

**1** Na ciferníku hodin propojím přímkou čísla 1 a 6. Podobně pak spojím i čísla 3 a 10. Ukažte, že tyto dvě přímky jsou kolmé.

**2** Mějme tři body  $[1; 1]$ ,  $[2; -1]$  a  $[3; 2]$ . Ukažte, že neleží na jedné přímce a tvoří tedy trojúhelník. V tomto trojúhelníku vypočítejte délky všech stran a velikost všech úhlů. Nakonec zjistěte délku těžnice na stranu  $c$  (tj. spojnici vrcholu  $C$  se středem protější strany).

**3** U následujících přímk v rovině určete jejich vzájemnou polohu a případný průsečík:  
1.  $3x - 6y + 4 = 0$ ,  $x - 2y + 3 = 0$ ;  
2.  $2x - y + 4 = 0$ ,  $(3, 1) + \lambda(1, -1)$ .

**4** U následujících přímk v prostoru určete jejich vzájemnou polohu a případný průsečík:  
1.  $(1, 2, 0) + \lambda(-1, 1, 3)$ ,  $(-2, 5, 9) + \mu(2, -2, -6)$ ; 2.  $(1, 2, 0) + \lambda(-1, 1, 1)$ ,  $(1, -1, 3) + \mu(2, -1, -3)$ .

**5** Určete, jak vypadají všechny průsečíky roviny  $2x - 5y + 4z - 10 = 0$  a roviny  
1.  $x - y - z - 2 = 0$ ; 2.  $4x - 10y + 8z - 10 = 0$ .

**6** Mají tyto tři roviny dohromady společný průsečík?  
 $x - 2y - z + 1 = 0$ ,  $x + y + z - 7 = 0$ ,  $2x + y - z - 2 = 0$

**7** Jaký úhel svírá v krychli tělesová a stranová úhlopříčka, které se stýkají v jednom vrcholu?

**8** Pravidelný jehlan má čtvercovou podstavu o straně 6 a výšce  $3\sqrt{2}$ . Zjistěte úhly mezi:  
1. jednou stranou podstavy a šikmou stranou;  
2. jednou šikmou stranou a rovinou podstavy;  
3. rovinou podstavy a rovinou jedné šikmé stěny.

**9** Dokažte identity:  
1.  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ ; 2.  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} \mathbf{b} \cdot \mathbf{d} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{d} \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$ ;  
3.  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = \mathbf{c} [\mathbf{d} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})] - \mathbf{d} [\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})]$ .

**10** Řešte následující vektorové rovnice: ( $\mathbf{x}$  máte zjistit, vše ostatní jsou známé parametry)  
1.  $\mathbf{a} \times \mathbf{x} + (\mathbf{x} \cdot \mathbf{a})\mathbf{b} = \mathbf{c}$ ; 2.  $\mathbf{x} + \mathbf{x} \times \mathbf{a} = \mathbf{b}$ .

**Nápověda:** V první rovnici násobte skalárně  $\mathbf{a}$  a zjistěte  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{a}$ . Pak to do rovnice dosadte a vyjádřete  $\mathbf{x}$ . V druhé rovnici obdobně.