

Vyšetření průběhu funkce

I Uvažme funkci $f(x) = 3x - x^3$. Pro tuto funkci zodpovězte následující otázky:

1. Kde je definována? 2. Je sudá, lichá, nebo ani jedno? 3. Je periodická?
 4. Kde jsou kořeny (tj. kde se funkce rovná nule)? Kde nabývá kladných a kde záporných hodnot? (Nápověda: mezi dvěma kořeny je funkce buď všude jen kladná, nebo všude jen záporná.)
 5. Má tato funkce nějakou asymptotu?
 6. Spočítejte první derivaci. Kde má kořeny, kde je kladná a kde záporná? Z toho zjistěte, kde $f(x)$ roste, kde klesá a kde má extrém.
 7. Spočítejte druhou derivaci. Kde má kořeny, kde je kladná a kde záporná? Z toho zjistěte, kde je konvexní, kde konkávní a kde jsou inflexní body.
 8. Spočítejte funkční hodnoty ve všech důležitých bodech (extrémech, inflexních bodech atd.)
 9. S pomocí všech těchto informací načrtněte graf.
- Tomuto procesu se říká *vyšetření průběhu funkce*.

2 Vyšetřete průběh následujících funkcí:

10. $\frac{x^2}{x+1}$; 11. $x - \arctg x$; 12. $\frac{\ln x}{x}$.
-

Slovní úlohy na extrémy

I Máme čtvercový kus plechu o straně a , z něhož chceme udělat hranatou nádobu. V rozích odřežeme čtyři čtverečky, načež čtyři postranní části ohneme nahoru a spojíme. Jak vysokou máme nádobu udělat, chceme-li, aby měla co největší objem?

2 Z válcového kmene chceme vytesat trám obdélného průřezu tak, aby měl co největší nosnost. Jaký má být poměr stran, je-li nosnost úměrná součinu šířky a čtverce výšky trámu?

3 Jaký tvar má mít kvádrový bazén s čtvercovým dnem, aby se při zadaném objemu spotřebovalo co nejméně materiálu na vyzdění dna a stěn?

4 Jaký tvar má mít válec, aby měl při zadaném objemu co nejmenší povrch?

5 Jakou největší část plochy půlkruhu může zabírat obdélník, který je do něj vepsán?