

### Grupová rychlost v rovinných světlovodech

Z podmínky stojatého vlnění ve směru osy  $x$  jsme dostali rovnici

$$2L n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \vartheta - 2\varphi_e = m 2\pi \quad (1)$$

$$n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \vartheta = k_x,$$

$$L \sqrt{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2} - \varphi_e = m \pi \quad (2)$$

kde pro změnu fáze při totálním odrazu  $\varphi_e$  platí (pro TE polarizaci)

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_e}{2} = \frac{\sin^2 \vartheta_c}{\sin^2 \vartheta} - 1 \quad (3)$$

$$\sin^2 \vartheta_c = 1 - \sin^2 \alpha_c = 1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

$$\sin^2 \vartheta = \frac{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2}{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi_e}{2} = \frac{\beta^2 - \left(n_2 \frac{\omega}{c}\right)^2}{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2} \quad (4)$$

Po dosazení (4) do (2) dostáváme disperzní relaci

$$\operatorname{tg}^2 \left[ \frac{L}{2} \sqrt{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2} - m \frac{\pi}{2} \right] = \frac{\beta^2 - \left(n_2 \frac{\omega}{c}\right)^2}{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2} \quad (5)$$

Grupovou rychlost jednotlivých módů můžeme získat z disperzní relace jako

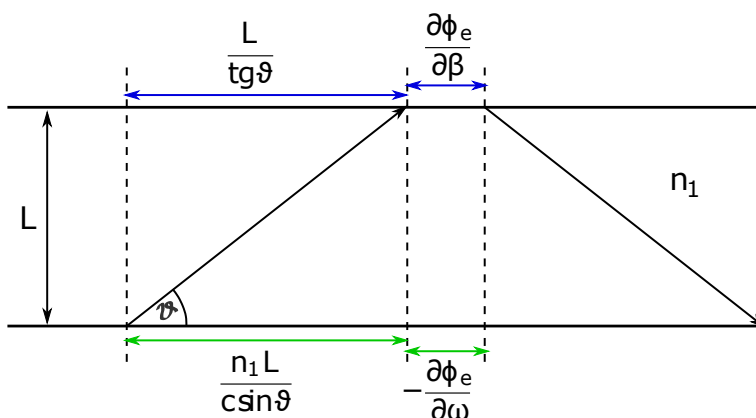
$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}. \quad (6)$$

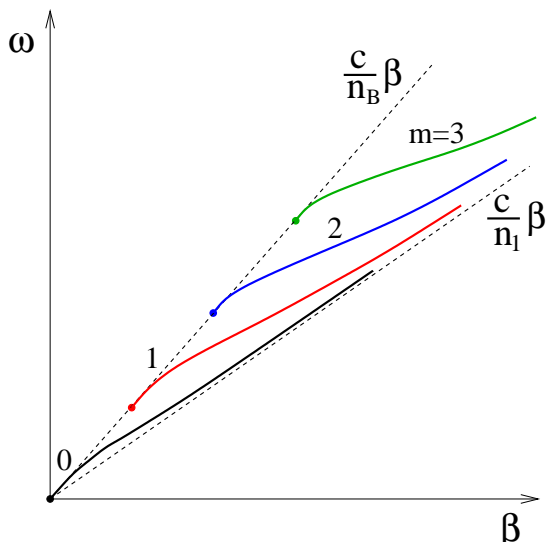
Jistý půvab ale má vrátit se k rovnici (2) a získat z ní grupovou rychlost derivováním celé rovnice podle vlnového čísla ( $d/d\beta$ ):

$$L \frac{n_1^2 \frac{\omega}{c^2} v_g - \beta}{\sqrt{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2}} = \frac{\partial \varphi_e}{\partial \beta} + \frac{\partial \varphi_e}{\partial \omega} v_g$$

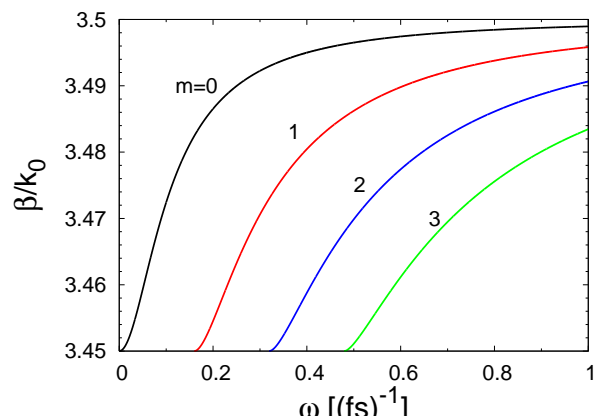
Po úpravě  $\text{tg } \vartheta = \sqrt{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2} / \beta$  a  $\sin \vartheta = \sqrt{\left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^2} / \left(n_1 \frac{\omega}{c}\right)$  dostáváme

$$v_g = \frac{\frac{L}{\text{tg } \vartheta} + \frac{\partial \varphi_e}{\partial \beta}}{\frac{n_1 L}{c \sin \vartheta} - \frac{\partial \varphi_e}{\partial \omega}} \quad (7)$$

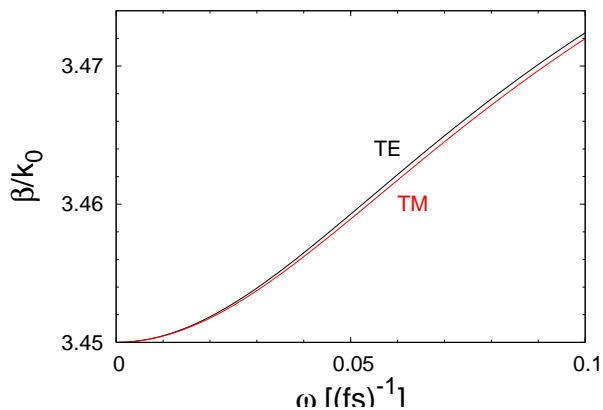




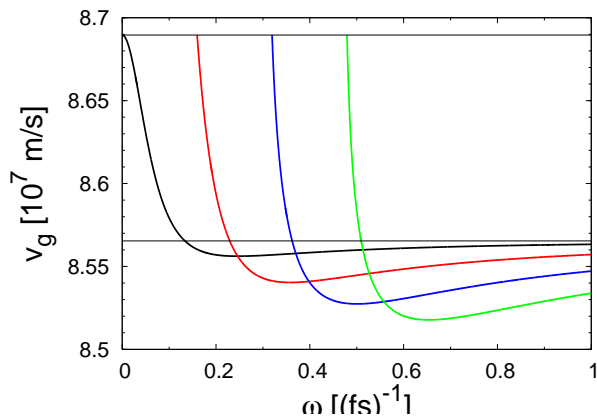
Obrázek 1: Náčrtek disperzní relace v symetrickém světlovodu.



Obrázek 2: Disperzní relace několika módů v  $10\ \mu\text{m}$  širokém rovinném světlovodu s  $n_1 = 3,5$  a  $n_B = 3.45$  ( $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ).



Obrázek 3: Disperzní relace TE a TM módů pro  $m = 0$  ve světlovodu z obr. 2.



Obrázek 4: Grupová rychlost několika módů pro světlovod z obr. 2. Vodorovné čáry označují rychlosti  $c/n_1$  a  $c/n_B$ .