

Funkce exponenciální a logaritmické

1. Doplňte číslo na místo otazníku:

a) $\log_7 16 = -8$

b) $\log_7 \frac{1}{27} = -\frac{3}{4}$

c) $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25} = ?$

d) $\log_{\frac{1}{4}} 32 = ?$

e) $\log_9 \frac{1}{3} = ?$

f) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} ? = -6$

g) $\log_{27} ? = \frac{2}{3}$

2. Jsou dány funkce:

- $y_1 = \ln \left| \frac{1}{x} \right|$,

- $y_2 = e^{\left| \frac{1}{x} \right|}$.

(a) Rozhodněte o sudosti resp. lichosti funkce.

(b) Určete definiční obor a obor hodnot funkce.

(c) Určete na kterých intervalech je funkce rostoucí resp. klesající.

(d) Nakreslete přibližně její graf.

(e) Na jaké (největší) intervaly je možné funkci omezit, aby byla prostá?

(f) Pro všechny možnosti z bodu (e) určete funkci inverzní.

(g) Určete definiční obory a obory hodnot funkcí z bodu (f).

(h) Rozhodněte, zda jsou funkce z bodu (f) rostoucí resp. klesající.

(i) Nakreslete přibližně grafy funkcí z bodu (f).

3. V \mathbf{R} řešte rovnice a nerovnice

a) $\frac{5 \log x + 3}{3 \log x - 4} = \frac{\log x + 5}{3 \log x - 4} - 2$

b) $4^x + 3^{x+3} = 4^{x+3} - 3^{x+2}$

- c) $0 \leq \frac{|\log x| - 1}{3} < 1$
d) $\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$
e) $8 \cdot 2^{x^2 + 4x} \leq 2^{2x + 6}$
f) $\log\left(-\frac{36}{x^2} - \frac{6}{x} + 2\right) + 2 \log x \leq \log(x + 4) + \log(x - 4)$

4. Načrtněte grafy funkcí:

- a) $f : y = \log_x \log_x x$.
b) $f : y = |\log_2(x + 2) - 1|$.

5. Nalezněte inverzní funkci k funkci

$$y = 10^{x-3}.$$

Nalezněte inverzní funkci hyperbolickému sinu, tj funkci:

$$y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

6. Určete definiční obor funkcí

- a) $y = \frac{\ln 1 - x^2}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$,
b) $y = \ln \sin(x - 3) + \sqrt{16 + x^2}$
c) $y = \sqrt{\ln \frac{5x - x^2}{4}}$
d) $y = \frac{3}{4 - x^2} + \ln(x^3 - x)$