

## Komplexní čísla

1. Vyádřete v algebraickém tvaru čísla:

a)  $\left(\frac{1+2i}{1-2i}\right)^2 - \left(\frac{1-2i}{1+2i}\right)^2$ ,

b)  $\frac{1}{i} + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}$ ,

c)  $(1+i)^4$ ,

d)  $(2-2i)^5 \left((2-2i)^*\right)^3$ ,

e)  $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$ .

2. Vypočtete absolutní hodnoty čísel z předchozího příkladu.

3. Řešte rovnice v oboru komplexních čísel:

a)  $z^2 - 3z + 3 - i = 0$ ,

b)  $z^6 - 0 = 0$ ,

c)  $|z| - z = 1 + 2i$ ,

d)  $|z| = z^3$ ,

e)  $(1-i)z^2 - 2(4+i)z + 3 + 11i = 0$ ,

f)  $z^3 + 1 = 0$ ,

g)  $z^3 - 1 = 0$ .

4. Zapište v goniometrickém tvaru komplexní čísla:

a)  $1 + i$ ,

b)  $-\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$ ,

c)  $-i^5$ ,

d)  $-\frac{1}{4}(1 + i\sqrt{3})$ .

5. V Gaussově rovině znázorněte množinu, pro kterou jsou splněny následující rovnosti nebo nerovnosti:

- a)  $|z - 1| \leq 1$ ,
- b)  $|z - 1| = |z + 1| + 3$ ,
- c)  $|z + 2 - i| > 2$ ,
- d)  $1 \leq |3iz - 1| < 3$ .