

1. Střelec provedl $N = 150$ výstřelů na terč, který je tvořen soustavou $n = 5$ mezikruží MK_i , $i = 1, \dots, 5$. Mezikruží MK_i přitom zasáhl N_i krát, kde $N_1 = 15, N_2 = 20, N_3 = 35, N_4 = 45, N_5 = 35$. Za zásah mezikruží MK_i získal i -bodů. Náhodnou veličinu X s diskrétním rozdělením definujeme jako počet bodů získaných pro jeden náhodný výstřel.

- Určete rozdělení veličiny X , $\{(x_i, p_i)\}$, kde $p(i)$ je pravděpodobnost i , kdy $x_i = i$.
- Pravděpodobnost, že pro náhodný výstřel získá střelec alespoň I bodů, $I = 1, 2, 3, 4, 5$.
- Střední hodnotu veličiny X
- Střední kvadratickou odchylku veličiny X .
- Pravděpodobnost, že při výstřelu získá střelec počet bodů v intervalu $i \in [2, 4]$.

2. Jaká je pravděpodobnost, že při současném hodu šesti kostkami padne

- a) na každé kostce jiné číslo,
- b) samé jedničky,
- c) alespoň tři dvojky,
- d) právě tři dvojky,
- e) všechna čísla stejná,
- f) všechna čísla lichá,
- g) součet n , $n = 6, \dots, 36$.

3. Čtyři osoby si v šatně odložily kabát. Šatnářka při odchodu rozdala kabáty náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že

- a) všechny osoby budou mít svůj kabát,
- b) žádná z osob nebude mít svůj kabát,
- c) alespoň jedna osoba bude mít svůj kabát,
- d) právě jedna osoba bude mít svůj kabát.

4. Dokažte následující kombinatorické identity:

a)

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n$$

b)

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k},$$

c)

$$\sum_{i=0}^r \binom{n+i}{i} = \binom{n+r+1}{r},$$

d)

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}, \quad n > 0; k \geq 0.$$

5. Klíčivost semen je ϑ (pravděpodobnost, že semínko vyklíčí), zasadíme-li n semen, jaká je pravděpodobnost, že

- a) vyklíčí alespoň jedno semeno?
- b) vyklíčí alespoň k semen?
- c) vyklíčí právě k semen?