

1. Převeďte na zlomek: $0,\overline{81}$, $1,\overline{6}$, $3,\overline{123}$.

2. Dokažte indukci:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(1+n)}{2}$$

3. Dokažte sporem, že $\sqrt{2}$ není racionální číslo.

4. Napište pravdivostní tabulky následujících výroků.

a) $(p \Leftrightarrow (q \wedge p)) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

c) $(p \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge (r \wedge \sim p)$

d) $\sim (p \vee \sim q)$

e) $(p \vee \sim q) \Leftrightarrow r$

f) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

g) $\sim (p \vee (q \wedge \sim p))$

5. Uveďte příklad pěti tautologií a pěti kontradikcí.

6. Rozhodněte, zda následující výroky jsou tautologie.

a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

b) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

d) $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

e) $\sim (p \Rightarrow \sim p)$

f) $\sim (p \Leftrightarrow \sim p)$

g) $\sim (p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

h) $\sim (p \vee q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

7. Určete opačný výrok k daným výrokům.

a) $\forall x \in M : P(x)$

b) $\exists x \in M : P(x)$

c) $\forall x \in \mathbf{R} \exists y \in \mathbf{N} : [(y \leq x) \wedge (y + 1 > x)]$

d) $(\sim p \wedge q) \Rightarrow r$

e) $(p \vee \sim q) \Rightarrow r$

f) $\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$