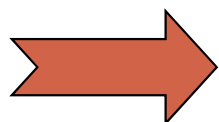
Pravděpodobnost nerozpoznání neplatné nulové hypotézy



Síla testu

Síla testu je vlastností testu – parametrické testy mají vyšší sílu než neparametrické.

$1-\beta$



Pravděpodobnostně vyjádřená schopnost rozpoznat neplatnost hypotézy

P-hodnota



Významnost hypotézy hodnotíme dle získané tzv. p-hodnoty, která vyjadřuje pravděpodobnost, s jakou číselné realizace výběru podporují H_0 , je-li pravdivá. P-hodnotu porovnáme s α (hladina významnosti, stanovujeme ji na 0,05, tzn., že připouštíme 5% chybu testu, tedy, že zamítneme H_0 , ačkoliv ve skutečnosti platí).

P-hodnotu získáme při testování hypotéz ve statistickém softwaru.

- Je-li p-hodnota $\leq \alpha$, pak H_0 zamítáme na hladině významnosti α a přijímáme H_A .
- Je-li p-hodnota $> \alpha$, pak H_0 nezamítáme na hladině významnosti α .

P-hodnota vyjadřuje pravděpodobnost za platnosti H_0 , s níž bychom získali stejnou nebo extrémnější hodnotu testové statistiky.

Statistické testy a normalita dat



- Normalita dat je jedním z předpokladů tzv. **parametrických testů** (testů založených na předpokladu nějakého rozložení) – např. *t*-testy
- Pokud data nejsou normální, neodpovídají ani modelovému rozložení, které je použito pro výpočet (*t*-rozložení) a test tak může lhát
- Řešením je tedy:
 - Transformace dat za účelem dosažení normality jejich rozložení
 - **Neparametrické testy** – tyto testy nemají žádné předpoklady o rozložení dat

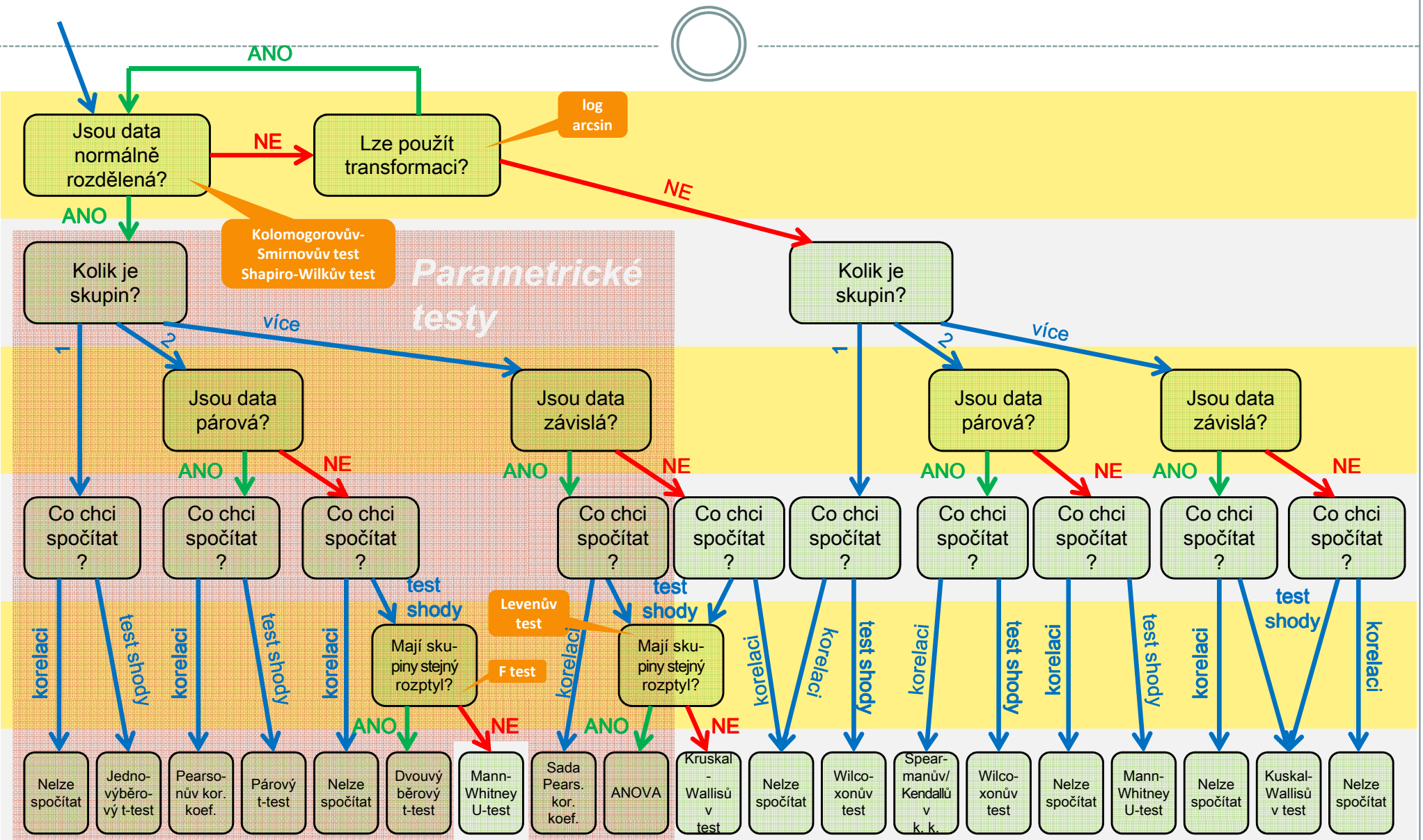
Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
2 skupiny dat nepárově:	Nepárový <i>t</i> -test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově:	Párový <i>t</i> -test	Wilcoxonův test znaménkový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskal- Wallisův test
Korelace:	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient Kendallův koeficient

Shrnutí statistických testů



Typ srovnání	Nulová hypotéza	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat vs. etalon	Střední hodnota je rovna hodnotě etalonu.	jednovýběrový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
2 skupiny dat nepárově	Obě skupiny hodnot pochází ze stejného rozdělení.	nepárový t-test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově	Zkoumaný efekt mezi páry hodnot je nulový.	párový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
shoda rozdělení	rozdělení dat ve skupině odpovídá teoretickému (vybranému) rozdělení.	Shapiro-Wilksův test; Kolmogorovův- Smirnovův test	χ^2 test, test dobré shody
homoskedasticita (shoda rozptylů)	rozptyl obou (všech) skupin je shodný.	F test; Levenův test	Bartlettův test
více skupin nezávisle	Zkoumaný efekt mezi skupinami hodnot je nulový.	ANOVA (analýza rozptylu)	Kruskal- Wallisův test
více skupin závisle	Zkoumaný efekt mezi závislými hodnotami je nulový.	ANOVA opakovaných měření	Friedmannův test
korelace	Neexistuje (příčinná, důsledková) vazba mezi skupinami hodnot.	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient; Kendallův koeficient

Shrnutí statistických testů



Parametrické vs. neparametrické testy



Parametrické testy

- Mají předpoklady o rozložení vstupujících dat (např. normální rozložení)
- Při stejném N a dodržení předpokladů mají vyšší sílu testu než testy neparametrické
- Pokud nejsou dodrženy předpoklady parametrických testů, potom jejich síla testu prudce klesá a výsledek testu může být zcela chybný a nesmyslný

Neparametrické testy

- Nemají předpoklady o rozložení vstupujících dat, lze je tedy použít i při asymetrickém rozložení, odlehlých hodnotách, či nedetekovatelném rozložení
- Snížená síla těchto testů je způsobena redukcí informační hodnoty původních dat, kdy neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí

One-sample vs. two sample testy



Jednovýběrové testy (one-sample)

- Srovnávají jeden vzorek (one sample, jednovýběrové testy) s referenční hodnotou (popřípadě se statistickým parametrem cílové populace).
- V testu je tedy srovnáváno rozložení hodnot (vzorek) s jediným číslem (referenční hodnota, hodnota cílové populace).
- Otázka položená v testu může být vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.

Dvouvýběrové testy (two-sample)

- Srovnávají navzájem dva vzorky (two sample, dvouvýběrové testy).
- V testu jsou srovnávány dvě rozložení hodnot.
- Otázka položená v testu může být opět vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.
- Kromě testů pro dvě skupiny hodnot existují samozřejmě i testy pro více skupin dat.

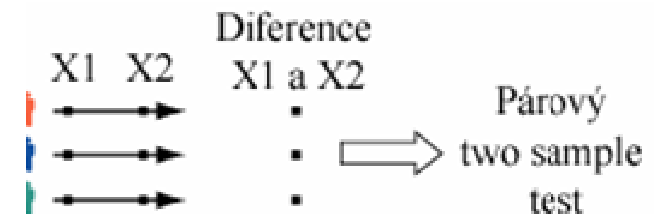
Nepárový vs. párový design

Nepárový design (nezávislost)

- Skupiny srovnávaných dat jsou na sobě zcela nezávislé (též nezávislý, independent design), např. lidé z různých zemí, nezávislé skupiny pacientů s odlišnou léčbou atd.
- Při výpočtu je nezbytné brát v úvahu charakteristiky obou skupin dat

Párový design (závislost, opakovaná měření)

- Mezi objekty v srovnávaných skupinách existuje vazba, daná např. člověkem před a po operaci, reakce stejného kmene krys atd.
- Vazba může být buď přímo dána nebo pouze předpokládána (v tom případě je nutné ji ověřit)
- Test je v podstatě prováděn na diferencích skupin, nikoliv na jejich původních datech



Normalita dat



Normální rozdělení pravděpodobnosti je definováno rovnicí:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Kde $f(x)$ značí hustotu pravděpodobnosti, μ značí střední hodnotu (aritmetický průměr), σ značí směrodatnou odchylku a x hodnotu zkoumané veličiny.

Dosazením s za σ a \bar{x} za μ získáme křivku idealizovaného rozdělení pro daný výběr.