

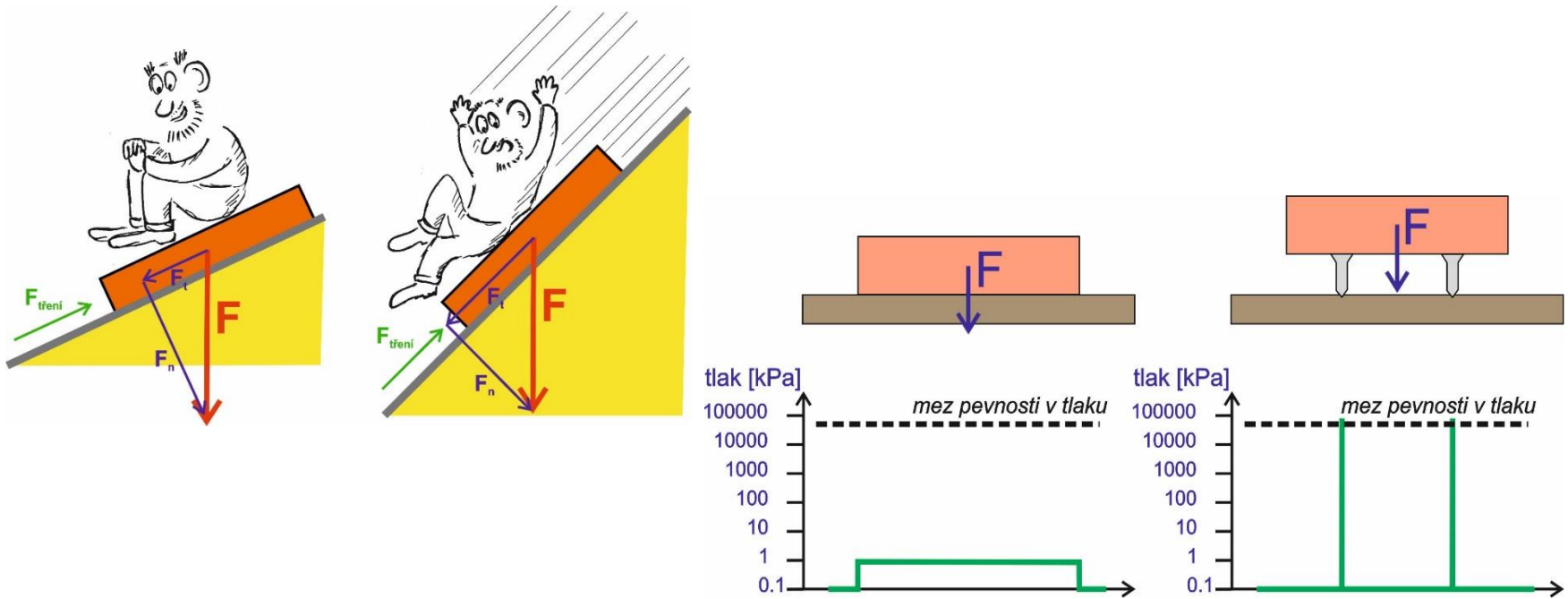
# **SEISMOLOGIE A SEISMOTEKTONIKA**

## **část 2.: Fyzika zemětřesení**

# 2.1: Napětí, napjatost a jeho grafické znázornění

Předpokládáme-li zemětřesení generované náhlým pohybem na zlomu, pak vznik zemětřesení souvisí se silami působícími na plochu zlomu.

tečná síla  $F_t$  musí být větší, než třecí síly bránící pohybu podél plochy.



Výsledná deformace ale nezávisí jen na celkové velikosti síly působící na plochu, ale spíše na její intenzitě (intenzita síly – tlak).

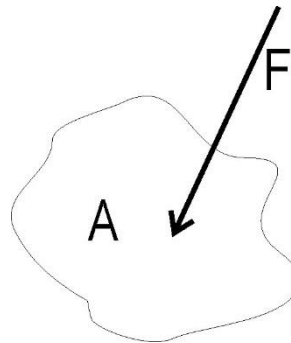
# Napětí

je veličina vyjadřující celkovou sílu působící na jednotkový element plochy

## tlak:

$P$  ... skalární veličina ( $F$  je celková síla působící na plochu,  $A$  je obsah plochy)

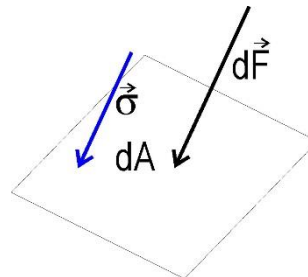
$$P = \frac{F}{A}$$



## vektor napětí:

$\sigma$  ... vektorová veličina ( $F$  je vektor síly působící na plochu,  $A$  je obsah plochy)

$$\vec{\sigma} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$





Vektor napětí lze rozložit na dvě složky:

$\sigma_n$  ... normálové napětí (kolmé na plochu, na níž napětí působí)

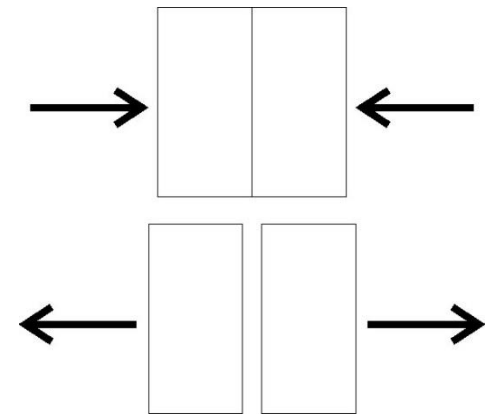
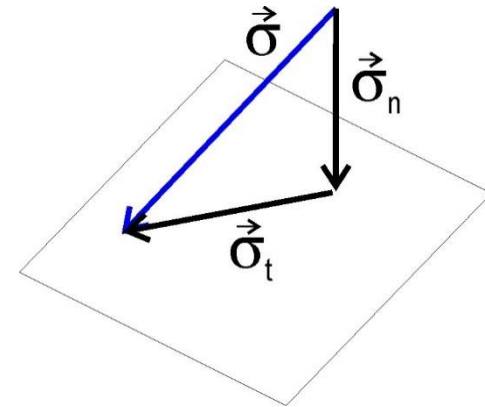
$\sigma_t$  ... tečné napětí (paralelní s plochou, na níž napětí působí)

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_n + \vec{\sigma}_t$$

Normálové napětí může nabývat kladné i záporné hodnoty, podle smyslu působení vektoru napětí!

V rámci napěťové analýzy používané v geologii je obvyklá úmluva:

- **kladné hodnoty = komprese**
- **záporné hodnoty = tah**

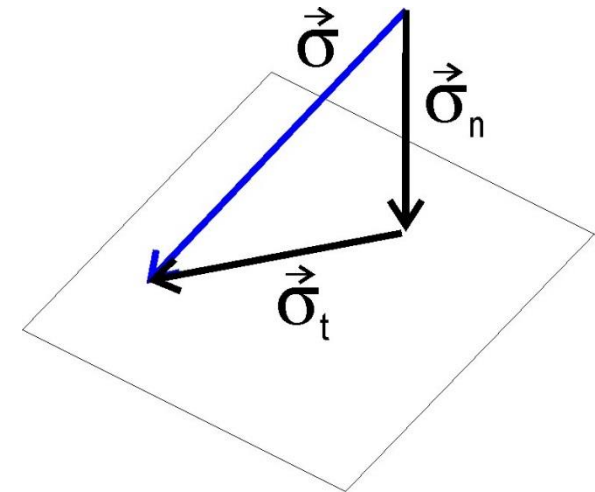


Vektor napětí závisí nejen na působící síle, ale také na orientaci plochy (tedy na orientaci objektu, na který síla působí) - **popisuje tedy napětí pouze ve vztahu ke konkrétnímu objektu** (ať už skutečnému nebo imaginárnímu).

### tenzor napětí:

$\sigma$  ... tenzorová veličina

$$\vec{F} = \sigma \cdot \vec{N} \quad \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$



kde  $\mathbf{F}$  je síla působící na element plochy,  $\mathbf{N}$  je vektor jehož směr je shodný se směrem vektoru normály elementu plochy a který má velikost shodnou s obsahem elementu plochy

Vektor  $\mathbf{N}$  můžeme vyjádřit jako součin jednotkového vektoru normály elementu plochy  $\mathbf{n}$  a velikosti obsahu tohoto elementu  $d\mathbf{A}$ :

$$\vec{\mathbf{F}} = \sigma \cdot \vec{\mathbf{N}} = \sigma \cdot \vec{\mathbf{n}} \cdot d\mathbf{A}$$

Vzpomeňme si na vztah mezi vektorem síly, obsahem elementu plochy, na kterou síla působí, a vektorem napětí:

$$\vec{\sigma} = \frac{d\vec{\mathbf{F}}}{d\mathbf{A}}$$

Vidíme, že tenzor napětí popisuje vztah mezi vektorem normály plochy (tedy mezi orientací plochy) a mezi vektorem napětí působícím na tuto danou plochu:

$$\vec{\sigma} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{d\mathbf{A}} = \sigma \cdot \vec{\mathbf{n}}$$

# Cauchyho pravidlo

Tenzor napětí popisuje obecně napjatost v daném bodě a umožňuje pro libovolně orientovaný element plochy určit směr a velikost vektoru napětí.

$$\vec{\sigma} = \sigma \cdot \vec{n}$$

$$p_i = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} l_j$$

kde  $p_i$  jsou složky **vektoru** napětí,  $\sigma_{ij}$  jsou složky **tenzoru** napětí a  $l_j$  jsou směrové cosiny normály plochy

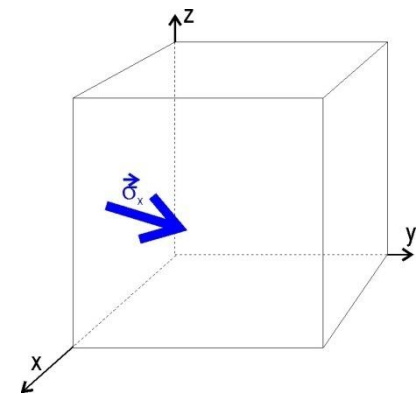


*Augustin Louis Cauchy*  
(1789-1857)

Tenzor napětí má obecně **děvět** složek a lze jej vyjádřit **maticí 3x3**:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

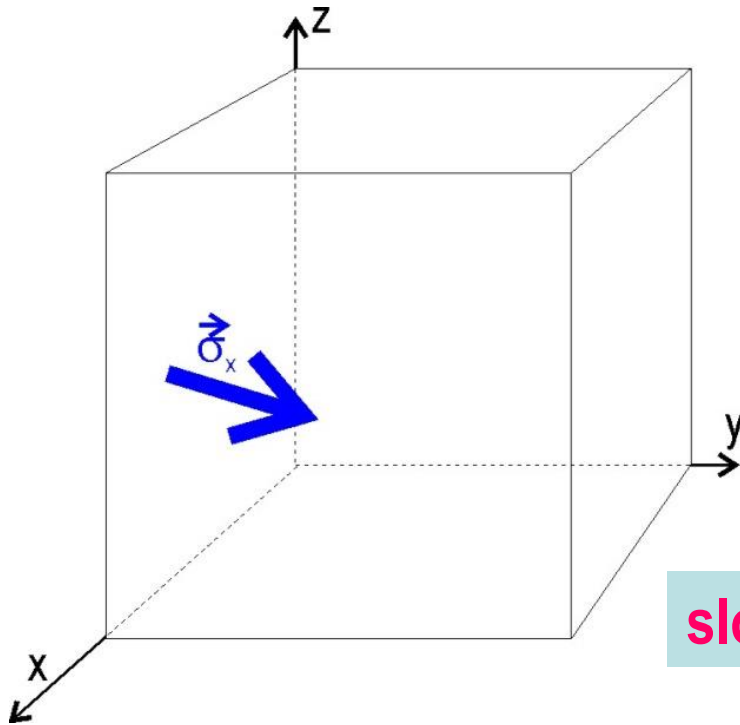
Všimněme si, jaké složky mají vektory napětí působící na plochy kolmé k osám souřadné soustavy.



Sledujme vektor napětí působící na plochu kolmou na osu x. Vyjdeme z Cauchyho pravidla:

$$p_i = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} l_j$$

Složky **vektoru** napětí pak jsou totožné se složkami v prvním řádku **tenzoru** napětí:



složka paralelní s osou x

složky kolmé k ose x

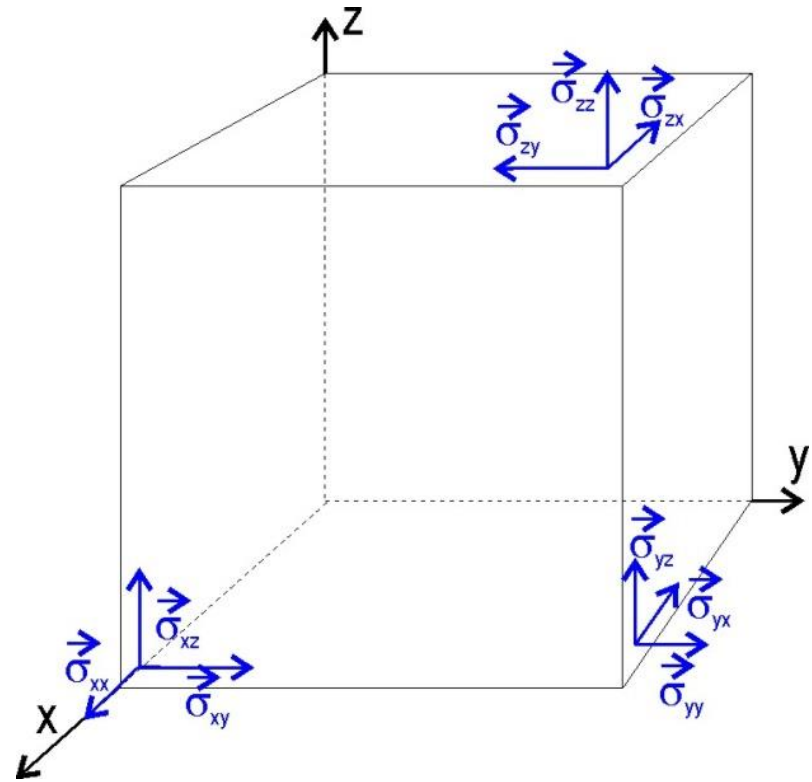
$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix}$$

Devět složek tenzoru napětí tak odpovídá devíti složkám sil působících na tři stěny krychle orientované paralelně se souřadnými osami.

Složky  $\sigma_{ij}$  a  $\sigma_{ji}$  odpovídají složkám  $F_{ij}$  a  $F_{ji}$  ( $i \neq j$ ), momenty těchto sil mají stejný směr a opačný smysl.

Celkový součet všech momentů sil musí být v rovnovážném stavu nulový, jinak by krychle měla tendenci rotovat.

To ovšem znamená, že složky  $F_{ij}$  a  $F_{ji}$  a tedy i  $\sigma_{ij}$  a  $\sigma_{ji}$  se musí vzájemně rovnat.

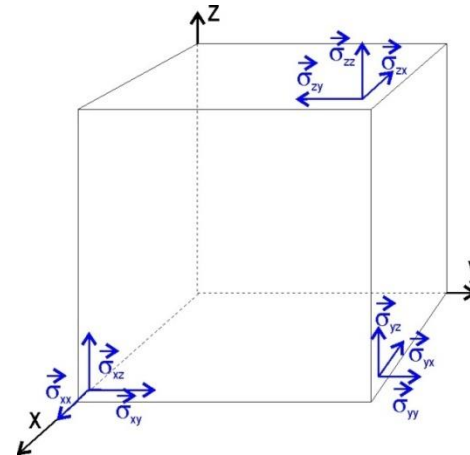


Za předpokladu rovnováhy sil platí:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

Tenzor napětí je pak symetrickým tenzorem se šesti nezávislými složkami, který lze vyjádřit maticí 3x3.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$



Důležitými veličinami jsou **charakteristická čísla** a **charakteristické vektory** této matice.



**Charakteristická čísla jsou kořeny vztahu:**

$$\det(\sigma - \lambda \mathbf{I}) = 0$$

kde  $\mathbf{I}$  je jednotková matice,  $\sigma$  je tenzor napětí a  $\lambda$  je charakteristické číslo. Charakteristická čísla lze tedy chápat jako kořeny kubické rovnice:

$$a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0$$

kde pro parametry rovnice platí (protože tenzor napětí je symetrický):

$$a = -1$$

$$b = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$c = \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{22}\sigma_{33}$$

$$d = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{12}^2\sigma_{33} - \sigma_{13}^2\sigma_{22} - \sigma_{23}^2\sigma_{11}$$

**Charakteristická čísla tenzoru napětí nazýváme hlavními napětími a označujeme je:**

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

**Aritmetický průměr hlavních napětí nazýváme středním napětím:**

$$\sigma_{\text{int}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

**Charakteristické vektory plynou ze vztahu:**  $\sigma \vec{\mathbf{v}}_i = \lambda_i \vec{\mathbf{v}}_i$

kde  $\mathbf{v}$  je charakteristický vektor,  $\sigma$  je tenzor napětí a  $\lambda$  je charakteristické číslo.

**Charakteristické vektory tenzoru napětí nazýváme hlavními směry napětí.**

Má-li charakteristický vektor jednotkovou délkou, můžeme vztah:

$$\sigma \vec{\mathbf{v}}_i = \lambda_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

přepsat jako:  $\sigma \vec{\mathbf{v}}_i = \vec{\sigma}_i$

Vektory na pravé straně rovnice pak mají **směr** daný **charakteristickým vektorem** (tj. hlavním směrem napětí) a **velikost** danou **charakteristickým číslem** (tj. hlavním napětím) a nazýváme je **hlavními vektory napětí**.

Všimněme si ještě jednou Cauchyho vztahu:  $\sigma \cdot \vec{\mathbf{n}} = \vec{\sigma}$

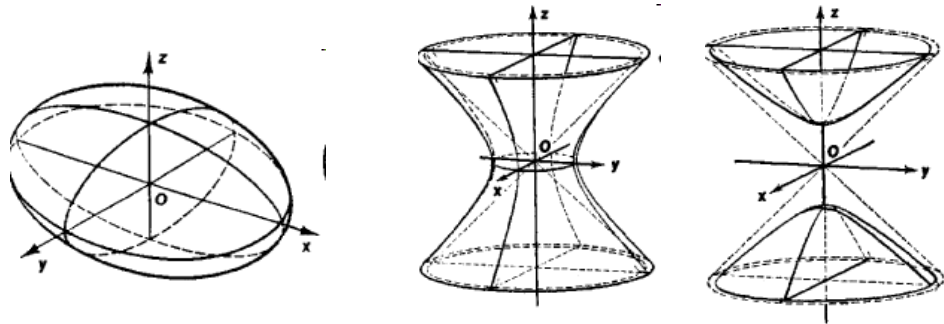
Jak vidíme, vektory hlavních napětí mají význam vektorů napětí působících na plochy kolmé k hlavním směrům napětí (tedy i k vektorům hlavních napětí). **Vektory působící na plochy kolmé k hlavním směrům napětí mají pouze normálovou složku!**

Symetrickou matici 3x3 lze považovat za vyjádření kvadratické plochy, tzv. **kvadriky**:

$$(x \quad y \quad z) \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1$$

$$x^2\sigma_{11} + y^2\sigma_{22} + z^2\sigma_{33} + 2xy\sigma_{12} + 2xz\sigma_{13} + 2yz\sigma_{23} = 1$$

Obecně je tato plocha nazývána **Cauchyho kvadrikou napětí**. Jsou-li všechna hlavní napětí kladná nebo všechna hlavní napětí záporná, pak je touto kvadrikou **elipsoid** a nazýváme jej **elipsoidem napětí**. Pokud mají hlavní napětí různá znaménka, pak je kvadrikou jednodílný nebo dvojdílný **hyperboloid**.



Tenzor napětí popisuje stav napjatosti v daném bodě. Pokud je v dané části kontinua stav napjatosti ve všech bodech popsán vždy shodným tenzorem napětí, označujeme napěťové pole v tomto prostoru jako **homogenní**.

Tenzor napětí můžeme rozložit na dvě základní složky: izotropní napětí a tzv. deviátor napětí (anizotropní část tenzoru napětí).

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} + \left( \sigma_{ij} - \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} \right)$$

kde  $\sigma_I$  je tzv. stopa tenzoru napětí a  $\delta_{ij}$  je Kroneckerův symbol

$$\text{izotropní část: } \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} \quad \text{deviátor : } \left( \sigma_{ij} - \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} \right)$$

Izotropní napětí popisuje všesměrnou část působícího napětí:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} + \left( \sigma_{ij} - \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} \right)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{11} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \end{pmatrix}$$

$$\text{izotropní část: } \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \end{pmatrix}$$

Deviátor napětí popisuje anizotropní část působícího napětí:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} + \left( \sigma_{ij} - \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} \right)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{11} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \end{pmatrix}$$

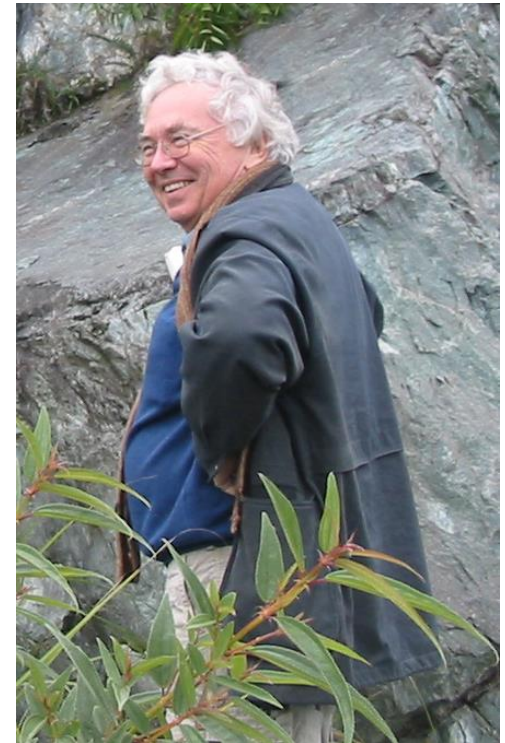
$$\text{deviátor} : \left( \sigma_{ij} - \frac{\sigma_I \delta_{ij}}{3} \right) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \end{pmatrix}$$

Úplný tenzor napětí je často na základě dostupných údajů neurčitelný. Obvykle je ale možné určit alespoň některé složky tenzoru napětí – na základě analýzy kinematiky zlomů jsou určitelné čtyři složky tenzoru napětí (tři složky vztažené k orientaci hlavních os, jedna složka popisující tvar kvadriky napětí).

Jacques Angelier proto zavedl tzv. **redukovaný tenzor napětí**, který má právě čtyři stupně volnosti:

$$\mathbf{T} = t_1 \cdot \boldsymbol{\sigma} + t_2 \mathbf{I}$$

kde  $\mathbf{T}$  je redukovaný a  $\boldsymbol{\sigma}$  úplný tenzor napětí,  $\mathbf{I}$  je jednotková matice a  $t_1$  a  $t_2$  jsou libovolná reálná čísla,  $t_1$  je kladné.



*Jacques Angelier (1947-2010)*



# *Mohrův graf*

Ke grafickému znázornění stavu napjatosti v daném bodě lze užít tzv. **Mohrova grafu** odvozeného **Otto Mohrem**, který vychází z grafické techniky navržené již v roce 1866 **Karlem Culmannem**.



*Karl Culmann*  
(1821-1881)



*Christian Otto Mohr*  
(1835-1918)

Pro odvození smyslu Mohrova grafu uvažujme nejprve, že se budeme zabývat působením napětí na takové **plochy**, které jsou **paralelní se směrem středního hlavního napětí**.

Normála plochy je tedy kolmá k vektoru středního hlavního napětí a jejich skalární součin musí být roven nule:  $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n} = 0$

Před chvílí jsme si vektory hlavních napětí definovali vztahem:  $\sigma \vec{v}_i = \vec{\sigma}_i$

Skalární součin vektoru hlavního napětí a normály plochy lze tedy vyjádřit také takto:

$$\sigma \vec{v}_2 \cdot \vec{n} = 0$$

a protože je tenzor napětí symetrický a nezáleží na tom, je-li charakteristický vektor levý či pravý, lze tento součin vyjádřit také takto:

$$\vec{v}_2 \sigma \vec{n} = 0$$

Všimněme si opět Cauchyho pravidla:  $\sigma \cdot \vec{n} = \vec{\sigma}$

To ale znamená, že:

$$\vec{v}_2 \cdot \vec{\sigma} = 0$$

**Vektor napětí působící na plochu paralelní se středním hlavním napětím je vždy kolmý na směr středního hlavního napětí!**

**Budeme-li tedy sledovat pouze plochy paralelní se středním hlavním napětím, budou všechny vektory napětí vztažené k těmto plochám ležet v rovině kolmé na směr středního napětí a v dalších úvahách se můžeme omezit na pouhé dva rozměry (rozměr ve směru středního napětí můžeme zanedbat, protože tato složka bude u všech vektorů napětí i u všech normálových vektorů ploch rovna nule).**

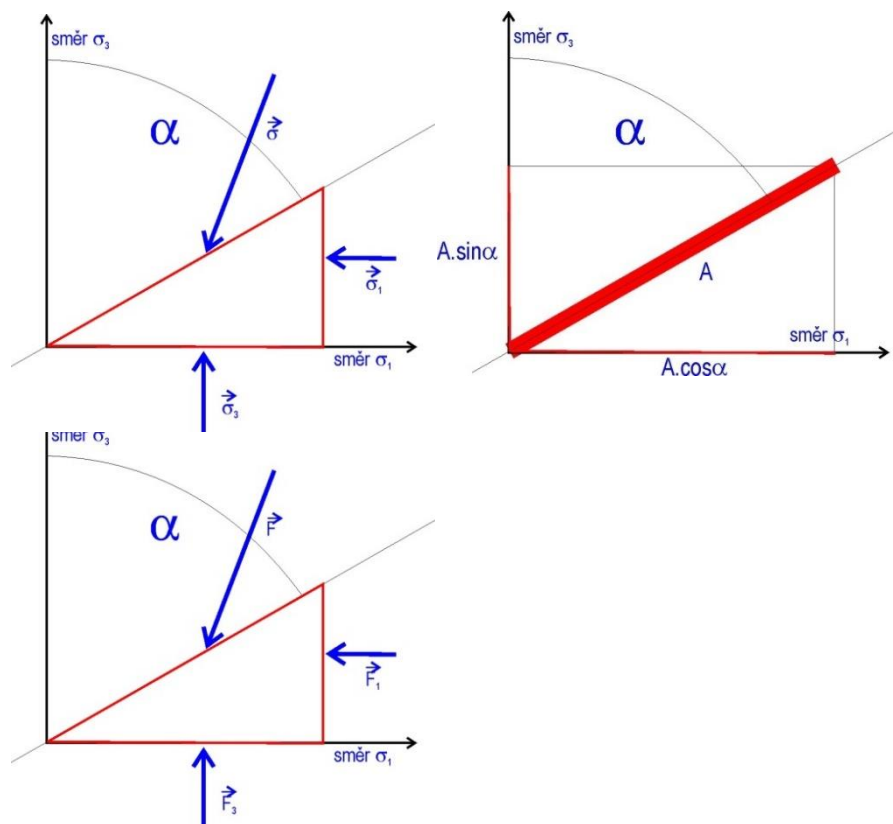
Na stěny trojbokého hranolu tvořeného plochou  $A$  a dvěma plochami paralelními s hlavními směry  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  působí tři vektory napětí. Přitom vektory napětí, které působí na plochy **kolmé** k hlavním směrům napětí, jsou na tyto plochy **kolmé**.

Stejně tak na tyto tři plochy působí tři síly:

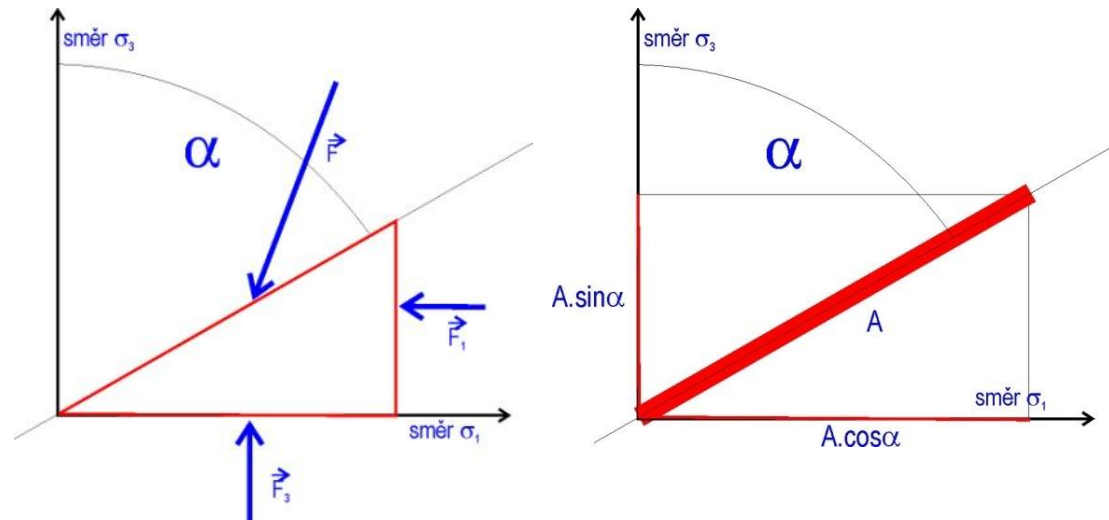
$$\vec{F}_A = \vec{\sigma} A$$

$$\vec{F}_1 = \vec{\sigma}_1 (A \cos \alpha)$$

$$\vec{F}_3 = \vec{\sigma}_3 (A \sin \alpha)$$



Všechny tři síly lze dále rozložit do složek paralelních s plochou A a kolmých na plochu A.



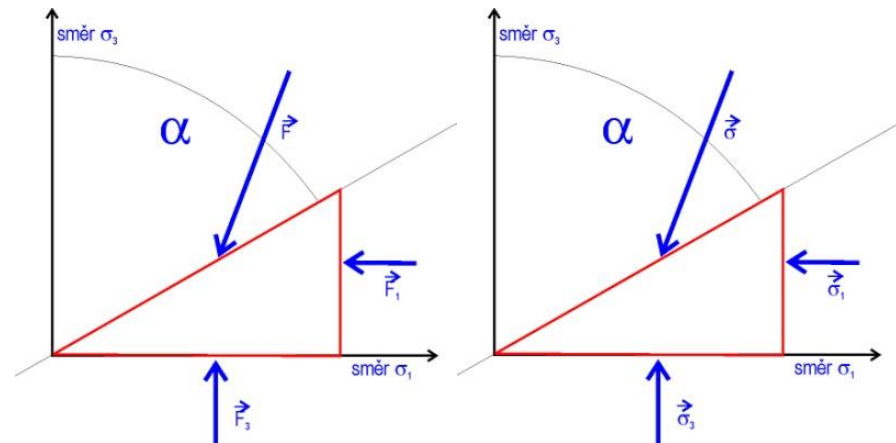
Sílu  $F_A$  rozložíme na normálovou a tečnou složku:

$$\vec{F}_A = (\vec{\sigma}_n + \vec{\sigma}_t)A = \vec{\sigma}_n A + \vec{\sigma}_t A$$

Síly  $F_1$  a  $F_3$  pak vyjádříme rozložením do odpovídajících směrů (paralelních s tečným a normálovým napětím působícím na ploše A) pomocí úhlu  $\alpha$ :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_1 \cos \alpha + \vec{F}_1 \sin \alpha = \vec{\sigma}_1 (A \cos \alpha) \cos \alpha + \vec{\sigma}_1 (A \cos \alpha) \sin \alpha$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_3 \sin \alpha + \vec{F}_3 \cos \alpha = \vec{\sigma}_3 (A \sin \alpha) \sin \alpha + \vec{\sigma}_3 (A \sin \alpha) \cos \alpha$$



Síly  $F_1$  a  $F_3$  pak vyjádříme rozložením do odpovídajících směrů (paralelních s tečným a normálovým napětím působícím na ploše A) pomocí úhlu  $\alpha$ :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_1 \cos \alpha + \vec{F}_1 \sin \alpha = \vec{\sigma}_1 (A \cos \alpha) \cos \alpha + \vec{\sigma}_1 (A \cos \alpha) \sin \alpha$$
$$\vec{F}_3 = \vec{F}_3 \sin \alpha + \vec{F}_3 \cos \alpha = \vec{\sigma}_3 (A \sin \alpha) \sin \alpha + \vec{\sigma}_3 (A \sin \alpha) \cos \alpha$$

**složka paralelní s  
normálovým napětím**

**složka paralelní s  
tečným napětím**

**Předpokládáme-li rovnovážný stav, pak musí být součet všech složek sil ve všech směrech nulový.**

Sečtème tedy všechny složky sil působících jednak kolmo na plochu a jednak paralelně s plochou:

$$F_n - F_1 \cos \alpha - F_3 \sin \alpha = 0$$

$$F_t A - F_1 \sin \alpha + F_3 \cos \alpha = 0$$

nebo jako součet složek napětí:

$$\sigma_n A - \sigma_1 (A \cos \alpha) \cos \alpha - \sigma_3 (A \sin \alpha) \sin \alpha = \sigma_n A - \sigma_1 A \cos^2 \alpha - \sigma_3 A \sin^2 \alpha = 0$$

$$\sigma_t A - \sigma_1 (A \cos \alpha) \sin \alpha + \sigma_3 (A \sin \alpha) \cos \alpha = \sigma_t A - (\sigma_1 - \sigma_3) A \sin \alpha \cos \alpha = 0$$



Upravme dále získané vztahy:  $\cancel{\sigma_n A} - \cancel{\sigma_1 A} \cos^2 \alpha - \cancel{\sigma_3 A} \sin^2 \alpha = 0$

$$\sigma_n - \frac{2\sigma_1 \cos^2 \alpha - 2\sigma_3 \sin^2 \alpha}{2} = 0$$

$$\sigma_n - \frac{\sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_1(1 - \sin^2 \alpha) - \sigma_3 \sin^2 \alpha - \sigma_3(1 - \cos^2 \alpha)}{2} = 0$$

$$\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 \cos^2 \alpha - \sigma_3 \cos^2 \alpha - \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha}{2}$$

$$\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \implies \sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha$$

---

$$\cancel{\sigma_t A} - (\sigma_1 - \sigma_3) \cancel{A} \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\sigma_t - (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0 \implies \sigma_t = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} \sin 2\alpha$$

Upravme dále získané vztahy:

$$\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$$

Jestliže obě rovnice umocníme a sečteme jejich strany, získáme novou rovnici:

$$\left( \sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \sigma_t^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha)$$

Součet druhých mocnin sinu a cosinu stejného úhlu je roven jedné a tedy:

$$\left( \sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \sigma_t^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2$$

$$\left( \sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \sigma_t^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2$$

Všimněme si, že se jedná o rovnici kružnice s proměnnými  $\sigma_n$  a  $\sigma_t$ , se středem  $S$  a poloměrem  $r$ :

$$S = \left[ \begin{array}{cc} \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} & 0 \end{array} \right]$$

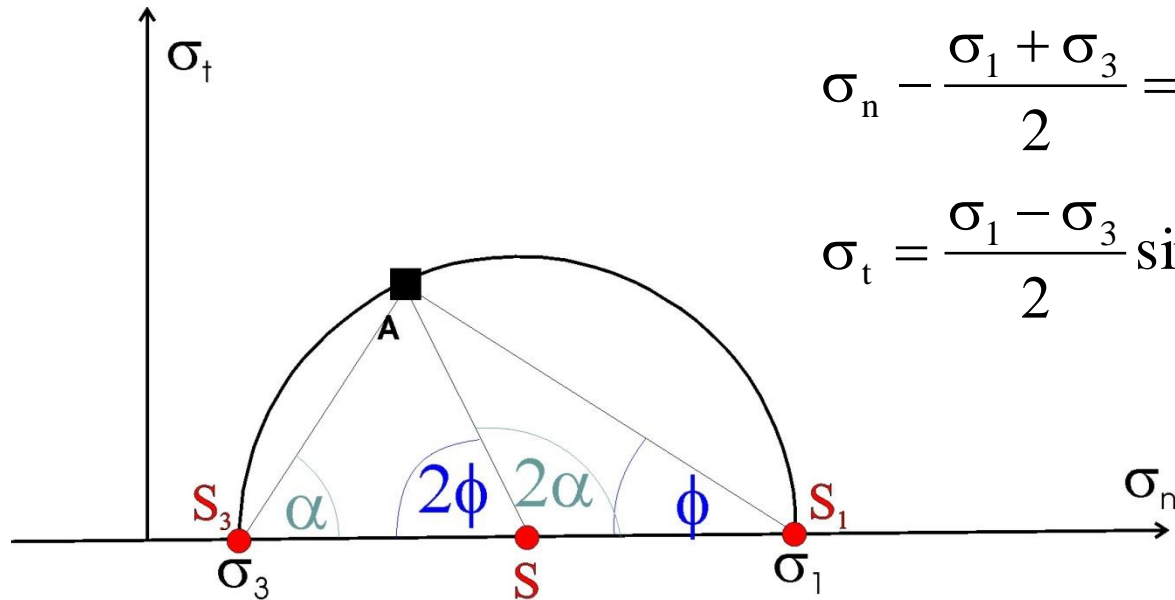
$$r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

To znamená, že pokud si zvolíme souřadnou soustavu, kde na **horizontální** osu vynášíme velikost **normálového napětí** a na **vertikální** osu velikost **tečného napětí** a současně si vyjádříme velikost vektoru napětí v této souřadné soustavě jako bod A (se souřadnicemi odpovídajícími velikosti normálové a tečné složky daného vektoru napětí), pak body odpovídající všem vektorům působícím na plochu paralelní se středním hlavním směrem napětí **leží na kružnici** se středem S a poloměrem r:

$$S = \left[ \begin{array}{cc} \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} & 0 \end{array} \right]$$

$$r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Tato kružnice se nazývá **Mohrova kružnice**.



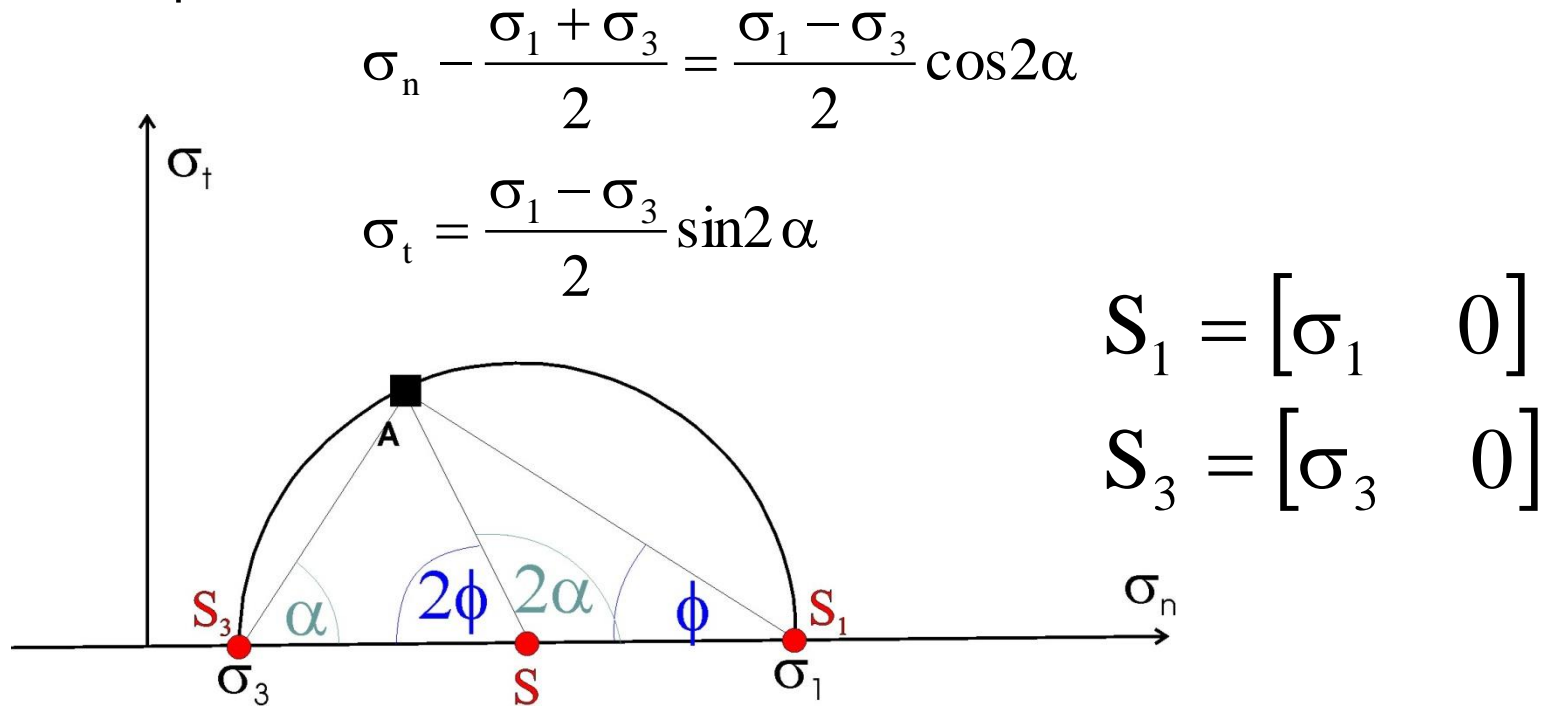
$$\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$$

Poměr mezi normálovou a tečnou složkou vektoru napětí závisí na orientaci plochy vůči hlavním směrům napětí. Tedy i pozice bodu reprezentujícího velikost složek vektoru napětí závisí na zmíněné orientaci.

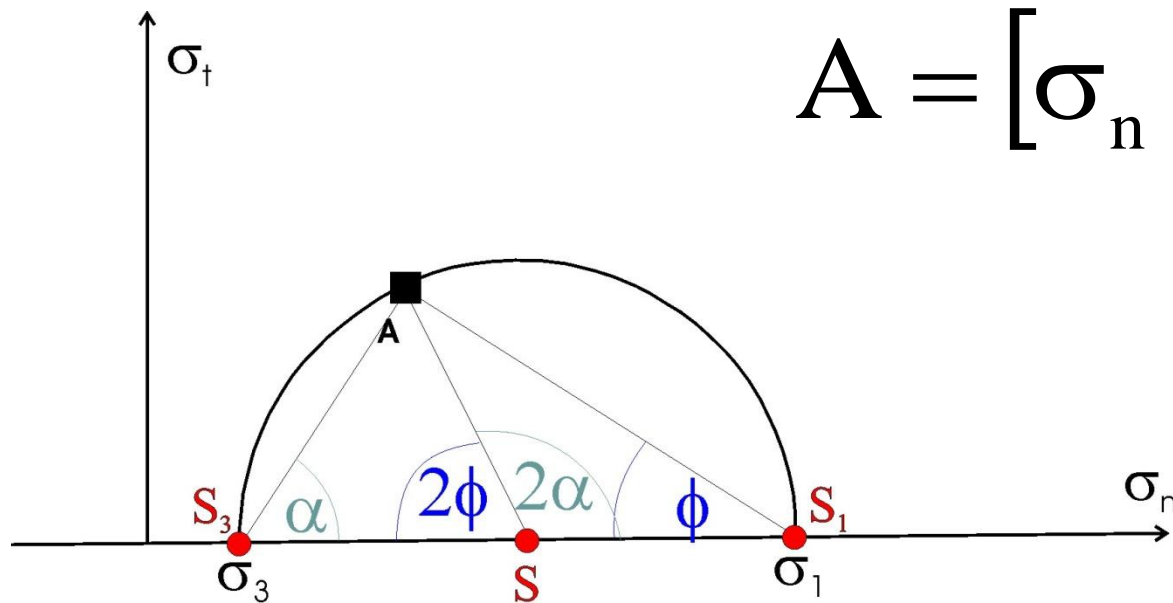
$\alpha$  je úhel svíraný osou maximální komprese a normálou plochy  
 $\phi$  je úhel svíraný osou maximální komprese a plochou

Body  $S_1$  a  $S_3$  popisují napěťový stav na plochách kolmých k hlavním směřům napětí.



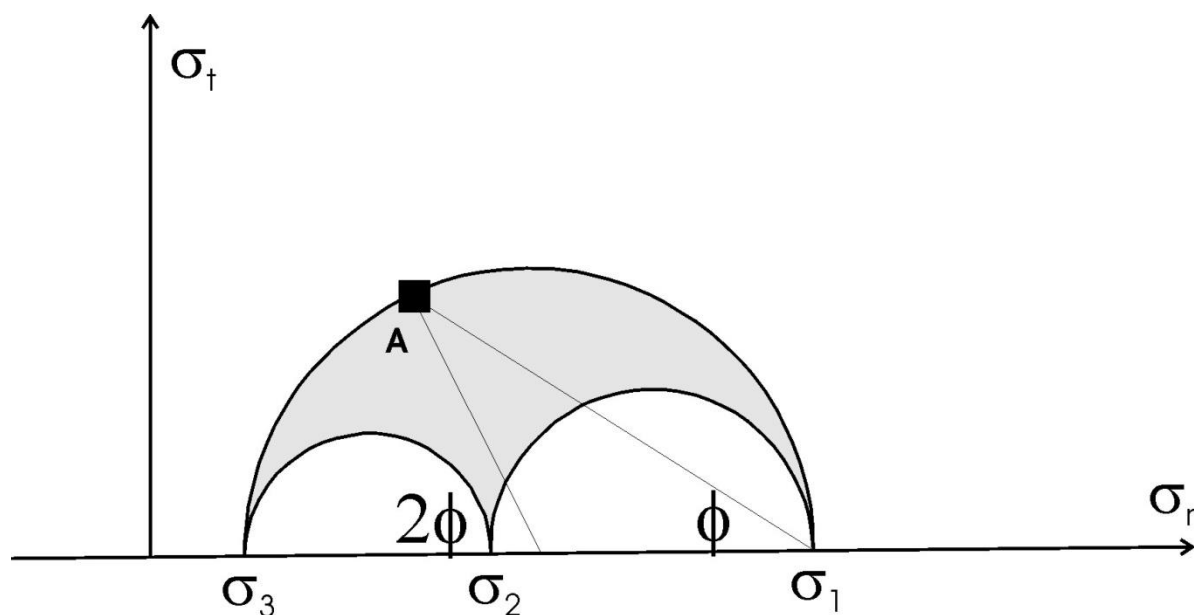
Bod A popisuje obecně napěťový stav na zkoumané ploše.

Již z grafu je vidět, že **největší střížné napětí** bude působit na plochy svírající s osou maximální komprese úhel  $45^\circ$  ( $2\alpha=2\phi=90^\circ$ ).



$$A = \begin{bmatrix} \sigma_n & \sigma_t \end{bmatrix}$$

Podobně lze sestavit Mohrovy kružnice pro plochy paralelní s dalšími dvěma směry hlavních napětí. Získáme tak tři Mohrovy kružnice, které na Mohrově grafu vymezují plochu reprezentující napěťové stavy všech dalších obecně orientovaných ploch.





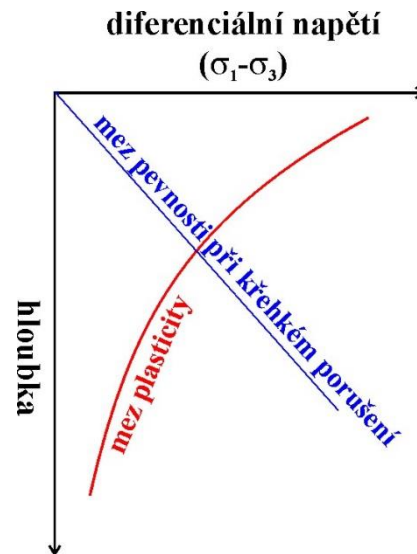
## 2.2: Vznik a reaktivace křehké poruchy

**K vytvoření nové křehké poruchy dojde ve chvíli, kdy stav napjatosti překročí meze pevnosti pro některou (libovolně orientovanou) plochu. Orientace novotvořené poruchy je dána orientací právě plochy, pro kterou byla mez pevnosti porušena.**

- Pro pohyb kolmý na plochu poruchy je třeba, aby byla překonána pevnost materiálu v tahu.
- Pro pohyb podél plochy poruchy je nutné překonat tření.

**Aby došlo k vytvoření křehké poruchy, je třeba, aby se materiál choval křehce.**

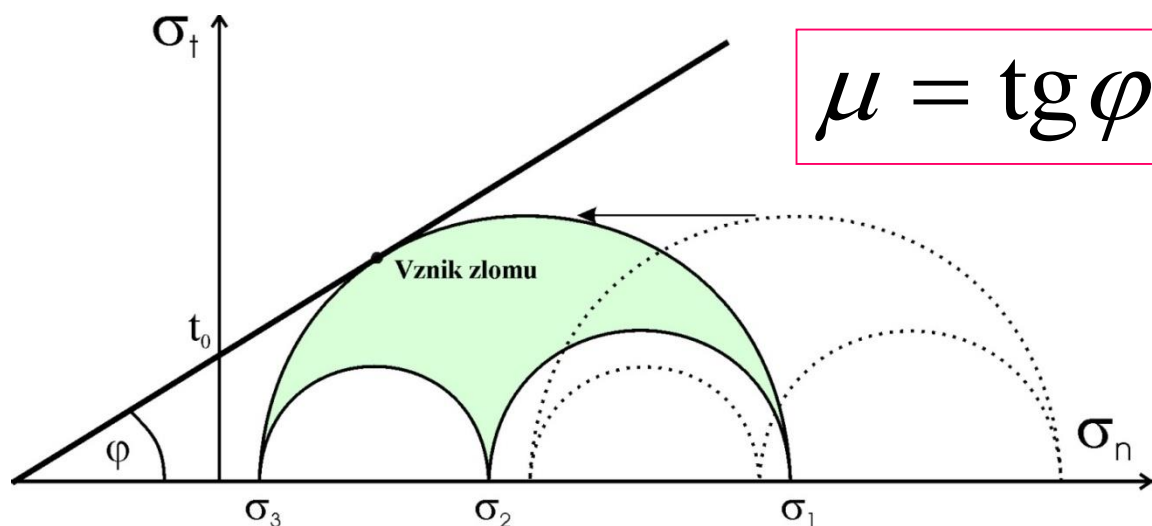
Křehké či plastické chování závisí na více faktorech, např. na tlaku či teplotě.



Nejjednodušší vztah popisující kritérium pro vznik novotvořených zlomů vychází z Coulombova pravidla pro tření - je proto nazýváno **Coulombovým** kritériem:

$$\sigma_t = \mu \sigma_n + t_0$$

kde  $\mu$  je koeficient vnitřního tření a  $t_0$  je koheze (soudržnost) materiálu.

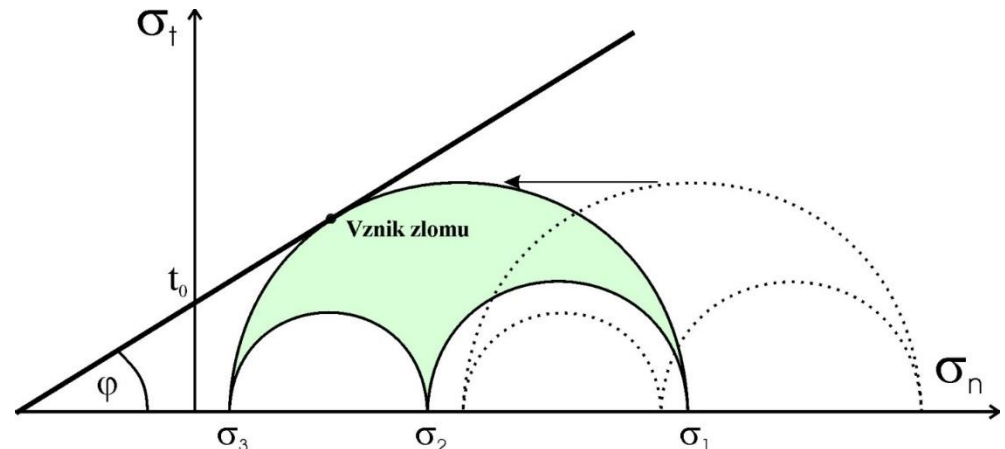


*Charles Augustin Coulomb*  
(1736-1806)

**Coulombovo kritérium:**  $\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$   $\mu = \operatorname{tg} \varphi$

Veličiny „koeficient vnitřního tření“ a „úhel vnitřního tření“ nejsou **reálnými** parametry tření, protože dokud se nevytvoří zlom, neexistuje reálná plocha, na které by mohlo být tření definováno. Velikost koeficientu vnitřního tření je obvykle mírně **vyšší**, než velikost statického tření na reálné ploše.

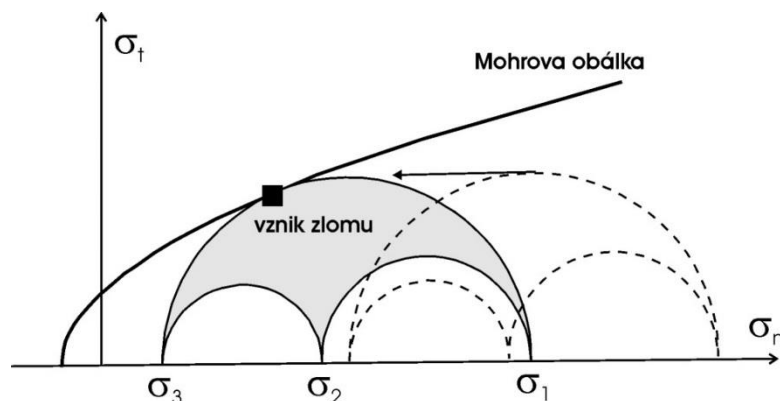
Coulombovo kritérium uspokojivě vysvětluje pouze vznik střížných zlomů. Neumí vysvětlit vznik tahových zlomů a není platné v oblasti malých normálových napětí.



Obecněji popisuje vznik novotvořených zlomů tzv. **parabolické** či **Griffithovo** kritérium, které vychází z Griffithovy myšlenky, že tvorba jakékoli křehké poruchy je řízena existencí drobných trhlinek. Parabolické kritérium je odvozeno z jeho rovnic.

$$\sigma_{\tau}^2 = 4T_0\sigma_n + 4T_0^2$$

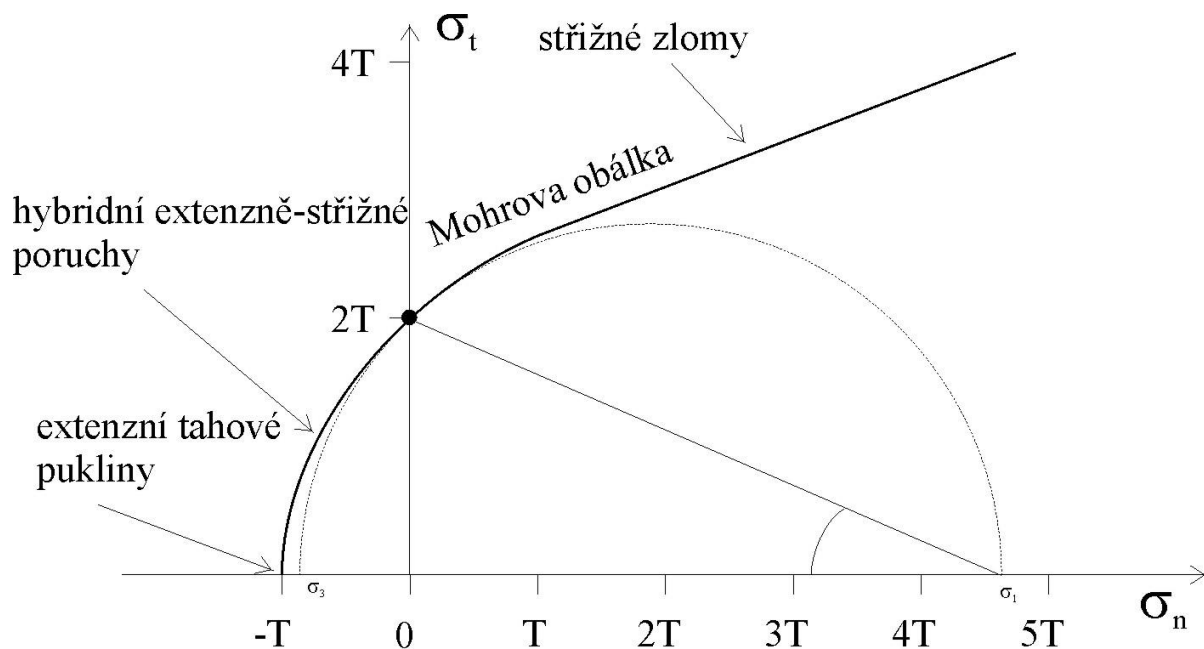
kde  $T_0$  je pevnost horniny v tahu. V Mohrově grafu je toto kritérium (které je rovnicí paraboly) znázorněno tzv. Mohrovou obálkou.



*Alan Arnold Griffith*  
(1893-1963)



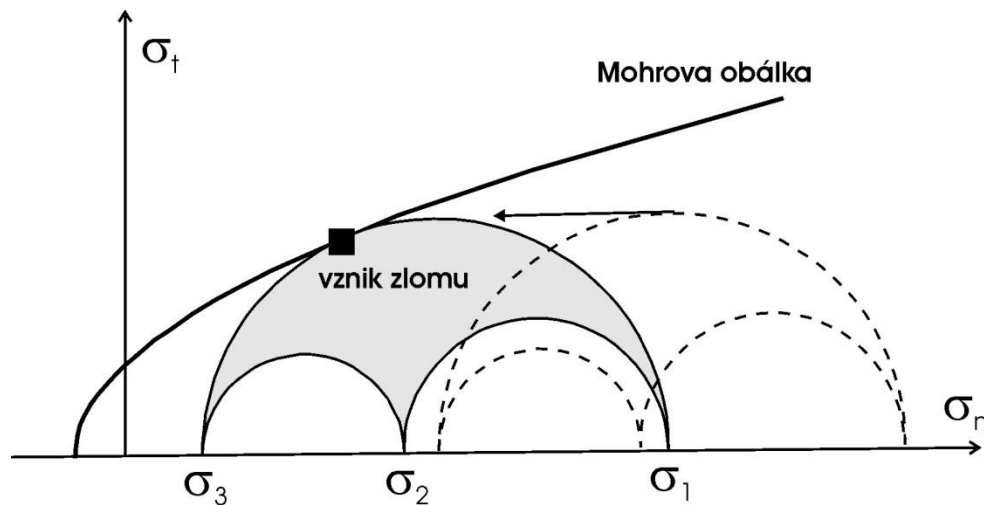
Bod dotyku Mohrovy kružnice a Mohrovy obálky závisí na poloměru Mohrovy kružnice. Podle konkrétní pozice místa dotyku pak vzniká extenzní tahová puklina, hybridní extenzně-střížná porucha a nebo klasický střížný zlom.



V každém bodě Mohrovy obálky lze určit tečnu:

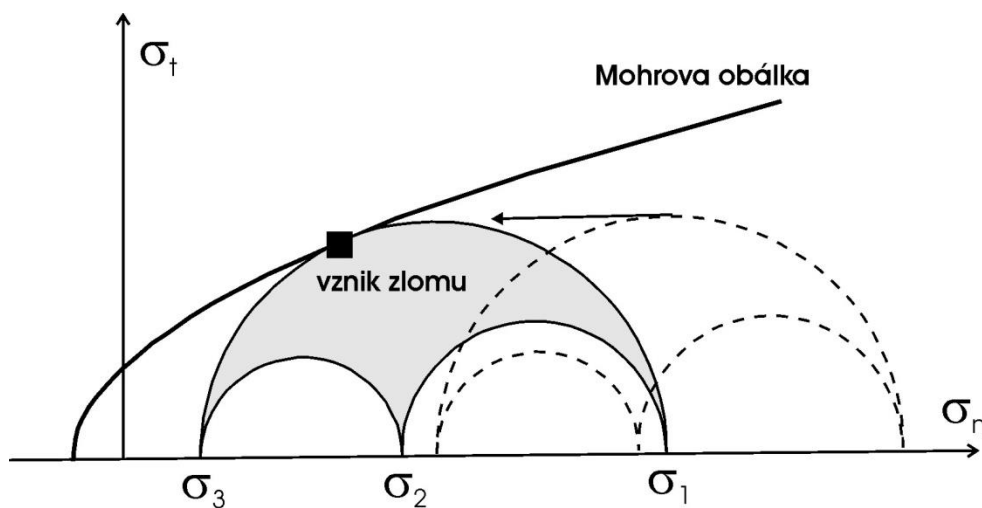
$$\tan \varphi = \frac{d\left(\sqrt{4T_0\sigma_n + 4T_0^2}\right)}{d\sigma_n} \quad \tan \varphi = \frac{2\sqrt{T_0}}{\sqrt{\sigma_n + T_0}}$$

kde  $\varphi$  je úhel, který svírá tečna s osou  $\sigma_n$ , a odpovídá úhlu vnitřního tření.



Tečna popisující parabolické kritérium v konkrétním bodě Mohrovy obálky představuje možné zjednodušení problematiky použitím Coulombova kritéria.

**K reaktivaci starší křehké poruchy dojde ve chvíli, kdy stav napjatosti překročí meze pevnosti pro tuto starší plochu. Meze pevnosti jsou ale odlišné od mezí pevnosti pro novotvořený zlom.**



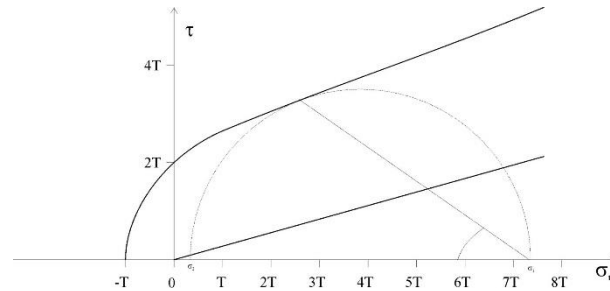


V případě reaktivace křehká porucha již **existuje** a pohybu podél této poruchy brání statické tření. Na existující diskontinuitě lze předpokládat až **nulovou kohezi**. Kritérium pro reaktivaci zlomu pak vychází z Coulombových vztahů pro tření:

$$\sigma_t = k\sigma_n$$

kde  $k$  je koeficient smykového tření na reaktivované ploše.

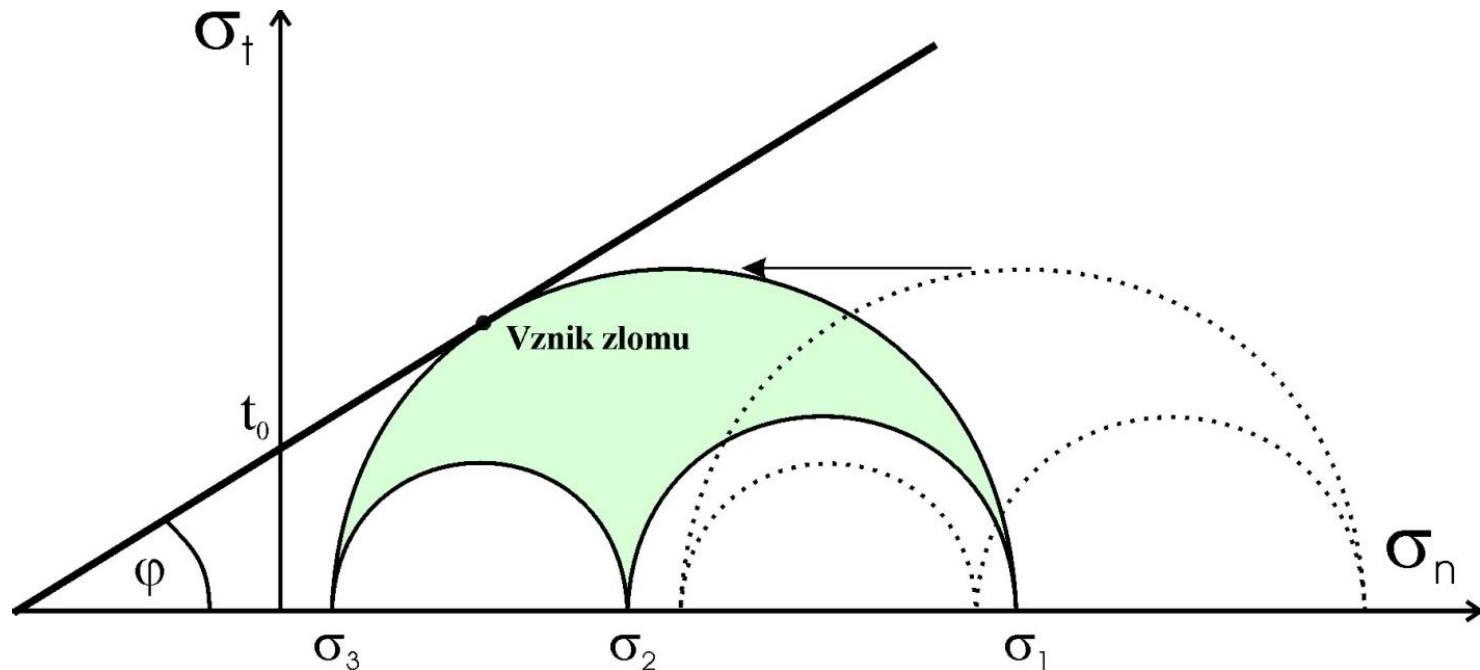
Vzhledem k nulové kohezi v případě reaktivovaného zlomu prochází přímka graficky znázorňující kritérium pro reaktivaci v Mohrově grafu počátkem souřadné soustavy.



Velikosti **koeficientu smykového tření  $k$**  a **koeficientu vnitřního tření  $\mu$**  jsou obecně různé - koeficient vnitřního tření hornin bývá **vyšší**.

# Hodnoty koeficientu tření

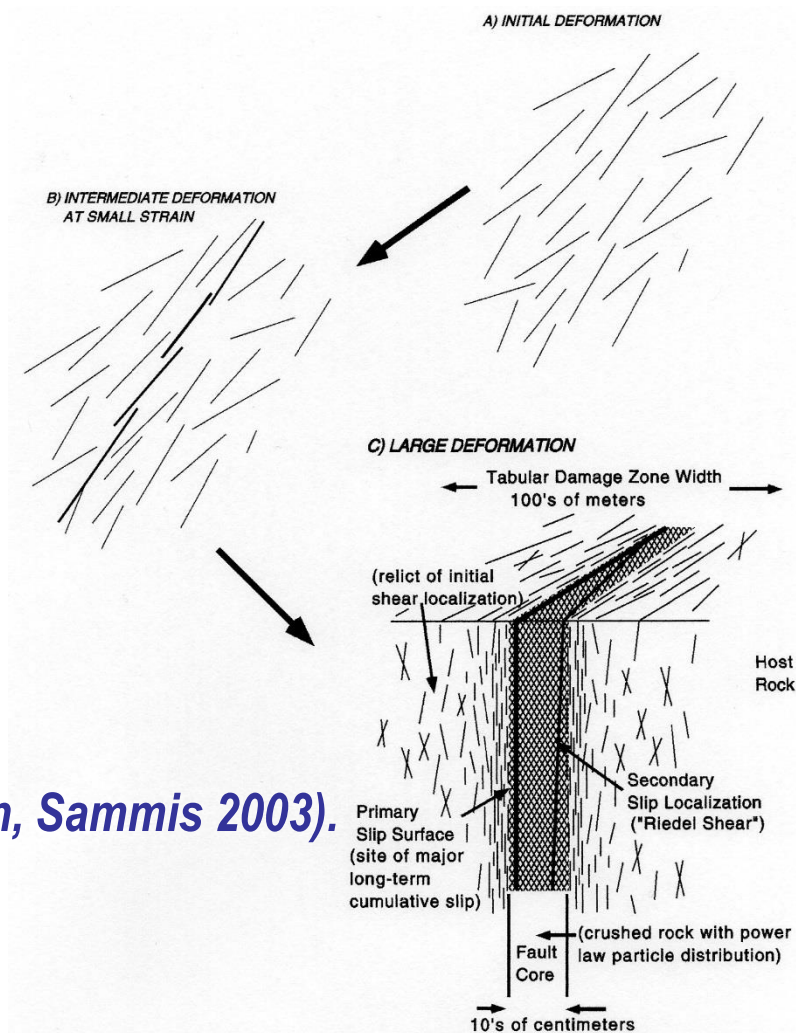
v horninovém prostředí se pohybují většinou v rozmezí 0.2 až 0.8.



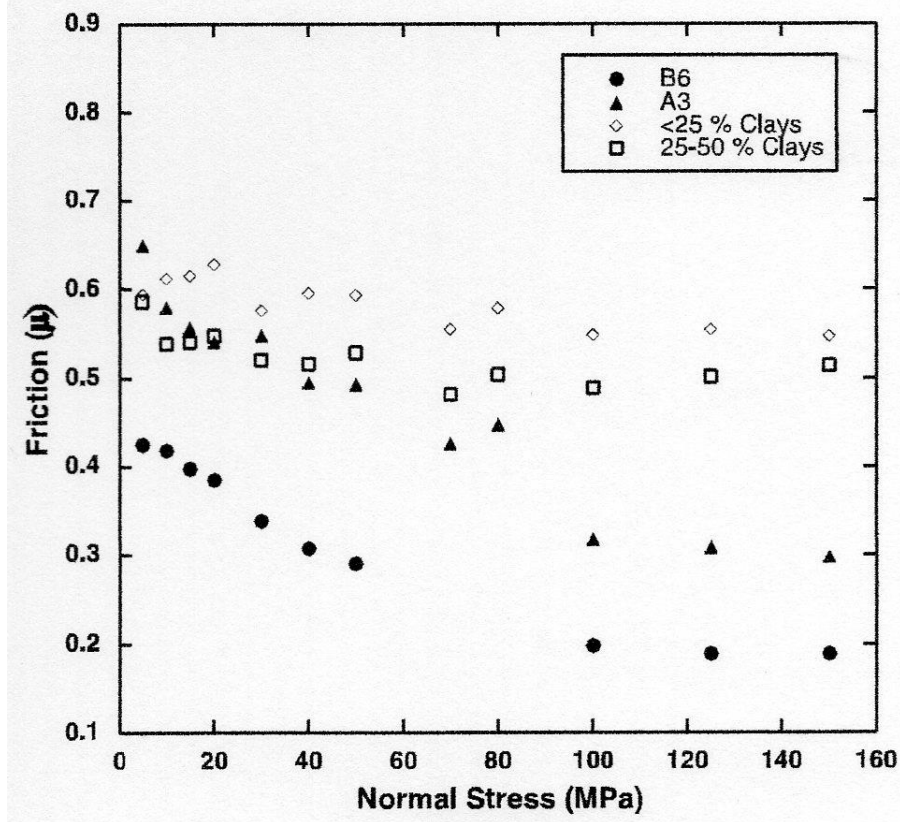
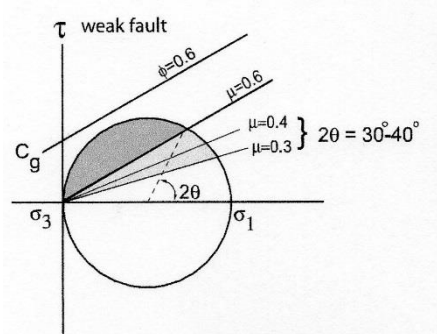
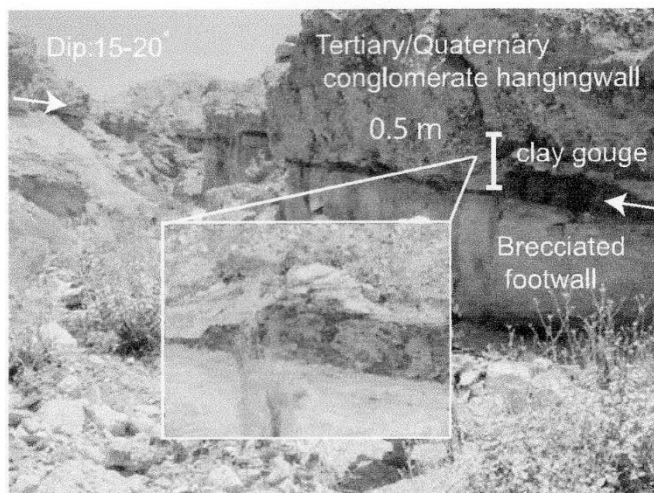
Při křehké deformaci dochází k různé míře porušení horninového prostředí.

Vlastní zlomová zóna je pak tvořena intenzivně porušenou horninou, která se může výrazně reologicky (i jinak) lišit od svého okolí.

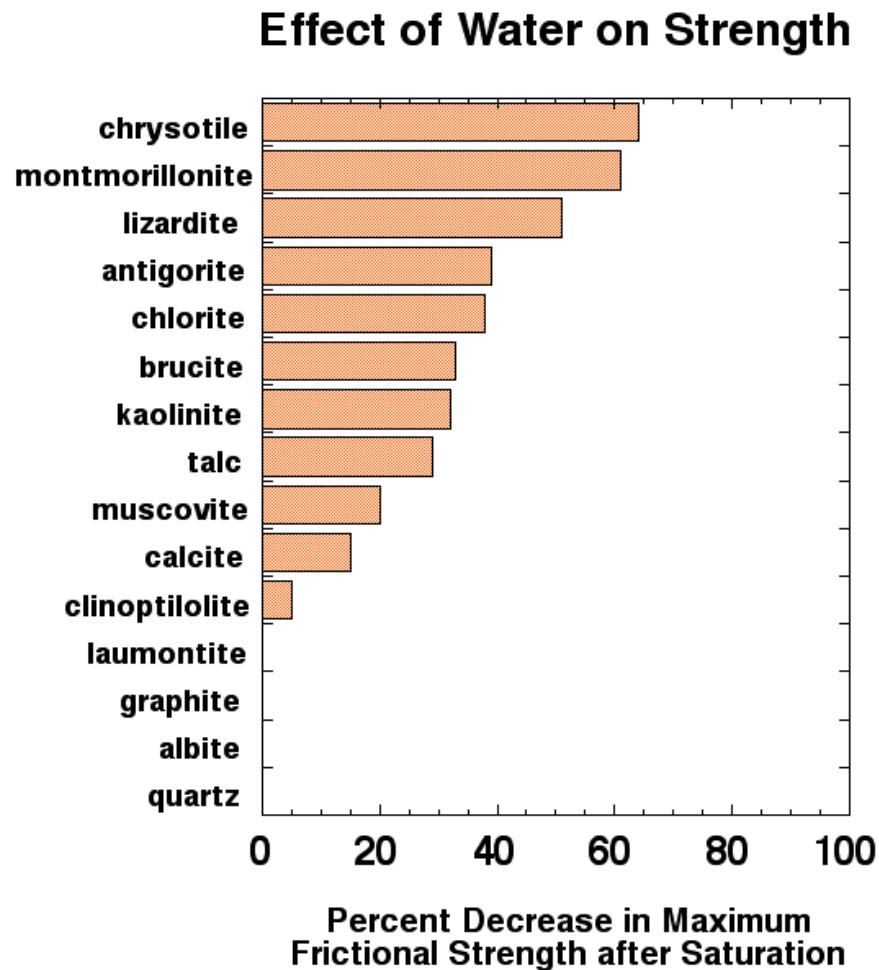
*Schema vzniku zlomové zóny (Ben-Zion, Sammis 2003).*



Příklad (Numelin et al. 2007): zlomy vyplněné jílovým materiálem (Panamint Valley, Kalifornie). Zatímco okolní hornina má typické hodnoty koeficientu tření ( $\mu=0.6$ ), jílový materiál ve výplni zlomové zóny má tření nižší a představuje oslabenou zónu.



Hodnota koeficientu tření může být významně snížena také v důsledku přítomnosti vody.

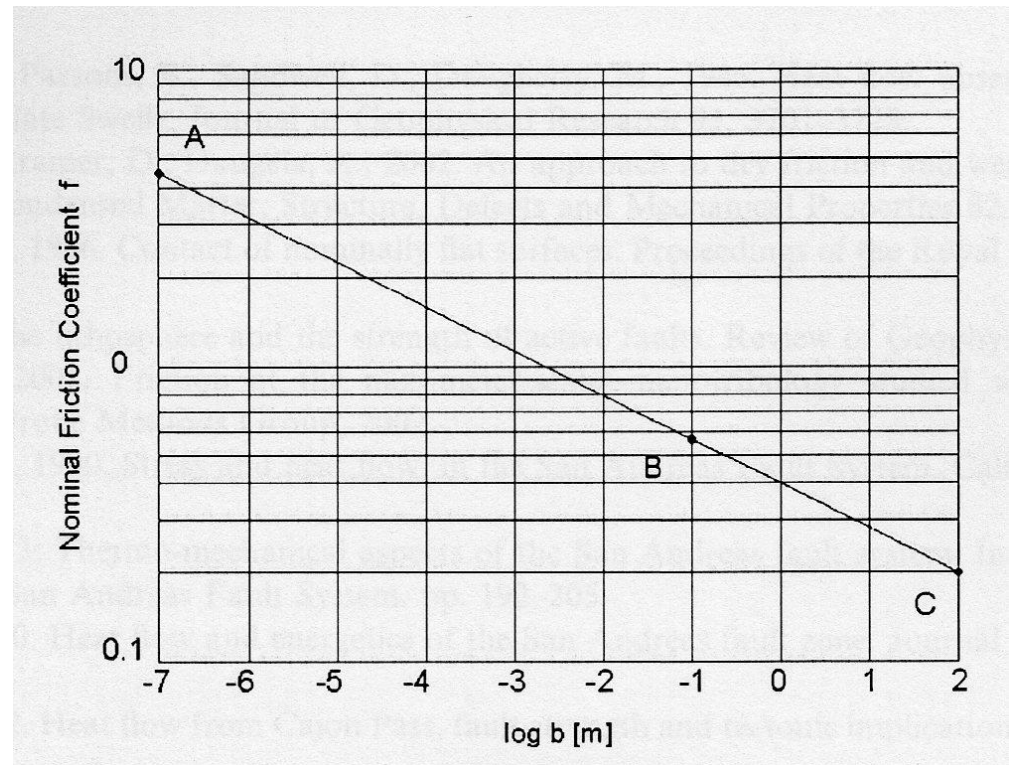




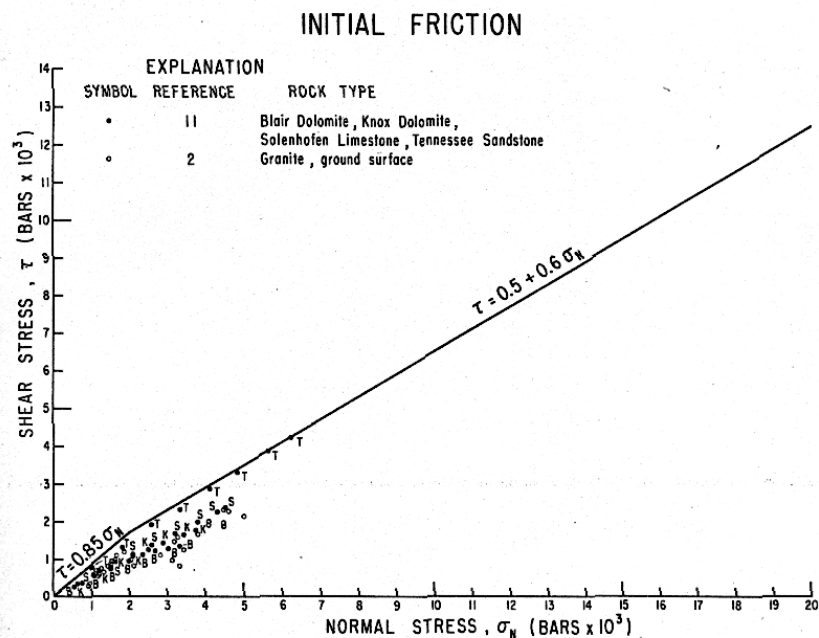
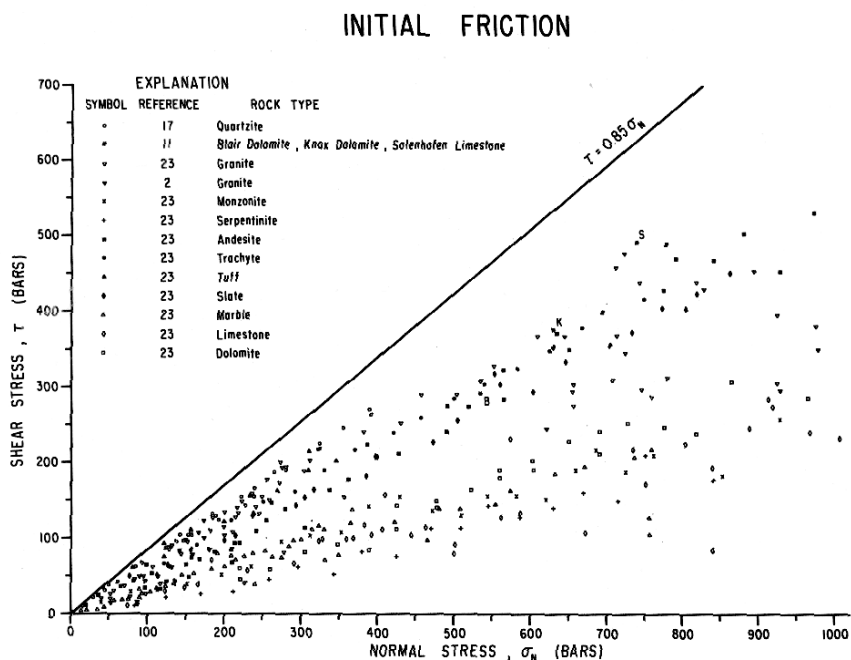
Koeficient tření závisí také na měřítku.

Pro stejný materiál můžeme např. pozorovat koeficient  $\mu=0.2$  u rozměrných geologických struktur ( $b=100$  m), vyšší  $\mu=0.6$  u laboratorního vzorku ( $b=10$  cm) a ještě vyšší  $\mu=4.6$  v mikroměřítku ( $b = 100$  nm).

*Závislost koeficientu tření na měřítku podle Carpintiera a Paggiho (2005).*



Byerlee (1978) empiricky studoval problematiku koeficientů tření různých hornin při různých tlacích.



*Normálová a střížná napětí při nižším napětí  $\sigma_n < 200$  MPa (vlevo) a vyšším napětí  $\sigma_n < 1700$  MPa (vpravo) (Byerlee 1978).*

## Byerleeho pravidlo

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

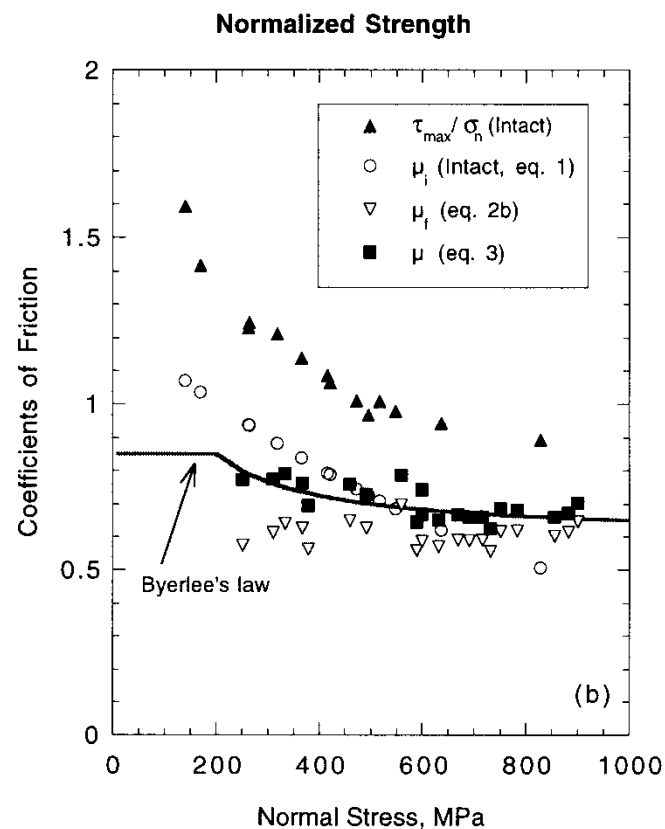
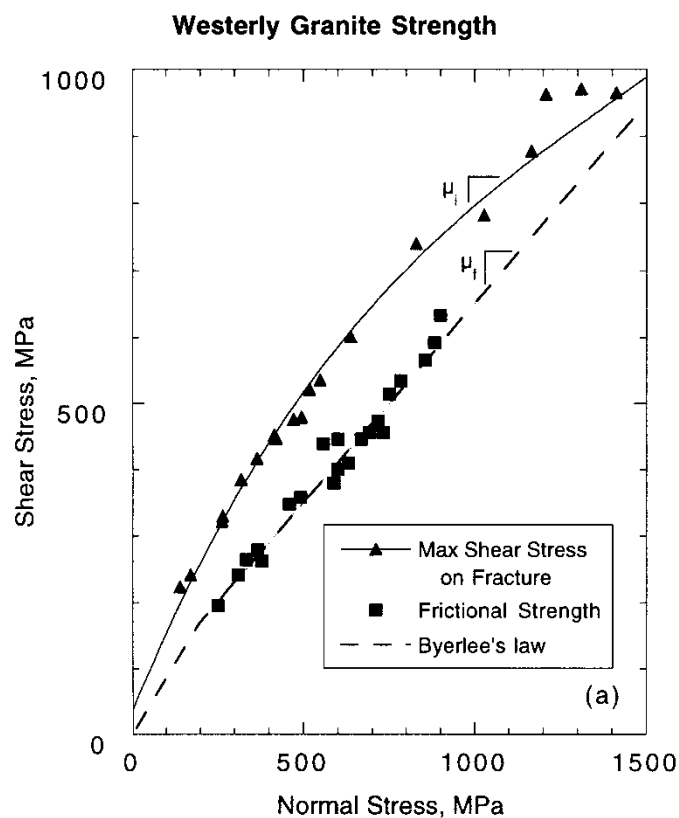
James Byerlee takto empiricky odvodil zjednodušené kritérium vycházející z lineární Coulombovy závislosti:

$$\sigma_t = 0.85 \times \sigma_n \text{ pro } \sigma_n < 200 \text{ MPa}$$

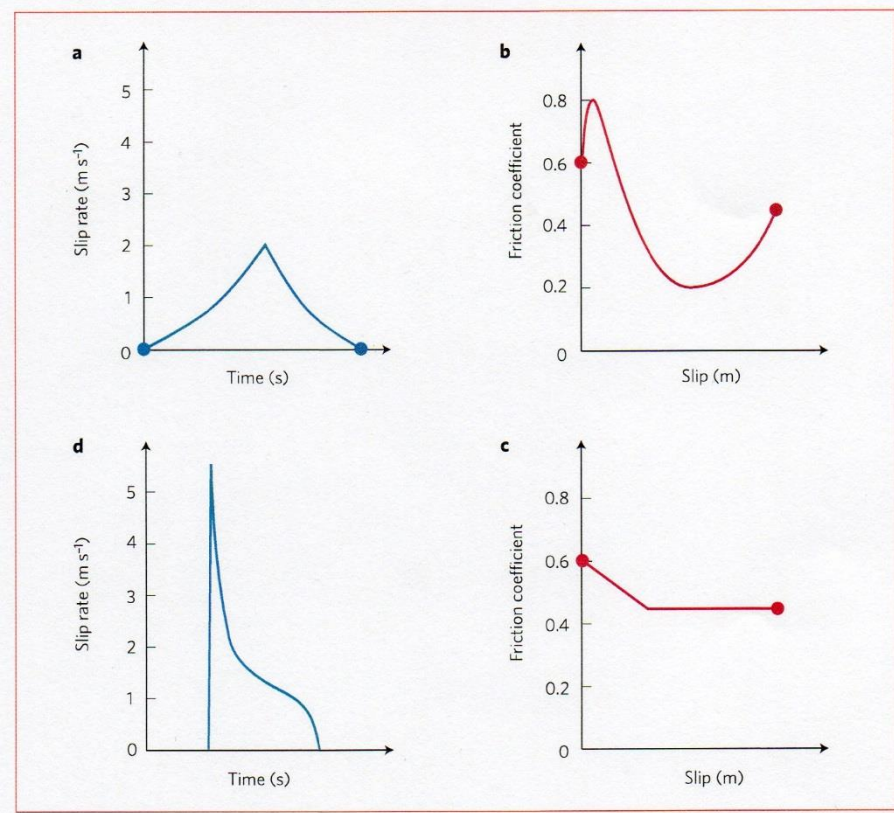
$$\sigma_t = 50 \text{ MPa} + 0.6 \times \sigma_n \text{ pro } 200 < \sigma_n < 1700 \text{ MPa}$$



Byerleeho pravidlo dobře popisuje změnu tření v závislosti na působícím normálovém napětí pro horniny v zemské kůře.



Novější výzkumy ukazují, že hodnota koeficientu tření varíruje v průběhu zemětřesení komplikovanějším způsobem, než odpovídá pouhé změně ze statického tření na dynamické.



*Zjištěná (nahore) a předpokládaná (dole) variabilita hodnoty koeficientu tření v průběhu prokluzu při laboratorním experimentu (Lapusta 2009).*

## 2.3: Napětí v zemské kůře

# Geneticky různé složky napětí

Celkové napětí působící v daném bodě je složeno z mnoha geneticky odlišných příspěvků:

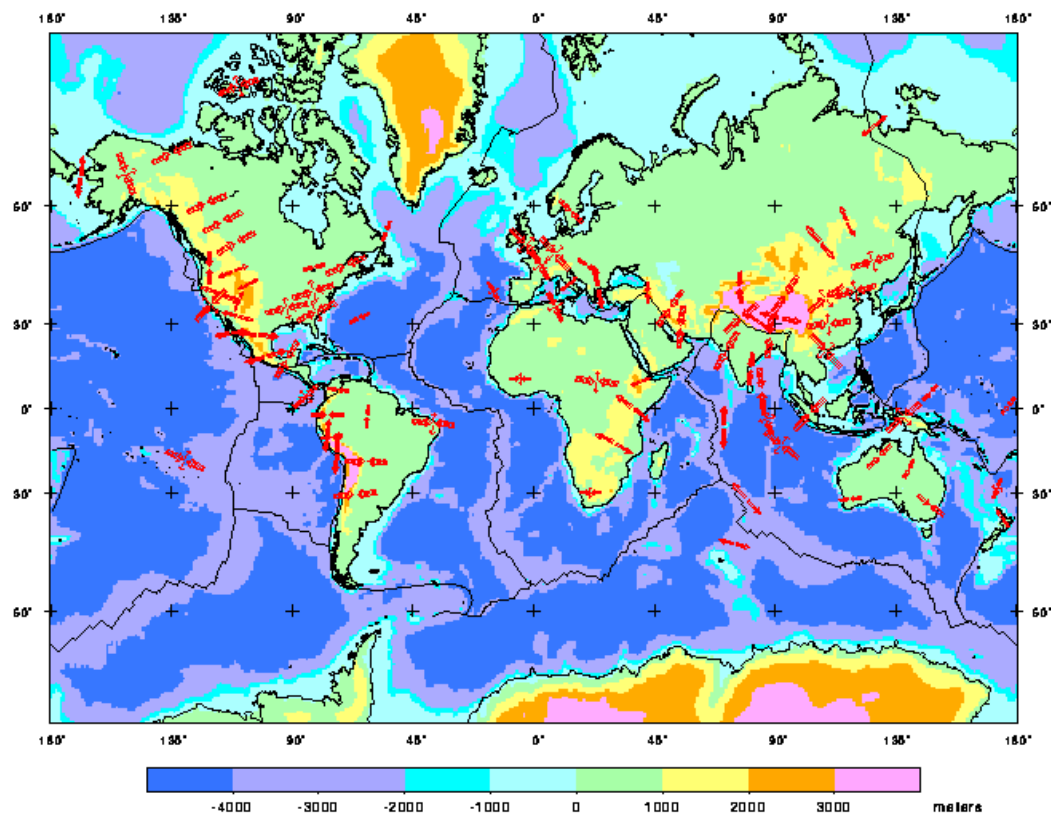
$$T_{celkové} = T_{gravitace} + T_{tektonické} + T_{fluid} + T_{termální} + T_{antropogenní} + T_{diagenéze} + \dots$$

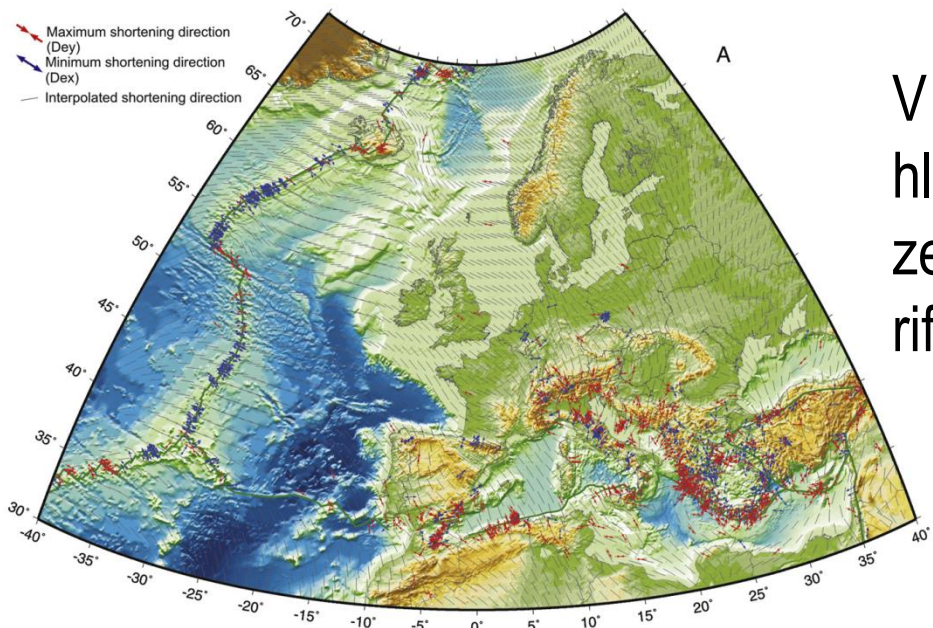
## Tektonické napětí

$$T_{celkové} = T_{gravitace} + T_{tektonické} + T_{fluid} + T_{termální} + T_{antropogenní} + T_{diagenéze} + \dots$$

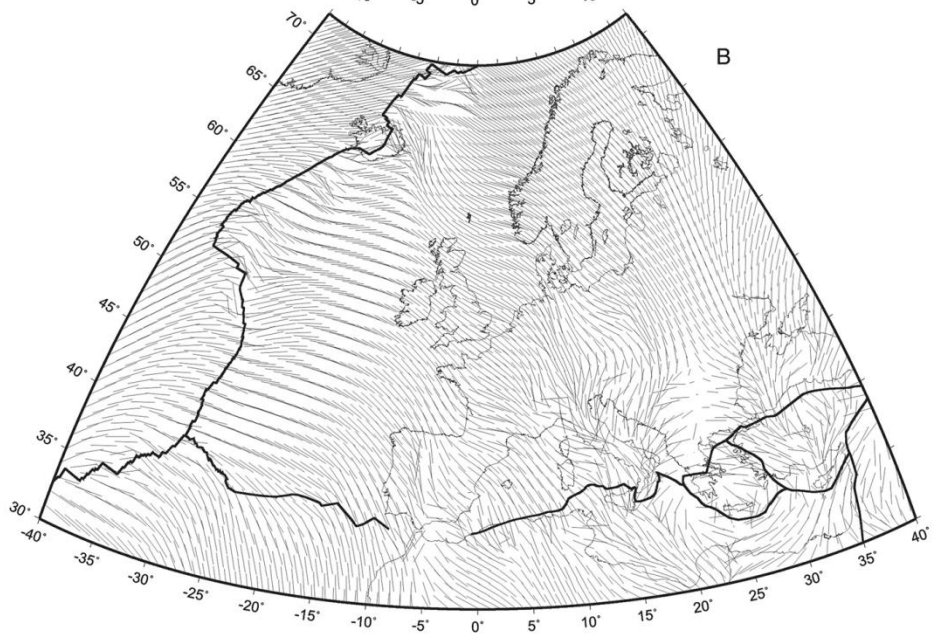
Má původ v procesech spojených s tektonickým přetvářením zemské kůry. Charakteristická je výrazná anizotropní složka.

Nejvýznamnější působení tektonického napětí je spojeno s okraji litosférických desek.





V regionu Evropy souvisí orientace hlavních os tektonického napětí zejména s extenzí na Středoatlantickém riftu a kolizí euroasijské a africké desky.



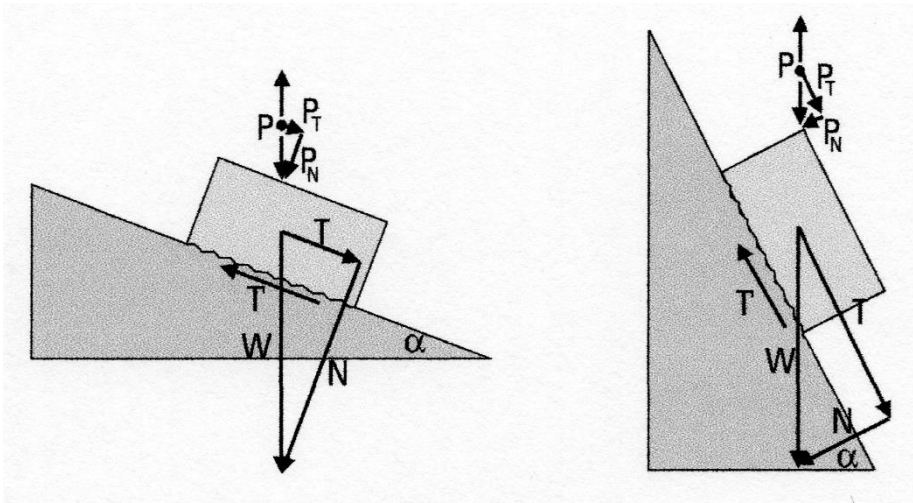
***Orientace recentního napětí v regionu Evropy (Olaiz et al. 2009)***



# Gravitace

$$T_{\text{celkové}} = T_{\text{gravitace}} + T_{\text{tektonické}} + T_{\text{fluid}} + T_{\text{termální}} + T_{\text{antropogenní}} + T_{\text{diagenéze}} + \dots$$

V přívodových partiích může hrát zásadní roli např. při spuštění sesuvů apod.



*Mechanismus vzniku sesuvu  
(Vidrih et al. 2001)*

V hloubce hraje významnou roli zatížení nadložními vrstvami – litostatický tlak:

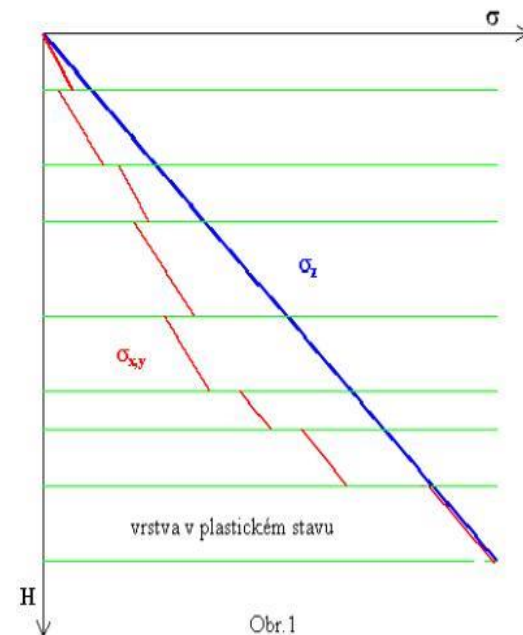
$$P(h) = P(0) + h \cdot g \cdot \rho$$

kde  $P(h)$  je litostatický tlak v hloubce  $h$ ,  $P(0)$  je tlak na povrchu,  $g$  je tíhové zrychlení a  $\rho$  je hustota hornin

Litostatickému tlaku odpovídá vertikální napětí  $\sigma_z$ . Do horizontálních složek  $\sigma_{xy}$  se přenáší jen část napětí, v závislosti na reologických vlastnostech horninového prostředí:

$$\sigma_{xy} = \sigma_z \frac{\mu}{1 - \mu}$$

kde  $\mu$  je Poissonovo číslo



***Model změny vertikálního a horizontálního napětí s hloubkou (Petroš 2002)***

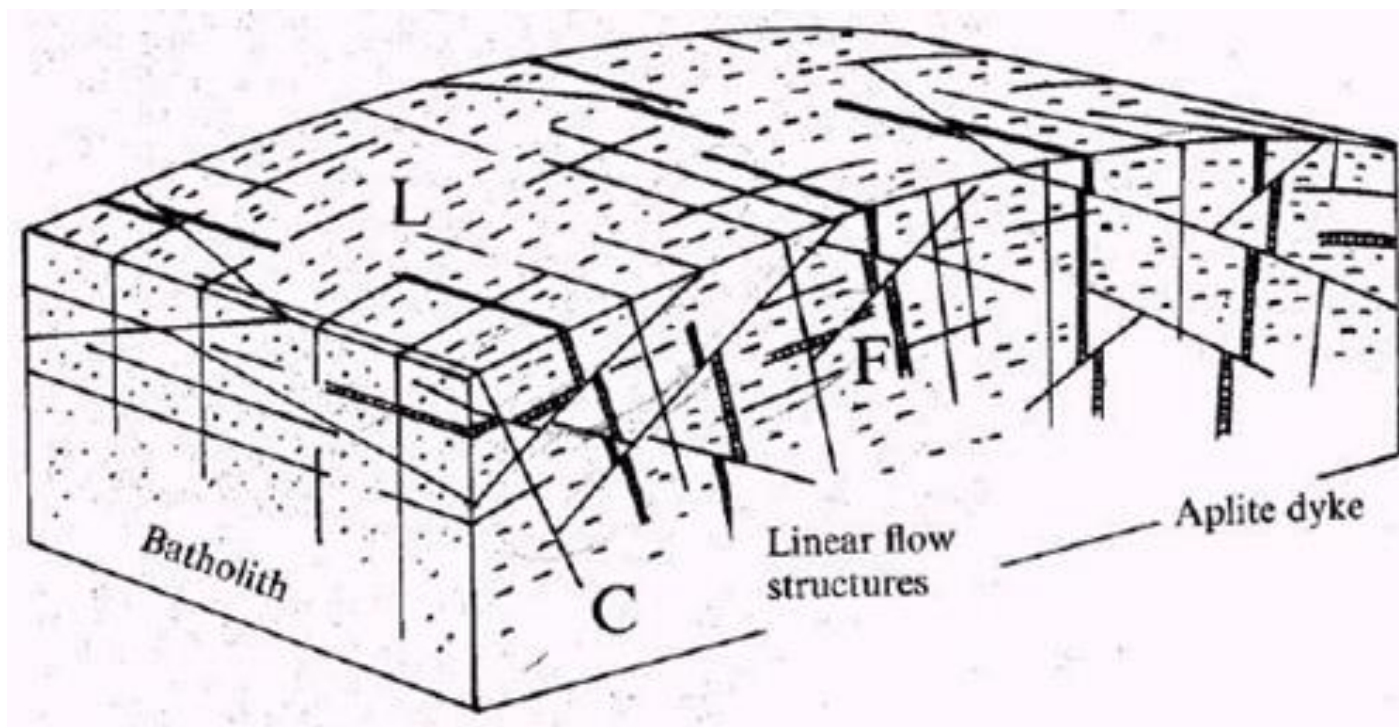


## Termální změny, diagenéze, zvětrávání

$$T_{celkové} = T_{gravitace} + T_{tektonické} + T_{fluid} + T_{termální} + T_{antropogenní} + T_{diagenéze} + \dots$$

Složky napětí spojené zejména s objemovými změnami při teplotních a chemických změnách horninového prostředí.

S objemovými změnami při chladnutí granitových těles souvisí napětí působící při tvorbě kontrakčních puklinových systémů.



*Schematické znázornění kontrakčních puklin v granitech (Cloos 1922)*

S objemovými změnami při zvětrávání granitových těles souvisí napětí působící při tvorbě tzv. exfoliačních puklin.



*Exfoliace (Enchanted Rock, Texas, USA)*

# Tlak fluid

$$T_{celkové} = T_{gravitace} + T_{tektonické} + T_{fluid} + T_{termální} + T_{antropogenní} + T_{diagenéze} + \dots$$

Tlak fluid představuje izotropní složku napětí. Její hodnota závisí na více faktorech, z nichž některé mohou být výrazně variabilní v relativně krátkém čase – tlak fluid může hrát významnou roli při náhlých změnách napjatosti a může tak být významným prvkem při reaktivaci zlomových systémů a vzniku zemětřesení.

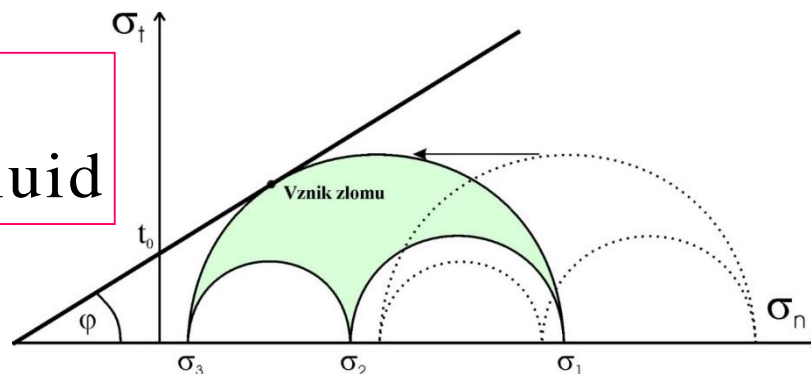
V případě zvodnělého systému spojeného s povrchem odpovídá tlak fluid hydrostatickému tlaku:

$$P(h) = h \cdot g \cdot \rho$$

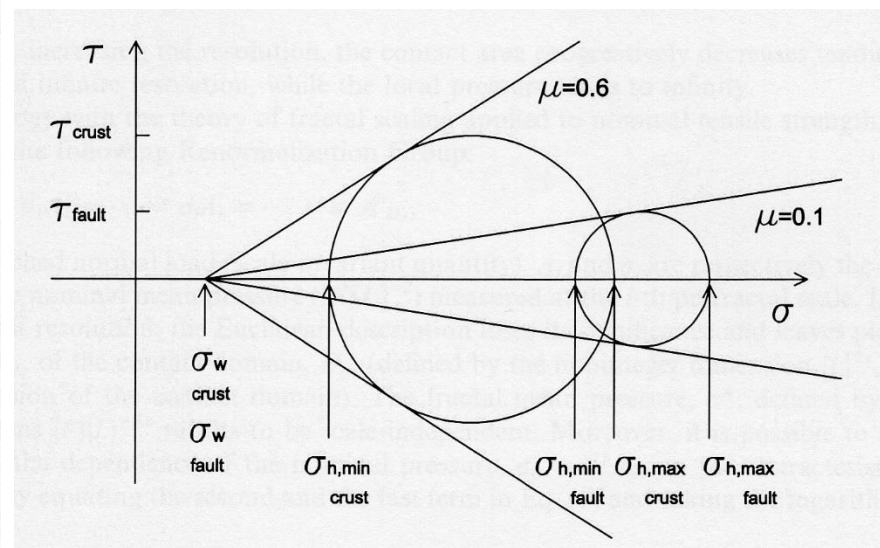
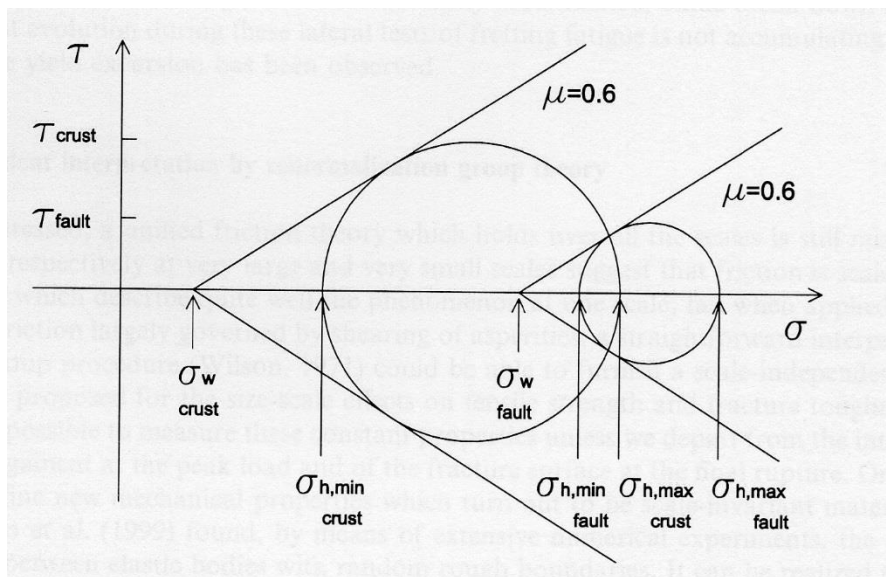
kde  $P(h)$  je hydrostatický tlak v hloubce  $h$ ,  $g$  je tíhové zrychlení a  $\rho$  je hustota fluid.

Obecně může tlak fluid nabývat různých hodnot. Rostoucí tlak fluid zmenšuje hodnotu kritického napětí.

$$\sigma_t = \mu \sigma_n + t_0 - P_{\text{fluid}}$$



Tlak fluid může být různý v porušené zóně zlomu a v okolní hornině.



**Zpevněný zlom (vlevo) – tlak fluid je hydrostatický v okolní hornině, ale blízký litostatickému v zóně zlomu; oslabený zlom (vpravo) – tlak fluid je hydrostatický v okolní hornině i v porušené zóně (Carpinteri, Pagi 2005)**

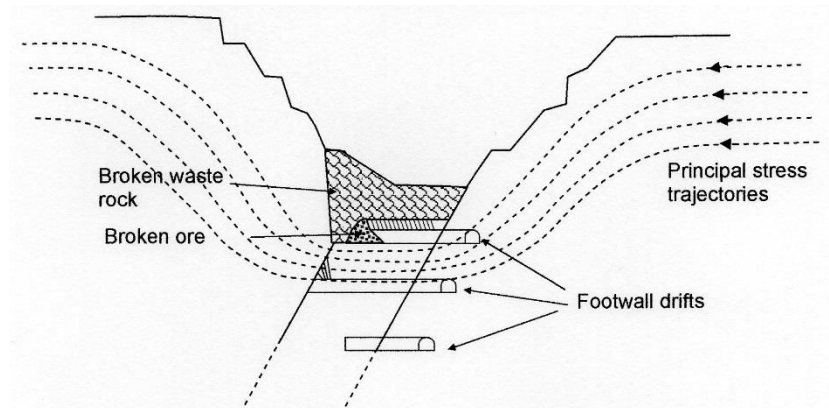


## Antropogenní vlivy

$$T_{celkové} = T_{gravitace} + T_{tektonické} + T_{fluid} + T_{termální} - T_{antropogenní} + T_{diagenéze} + \dots$$

Napěťové pole může být významně ovlivněno lidskou činností. Typicky je významná změna napětí spojena např. s důlní činností a s vodními nádržemi.

Změna napěťového pole v blízkosti dolů a přehrad často vede ke zvýšení seismické aktivity.



Jedna z prvních studií indukované seismicity způsobené zatížením vodní masou přehradní nádrže byla provedena v roce 1945 Evansem u nádrže Hoover Dam (s touto nádrží je spojen otřes s magnitudem 5.0 z roku 1935).





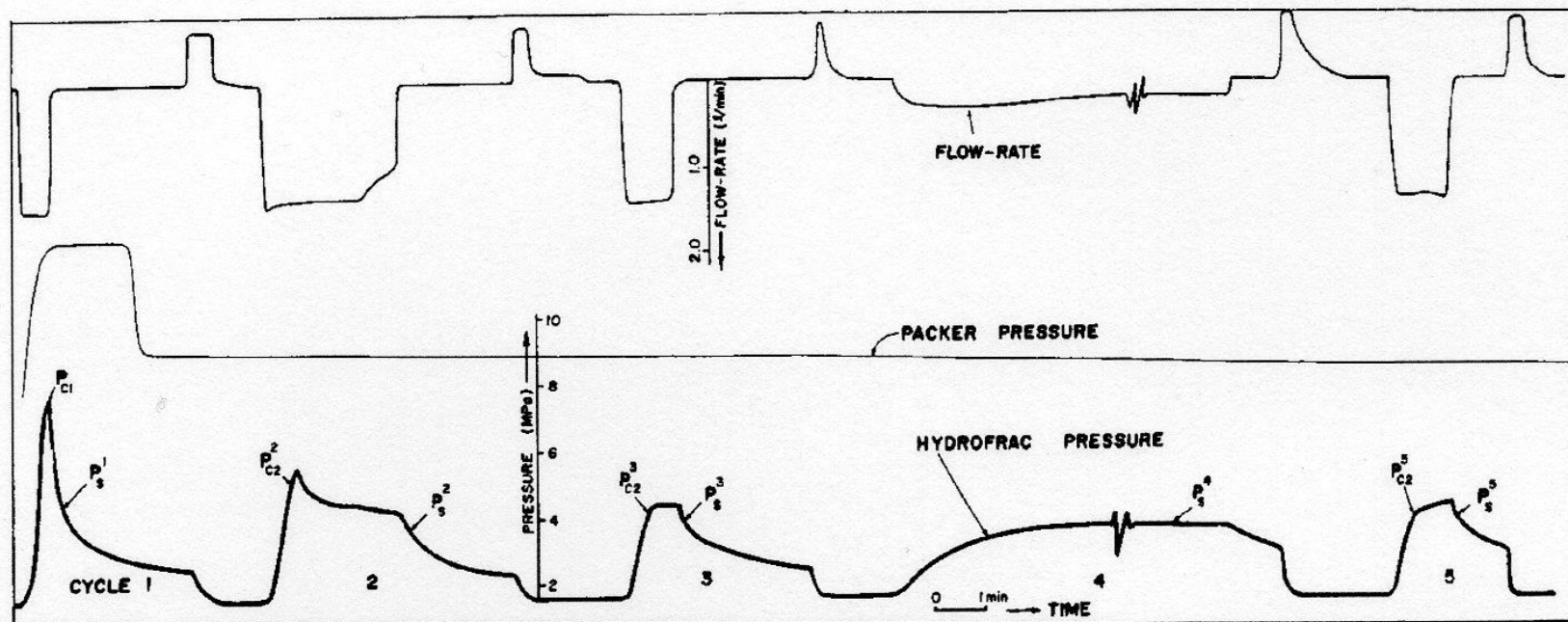
K nejsilnějším projevům indukované seismicity patří otřes z roku 1967 spojený s nádrží Koyna (Indie), jehož magnitudo dosáhlo hodnoty 6.5.





## Hydroporušování

Princip je založen na studiu tlakových změn souvisejících se vznikem křehkých poruch v horninovém prostředí při vtlačení fluida do určitého úseku vrtu.





Zvyšováním tlaku fluid v uzavřeném úseku vrtu dojde k vytvoření tahové trhliny. Ze záznamové křivky je odečten tlak  $P_i$  potřebný k vytvoření trhliny.

$$P_i = 3S_h - S_H + T - P_f$$

kde  $S_h$  je minimální,  $S_H$  maximální horizontální napětí,  $T$  je pevnost horniny v tahu a  $P_f$  je tlak fluid.

Při pokračování testu dojde k otevření vzniklé trhliny, což se na záznamu projeví prudkým poklesem tlaku. Tlak  $P_s$  potřebný k otevření trhliny odpovídá velikosti minimálního horizontálního napětí  $S_h$ .

$$P_s = S_h$$

## Breakout

Princip je založen na měření tvaru průřezu vrtu. Ve vrtném profilu jsou hledány symetrické nerovnosti tvořené zónami tahových puklin vytvořených při okraji stěny vrtu.

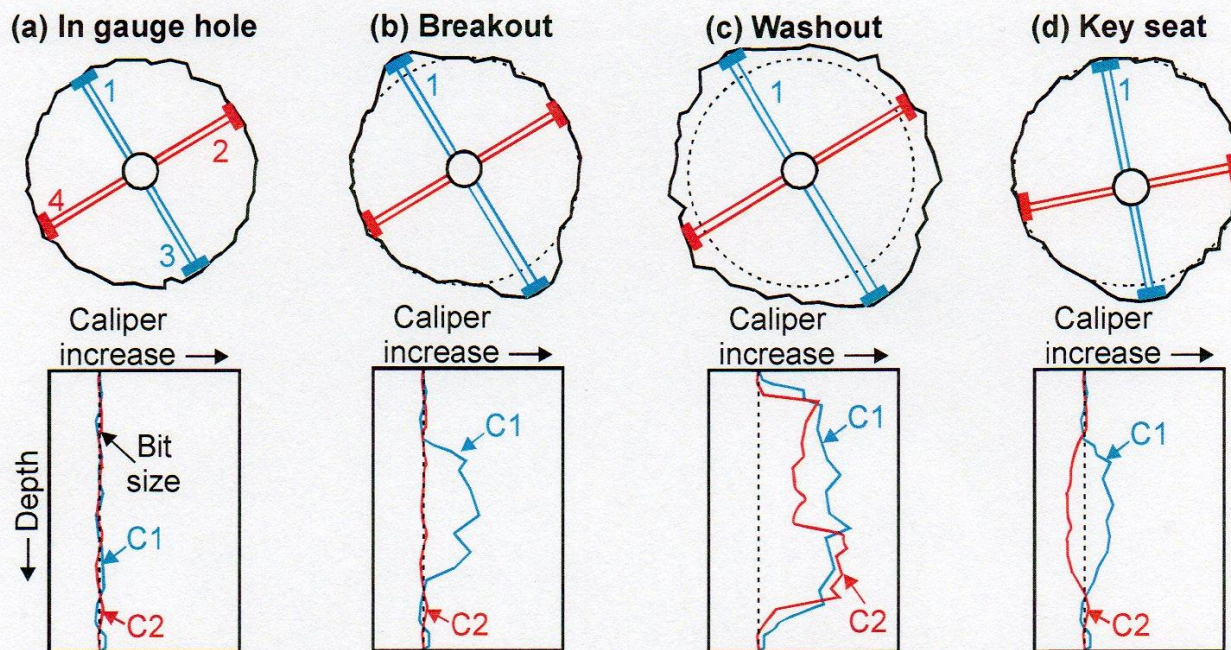
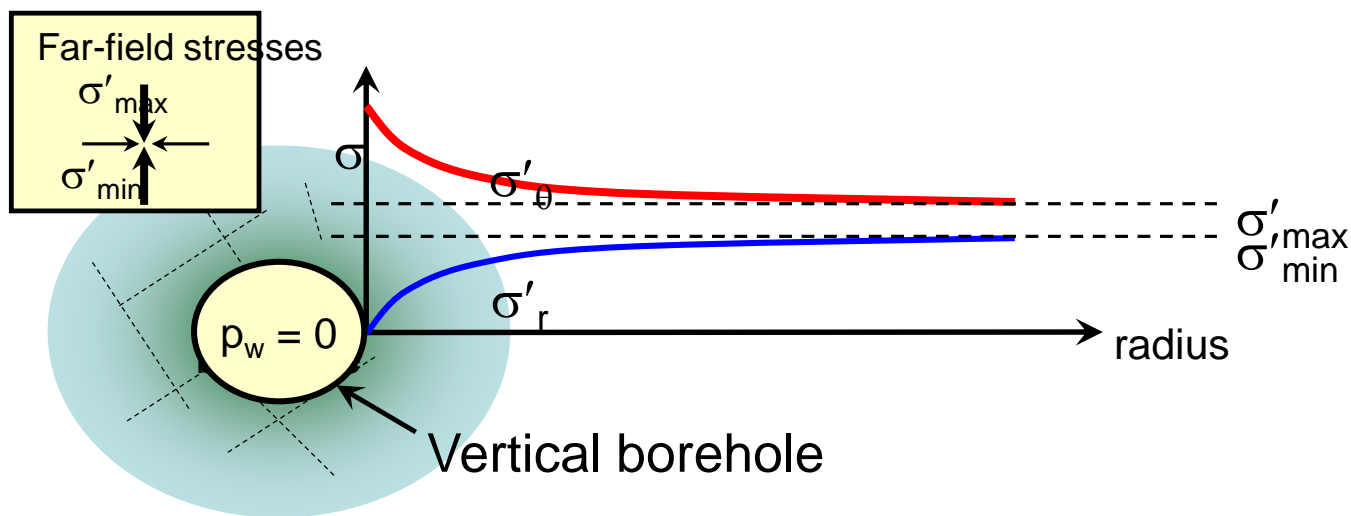
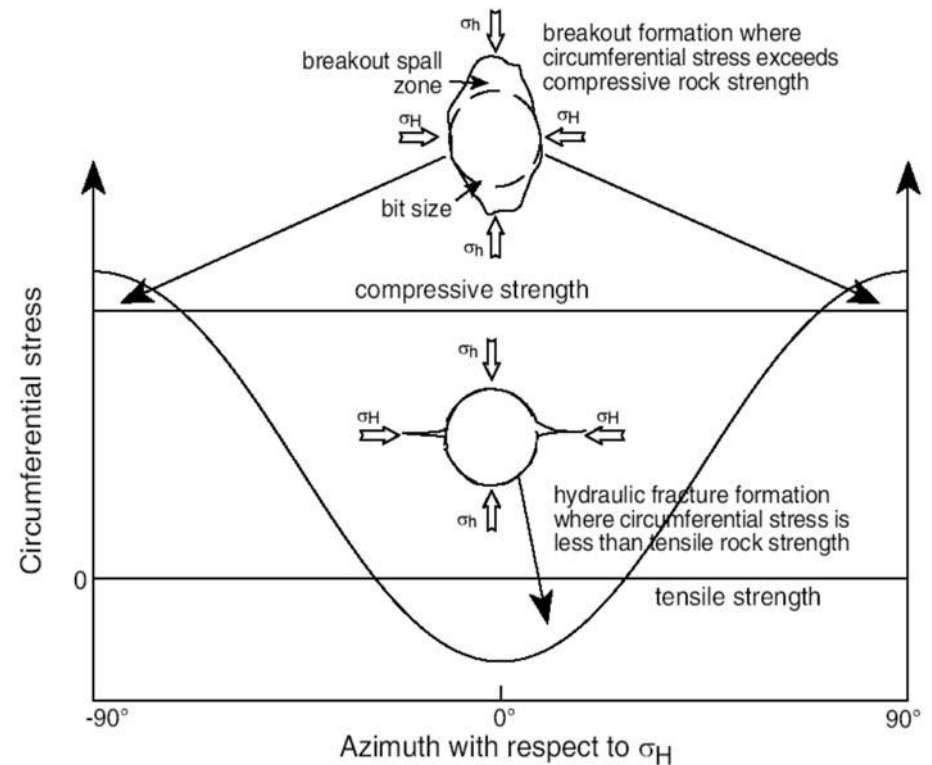
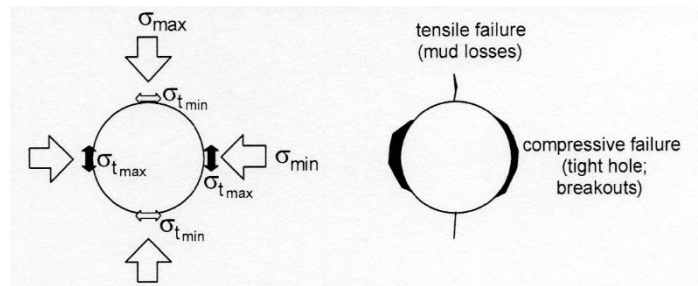


Figure 3: Common types of enlarged borehole and their caliper log response (after Plumb and Hickman, 1985).

Napěťové pole je v blízkosti vrtu deformováno. Rozložíme-li si v rovině kolmé na vrt napětí na složku radiální  $\sigma'_r$  (ve směru ke středu vrtu) a tangenciální  $\sigma'_\theta$  (paralelní s tečnou vrtu), při stěně vrtu klesá radiální napětí k nule a naopak tangenciální napětí roste, a to maximálně ve směru kolmém na  $S_{Hmax}$ .

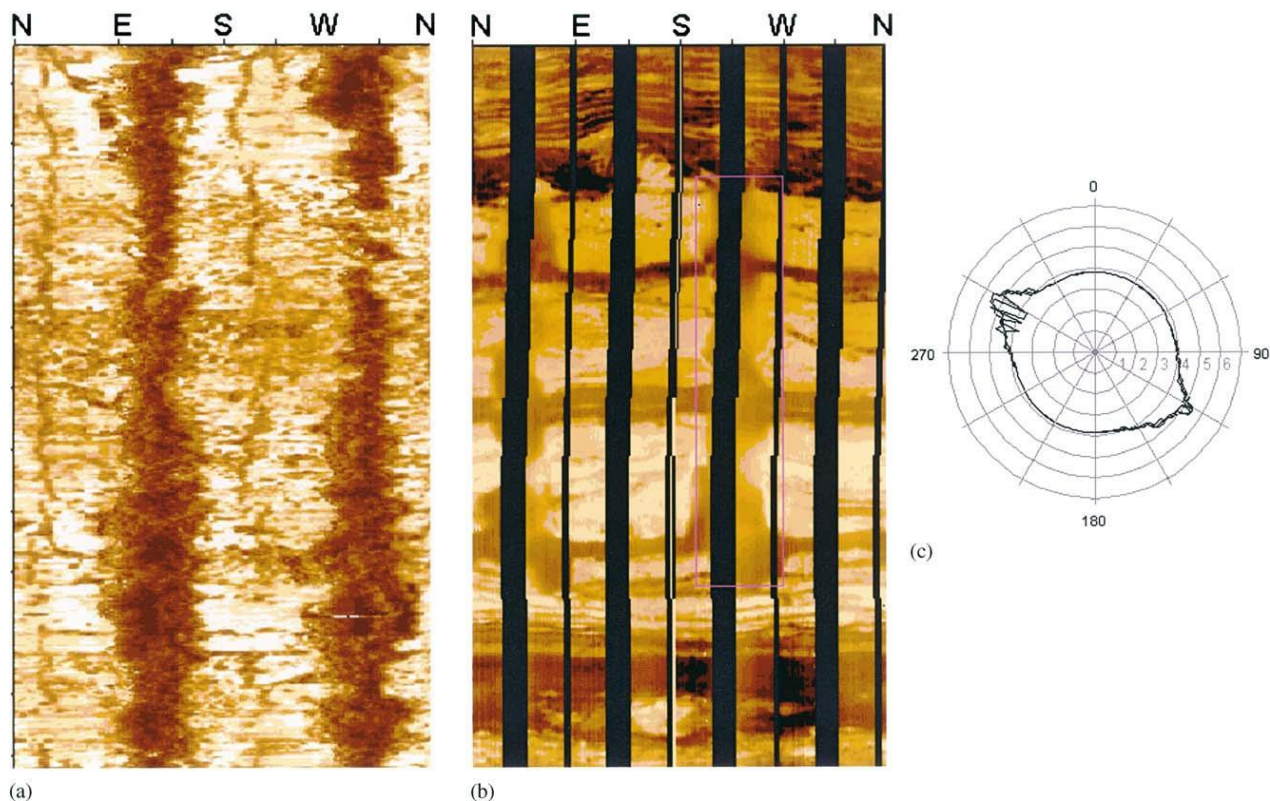


Ve stěně vrtu ve směru  $S_{Hmin}$  se tak v pozměněném napěťovém poli tvoří křehké poruchy kolmé na  $S_{Hmax}$ . To vede ke vzniku symetrické nerovnosti ve stěně vrtu.





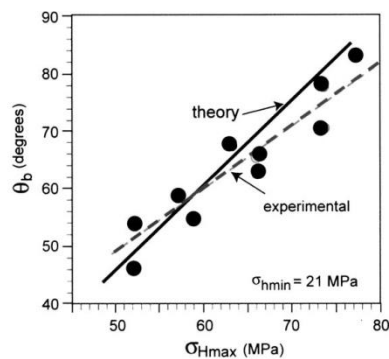
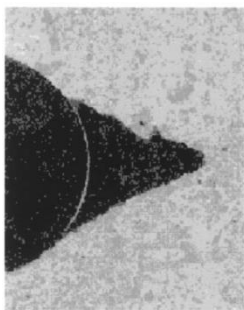
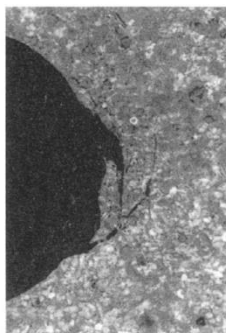
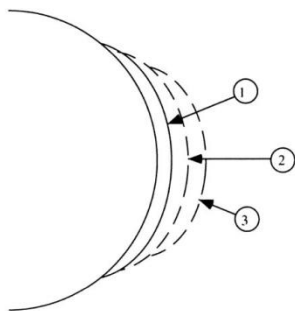
Tvar průřezu vrtu je zjišťován měřením rozměrů otvoru v různých směrech nebo snímáním stěn vrtu.



*Stěny vrtu s breakouty snímáné ultrasonickou kamerou (Zoback et al. 2003)*



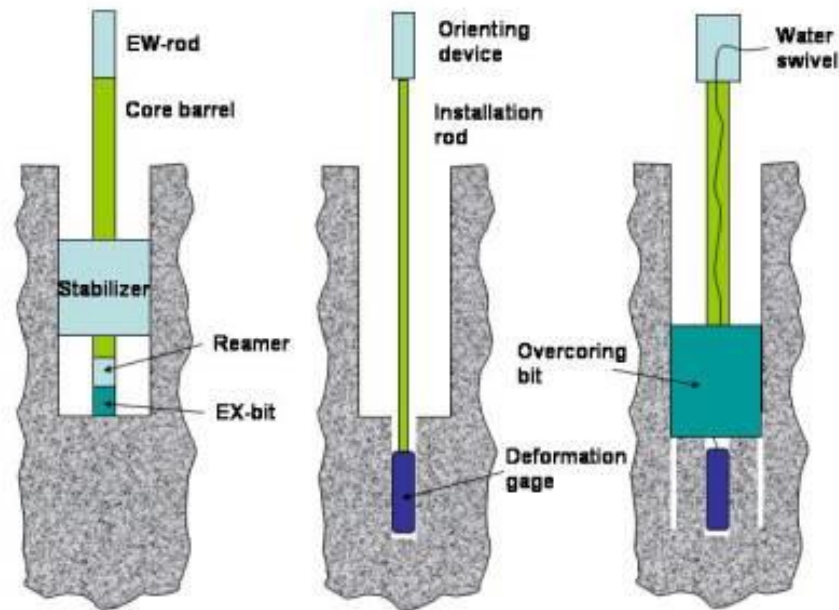
Experimentálně byla potvrzena závislost šířky breakoutu na velikosti působícího horizontálního napětí.



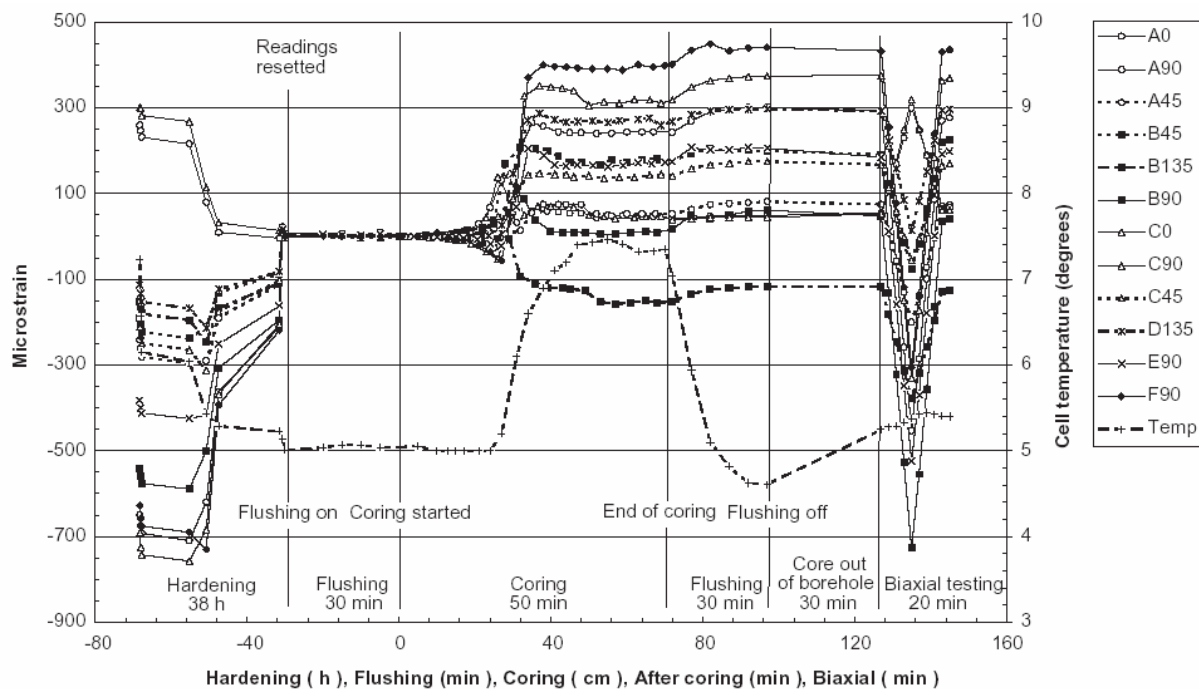
*Schéma růstu breakoutu a graf experimentálního studia závislosti šířky breakoutu na velikosti napětí (Zoback et al. 2003)*

## Overcoring

Princip je založen tvarové změně horninového kontinua ve vrtu po uvolnění regionálního napětí. Po odstranění vlivu působícího regionálního napětí dojde k relaxaci a tedy k vyrovnání elastické deformace – to se projeví tvarovou změnou vzorku.



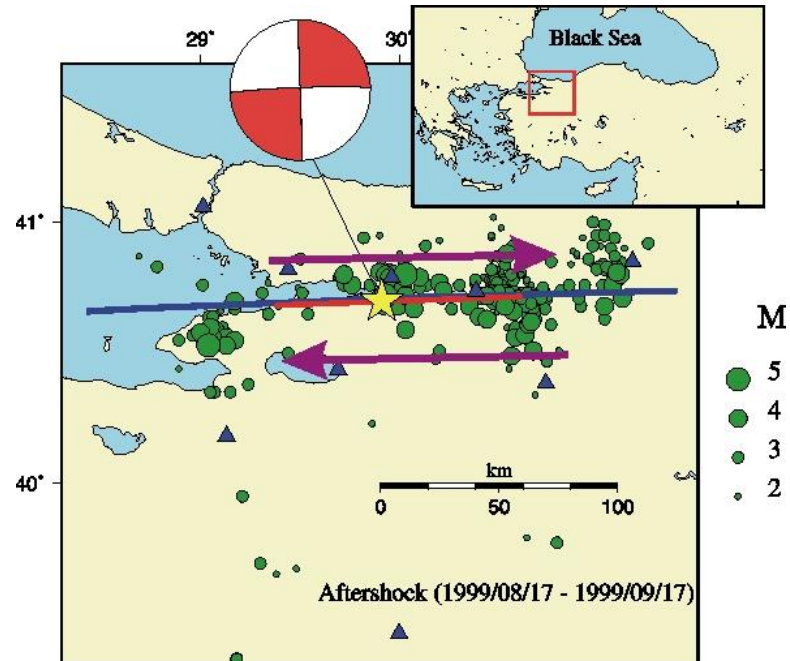
Je měřena deformace před, při a po uvolnění sledovaného vrtného jádra.



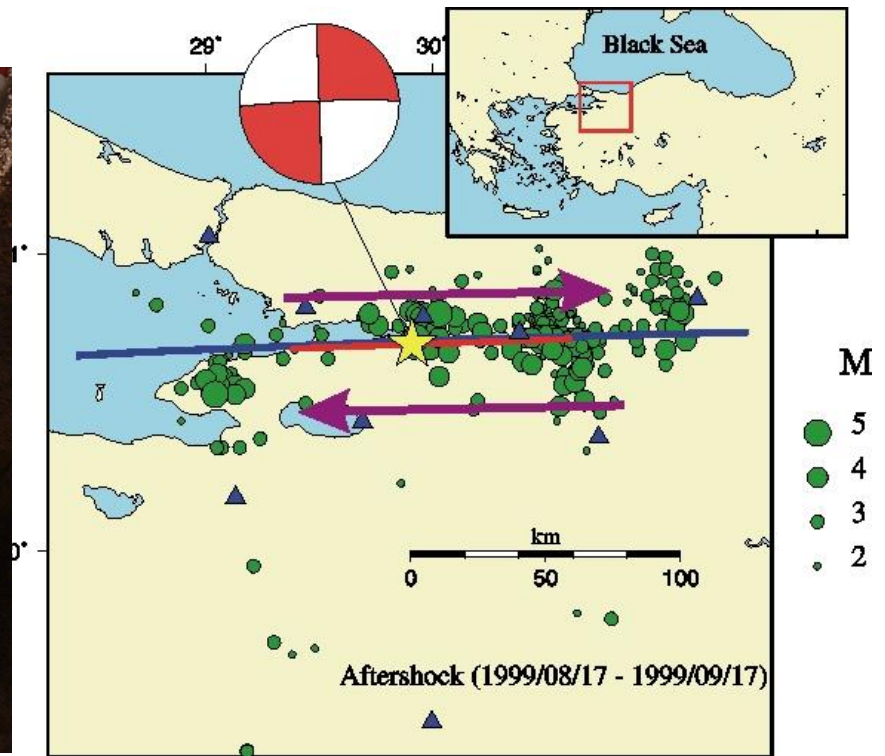
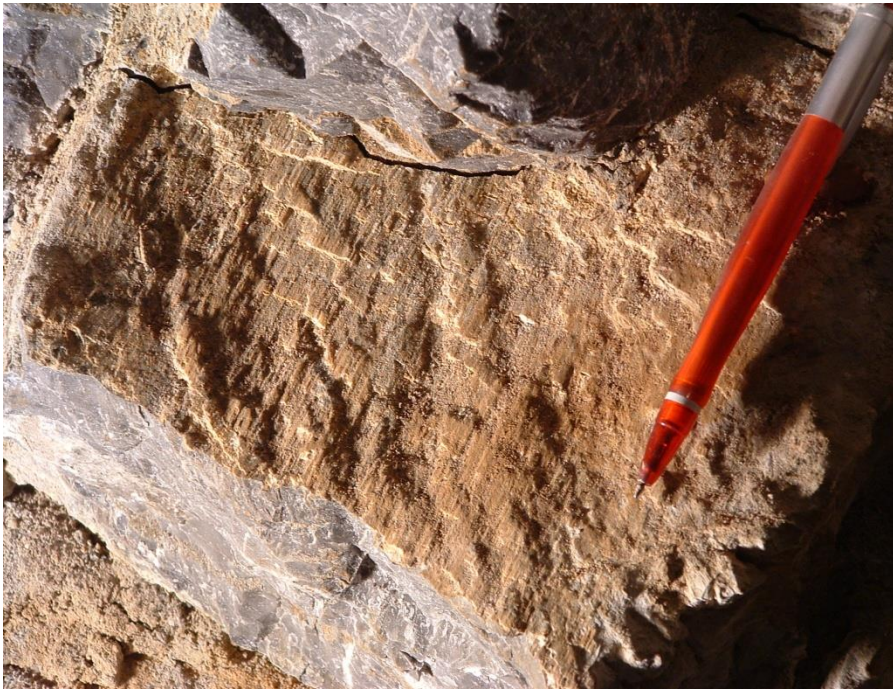
***Záznam měřených mikrodeformací vrtného jádra při overcoringu (Reinecker et al. 2008)***

## Fokální mechanismy

Fokální mechanismy nás informují o orientaci zlomové plochy a o směru a smyslu pohybu podél této plochy. Tato informace ale není jednoznačná – fokální mechanismus ukazuje dvě řešení, z nichž jedno je skutečný zlom a druhé je plocha kolmá na zlom a na směr pohybu.

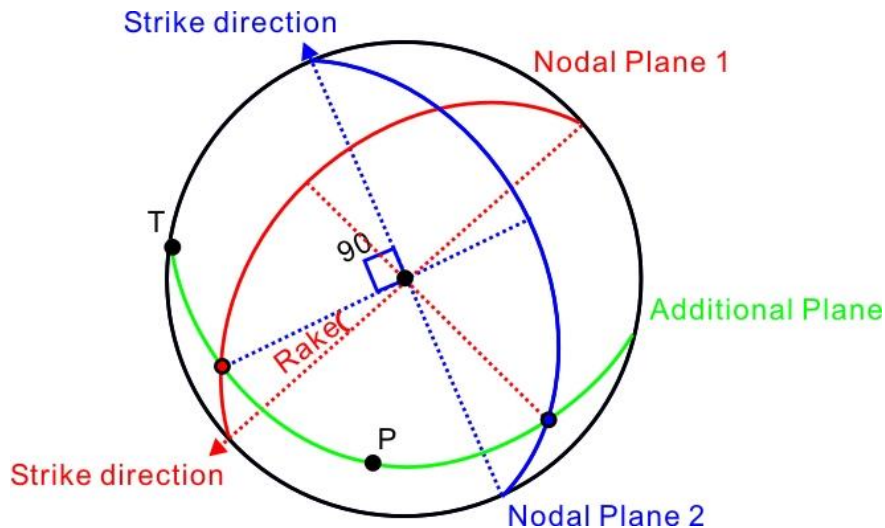


Pokud víme, která nodální plocha je zlom, můžeme aplikovat na fokální mechanismus všechny metody napěťové analýzy, které byly vyvinuty pro napěťovou analýzu vycházející z měření kinematických indikátorů na zlomech.



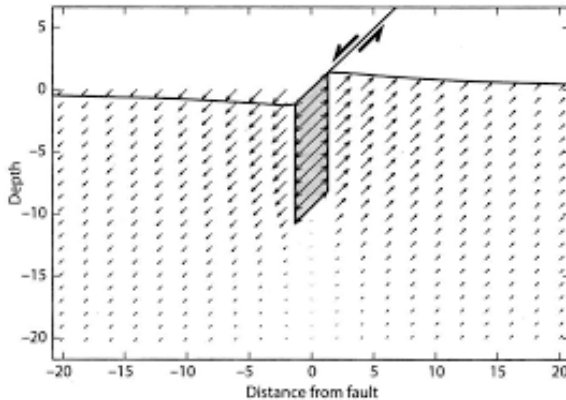


I v případě, kdy nevíme, která z nodálních ploch je reálným zlomem, můžeme aplikovat některé jednoduché metody, u nichž jsou vstupními údaji celé fokální mechanismy (bez nutnosti identifikace reálného zlomu) a které umožňují dostatečně přesný odhad orientace hlavních os napětí.



## 2.4: Fyzikální podmínky vzniku zemětřesení

V případě tektonických zemětřesení je seismický jev spojen s náhlým uvolněním energie při rychlém pohybu podél zlomové plochy.



K takovému prokluzu může dojít jen při splnění určitých fyzikálních podmínek:

- a) Prostředí musí být tvořené křehkým materiálem.
- b) Musí docházet k růstu deviátoru napětí
- c) Prostředí (a křehké struktury, které jej porušují) musí být schopno odolat určitému napětí (je nutné dostatečně velké tření).

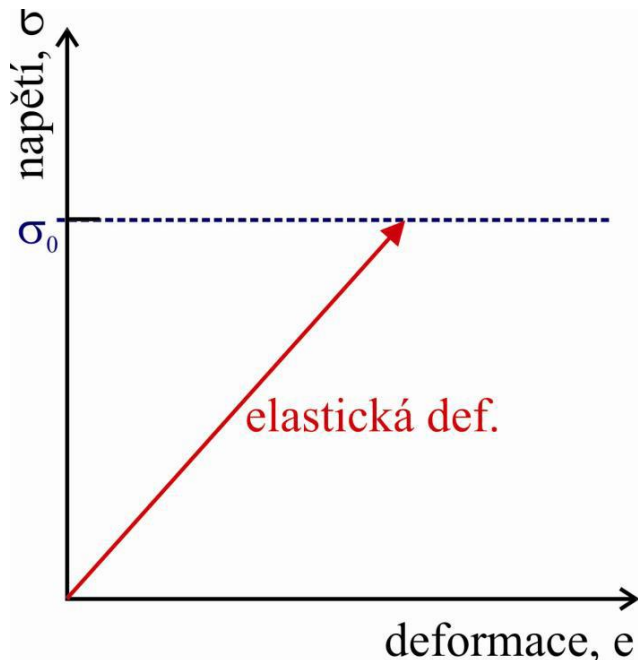


## a) Prostředí musí být tvořené křehkým materiálem

Prostředí se s rostoucím napětí nejprve deformuje elasticky. Elastická deformace je obecně vratná, i když u některých materiálů je při opakovaném zatěžování pozorováno zpoždění při odstranění deformace po uvolnění napětí.

Elastickou deformaci popisuje Hookův zákon:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl}$$



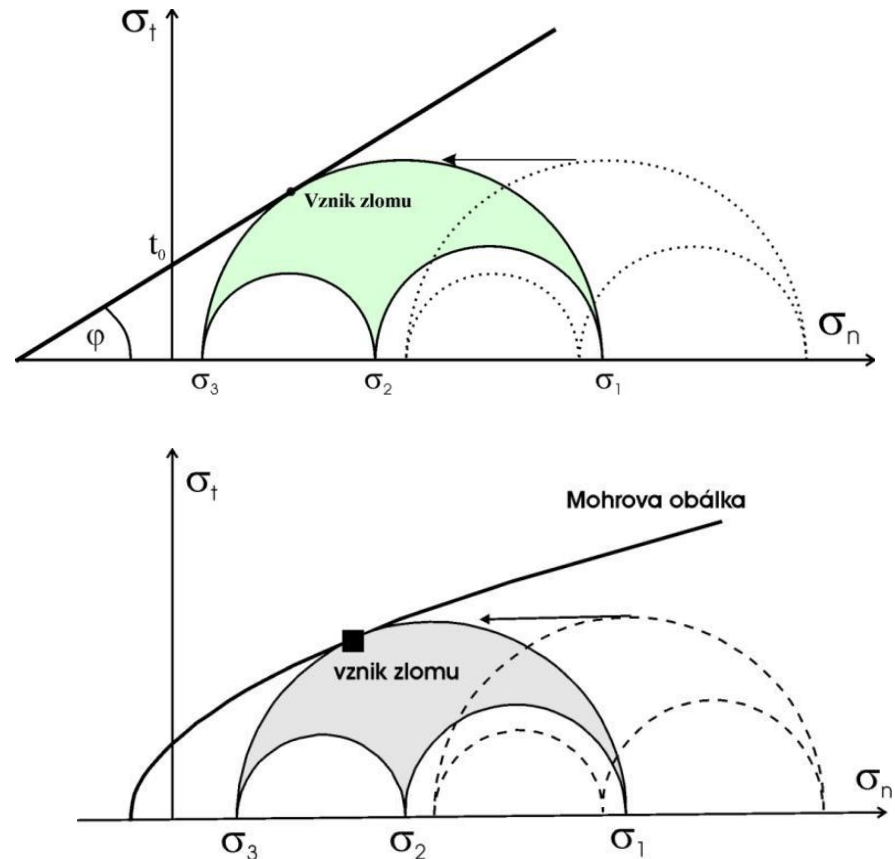
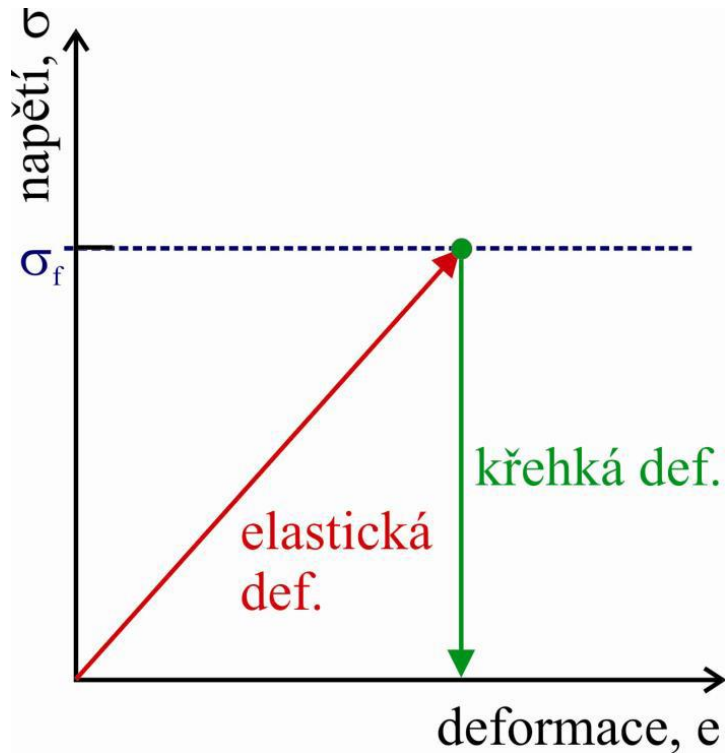
jednorozměrně můžeme psát:

$$\sigma = E e_E$$

$E$ ...Youngův modul pružnosti

$e_E$ ...elastická deformace

Po dosažení meze pevnosti pro křehké porušení dochází ke křehké deformaci materiálu (ta vede k odstranění elastické deformace a k uvolnění napětí).



Elastická deformace je kumulována v okolí zlomu – zde dochází k maximálnímu posunutí ve chvíli křehkého porušení. Dále od zlomu dochází k translaci a posunutí je realizováno průběžně (tj. převážně mezi seismickými jevy).

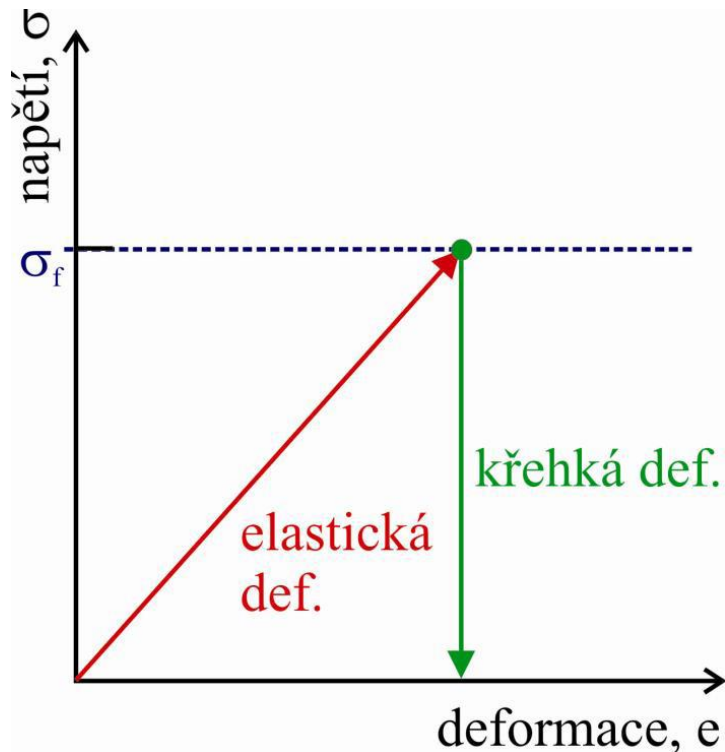
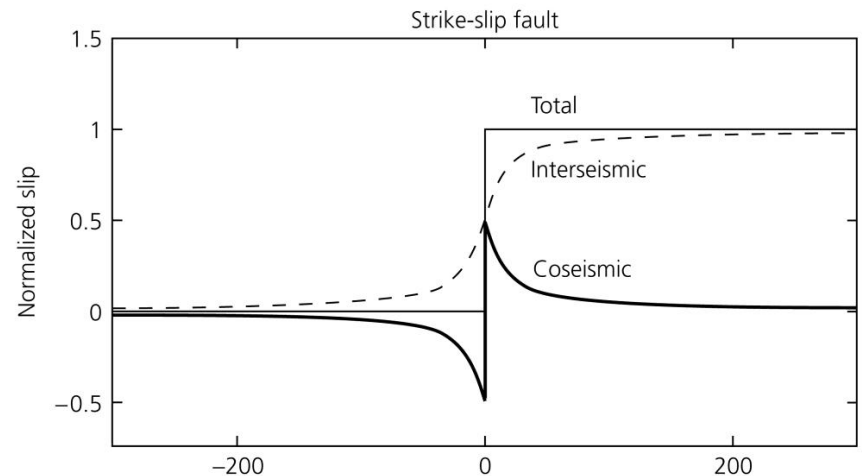


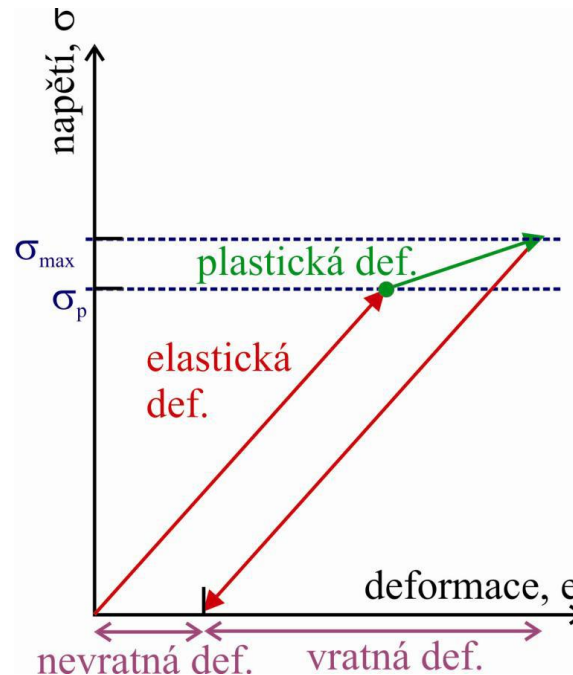
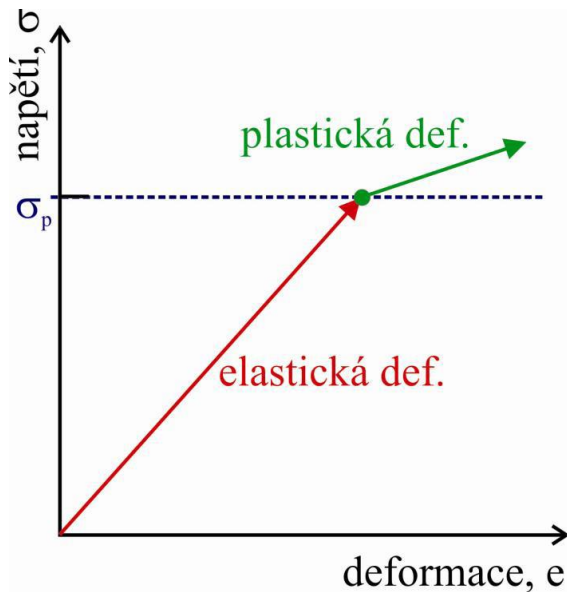
Figure 4.5-12: Coseismic and interseismic slips and strains.



Po dosažení meze plasticity dochází k plastické deformaci materiálu. Plastická deformace je, na rozdíl od elastické deformace, nevratná. Duktilní tok materiálu lze popsat např.:

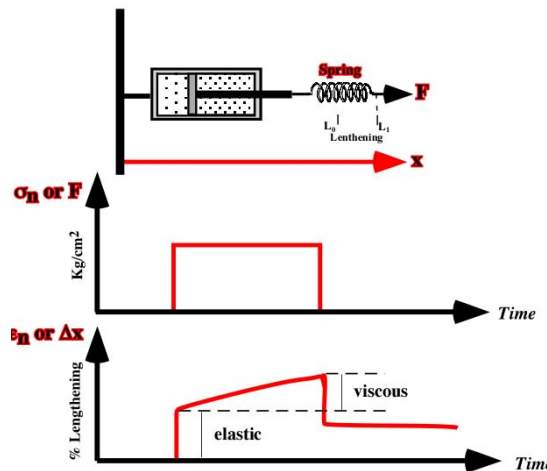
$$\sigma = 2\eta \frac{de_F}{dt}$$

kde  $\eta$  je tzv. viskozita. Napětí je úměrné viskozitě a rychlosti deformace.



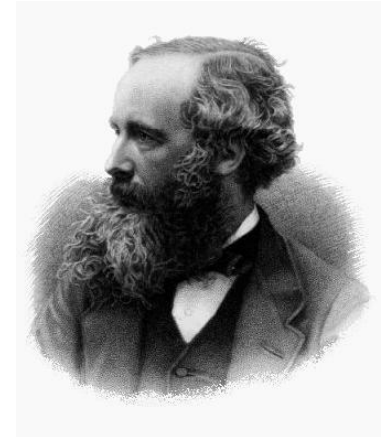
Materiál se obvykle chová současně elasticky i plasticky. Tuto kombinaci lze popsat různými způsoby, jedním z nich je tzv. Maxwellův model (tzv. Maxwellův materiál).

### Mechanical Analog



$$\sigma = 2\eta \frac{de_F}{dt} \quad \sigma = Ee_E$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{de_F}{dt} + \frac{de_E}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{2\eta}$$



**James Clerk Maxwell**  
(1831-1879)

Řešení rovnice maxwellova modelu při konstantní deformaci (tj.  $de/dt=0$ ):

$$\sigma = \sigma_0 \frac{Et}{2\eta}$$

Důsledek  $\Rightarrow$  při konstantní deformaci napětí s časem klesá. Tomuto procesu říkáme **relaxace napětí**.

## Maxwellův relaxační čas $\tau_M$

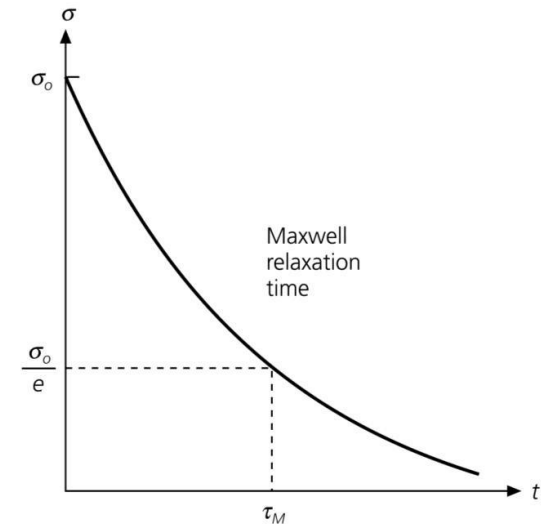
Při časech menších, než  $\tau_M$  se materiál chová jako elastické pevné těleso, při časech větších, než  $\tau_M$  se materiál chová jako duktilní fluidum.

$$\tau_M = \frac{2\eta}{E} = \frac{\eta}{\mu}$$

E ... Youngův modul pružnosti

$\mu$  ... Poissonovo číslo

$\eta$  ... viskozita



## Příklad pro zemský plášť (hrubý odhad):

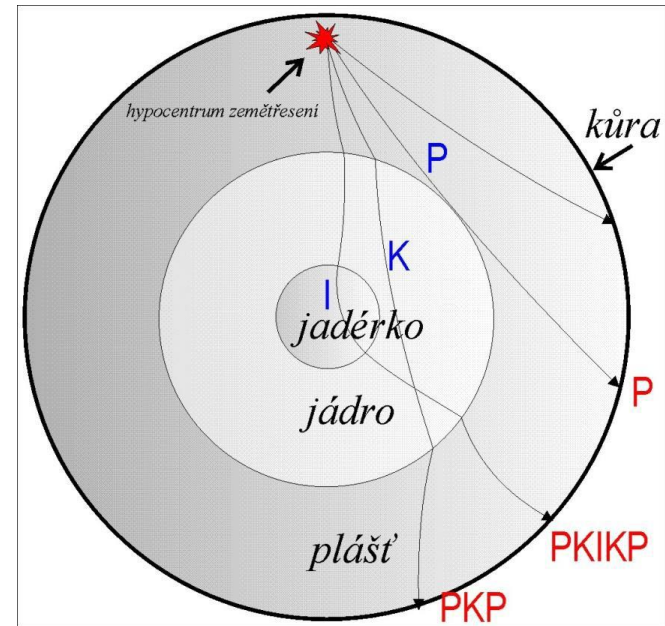
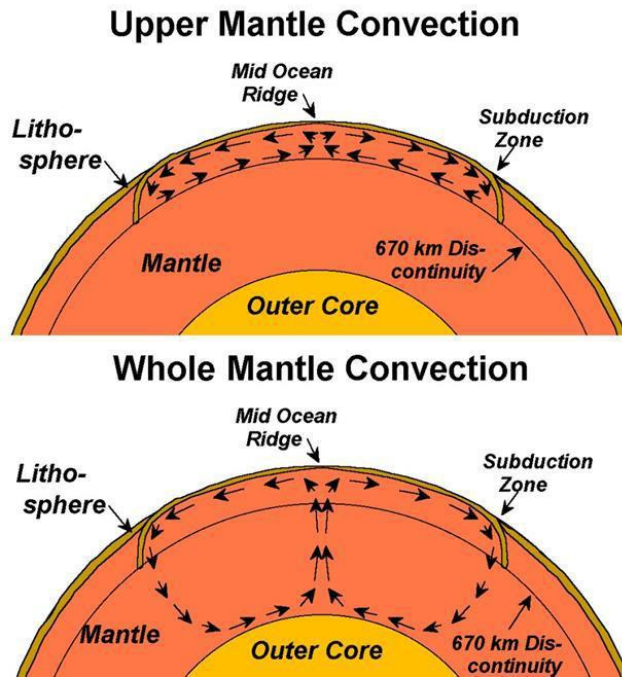
Uvažujeme-li Poissonovo číslo  $\mu \sim 10^{11} \text{N/m}^2$  a viskozitu  $\eta \sim 10^{21} \text{Pa}\cdot\text{s}$

$$\tau_M = \frac{\eta}{\mu} = \frac{10^{21}}{10^{11}} \text{ s} = 10^{10} \text{ s} \approx 300 \text{ let}$$

Příklad pro zemský plášť (hrubý odhad):  $\tau_M \approx 300 \text{ let}$

Důsledek: při dlouhodobých procesech se plášť chová duktilně (např. plášťová konvekce).

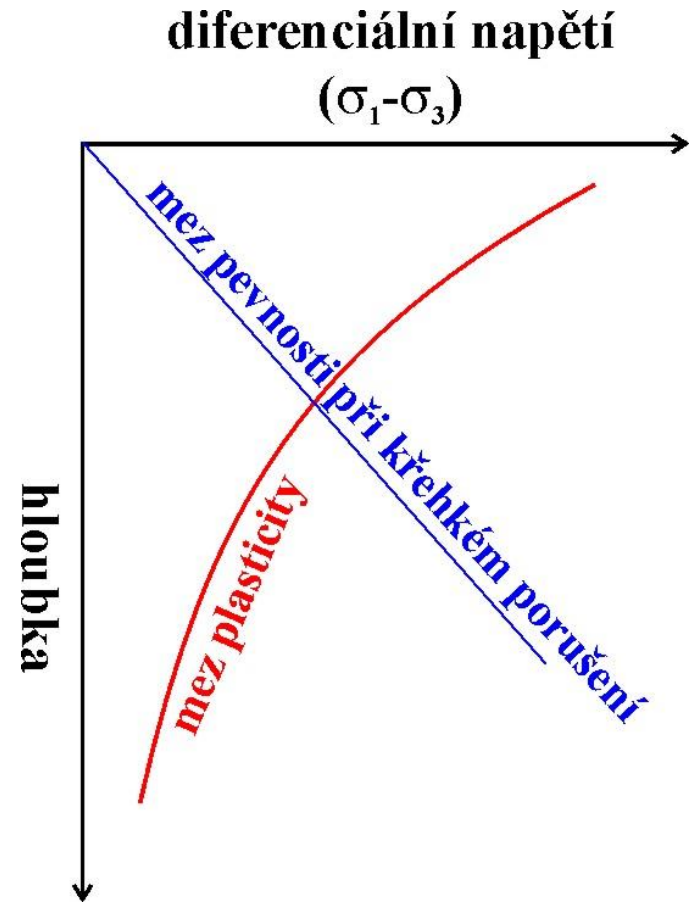
Důsledek: při krátkodobých procesech se plášť chová elasticky (např. nese seismické vlny).



To, zda se prostředí chová křehce nebo plasticky, záleží na materiálových vlastnostech prostředí, na tlaku a na teplotě. Teplota i tlak obecně rostou s hloubkou.

**S rostoucí hloubkou roste pevnost horniny při křehkém porušení.** Tato mez závisí na tlaku - při větším tlaku působí na každou plochu větší normálové napětí a pro porušení horniny je pak nutná vyšší hodnota tečného napětí (tj. je nutné větší diferenciální napětí).

**Naopak s rostoucí hloubkou klesá mez plasticity hornin,** protože ta je zřetelně závislá na teplotě, která do hloubky roste.



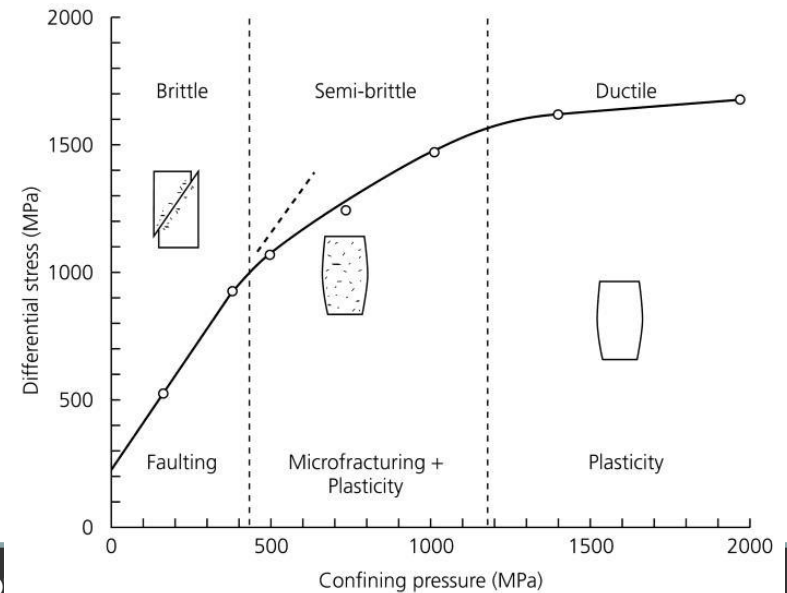
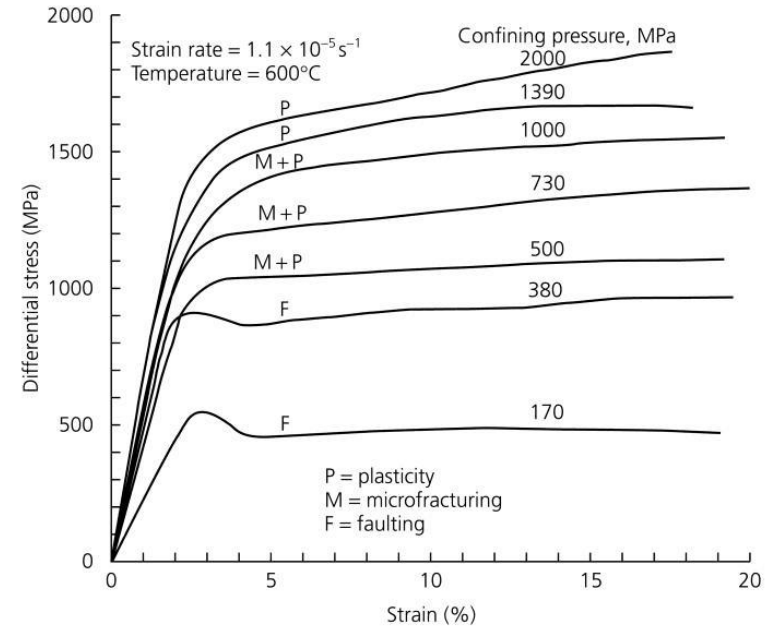


V malých hloubkách se tedy hornina chová křehce - při působení dostatečně velkého diferenciálního napětí (po překonání meze pevnosti) dojde ke **křehkému porušení** horniny. Napětí potřebné ke křehkému porušení (a tedy i schopnost prostředí akumulovat napětí a uvolnit jej během jediného jevu – zemětřesení) roste směrem do hloubky s rostoucí pevností horniny).

Ve větších hloubkách je ale překonána mez plasticity dříve, než mez pevnosti křehkého porušení. Hornina se pak chová **plasticky** a dochází k jejímu **plastickému toku**.

Za podmínek na rozhraní křehkého a duktilního chování se hornina chová částečně křehce a částečně duktilně.

Figure 5.7-3: Rheology of rocks subjected to large compressive stresses.



Charakter chování litosféry v závislosti na hloubce (a na materiálových vlastnostech) pak popisuje tzv. graf „vánočního stroměčku“.

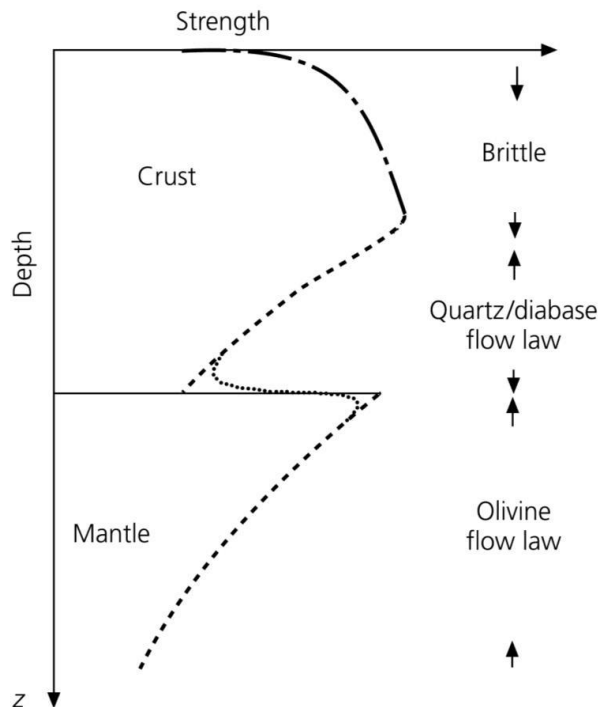
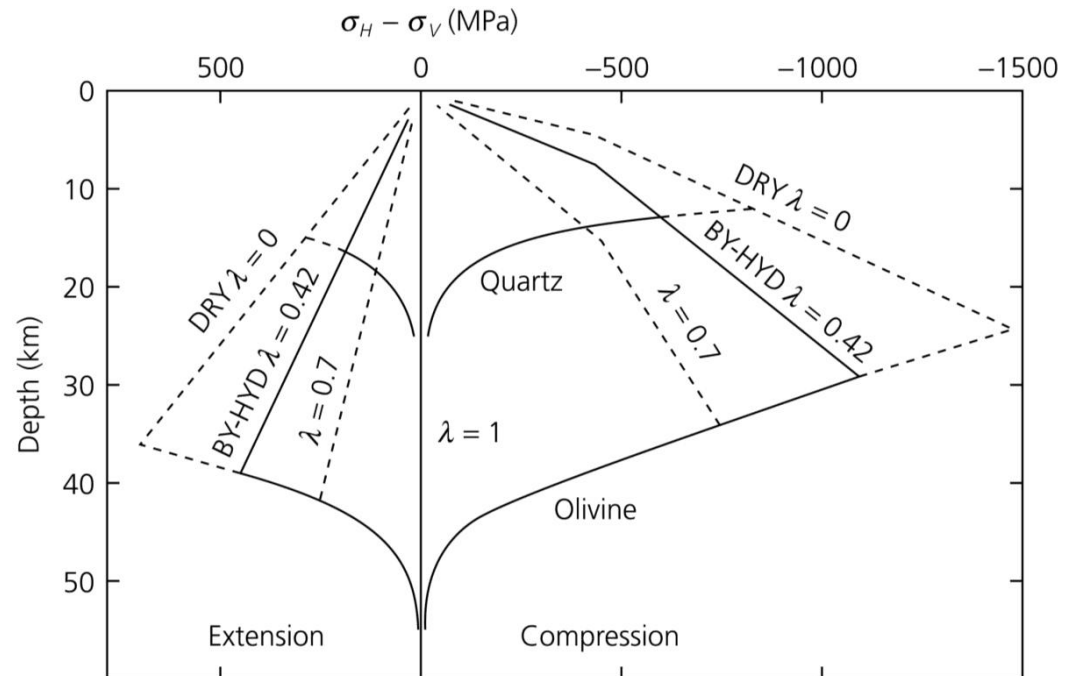


Figure 5.7-14: Strength envelopes as a function of depth and material.



Hypocentra zemětřesení se nacházejí převážně v relativně malých hloubkách - tj. převážně v zemské kůře.

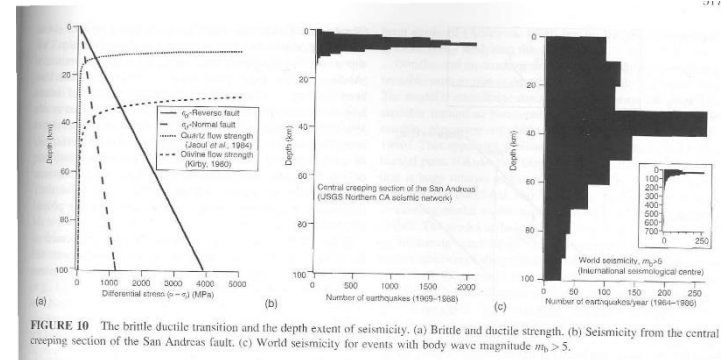
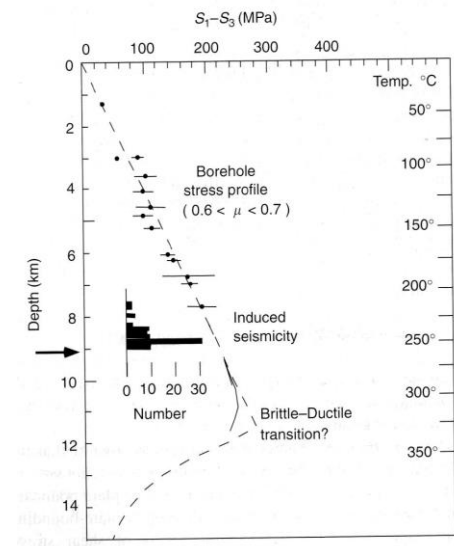
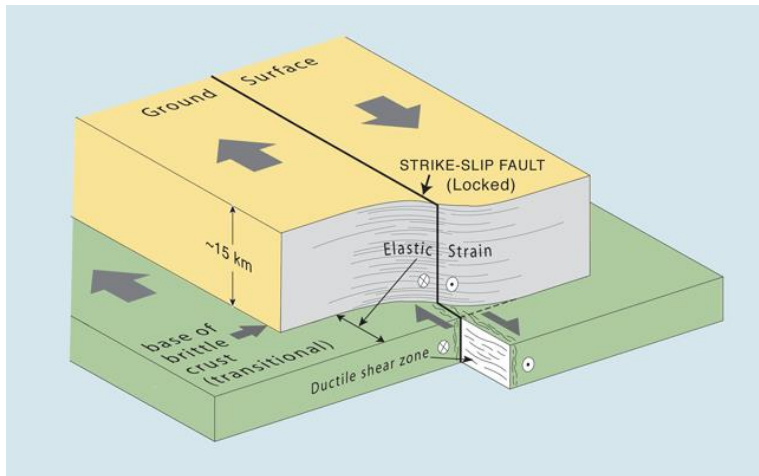
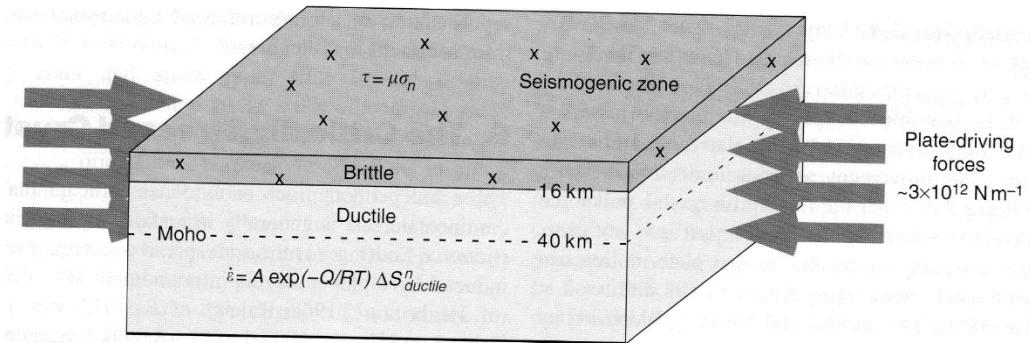


FIGURE 10 The brittle ductile transition and the depth extent of seismicity. (a) Brittle and ductile strength. (b) Seismicity from the central creeping section of the San Andreas fault. (c) World seismicity for events with body wave magnitude  $m_b > 5$ .

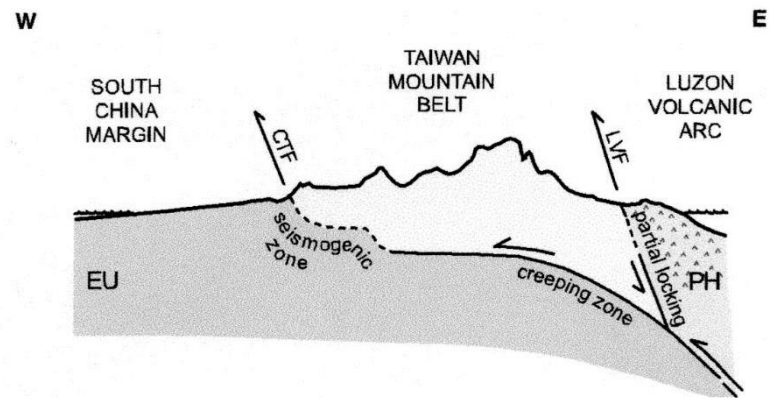
I v rámci zemské kůry jsou často podmínky ve spodní kůře takové, že ukazují na duktilní či křehce duktilní chování.



Hypocentra zemětřesení se soustředí do vrstvy sahající do jisté kritické hloubky, pod kterou již nedochází ke křehkému porušení – tzv. **seismogenní vrstva**.



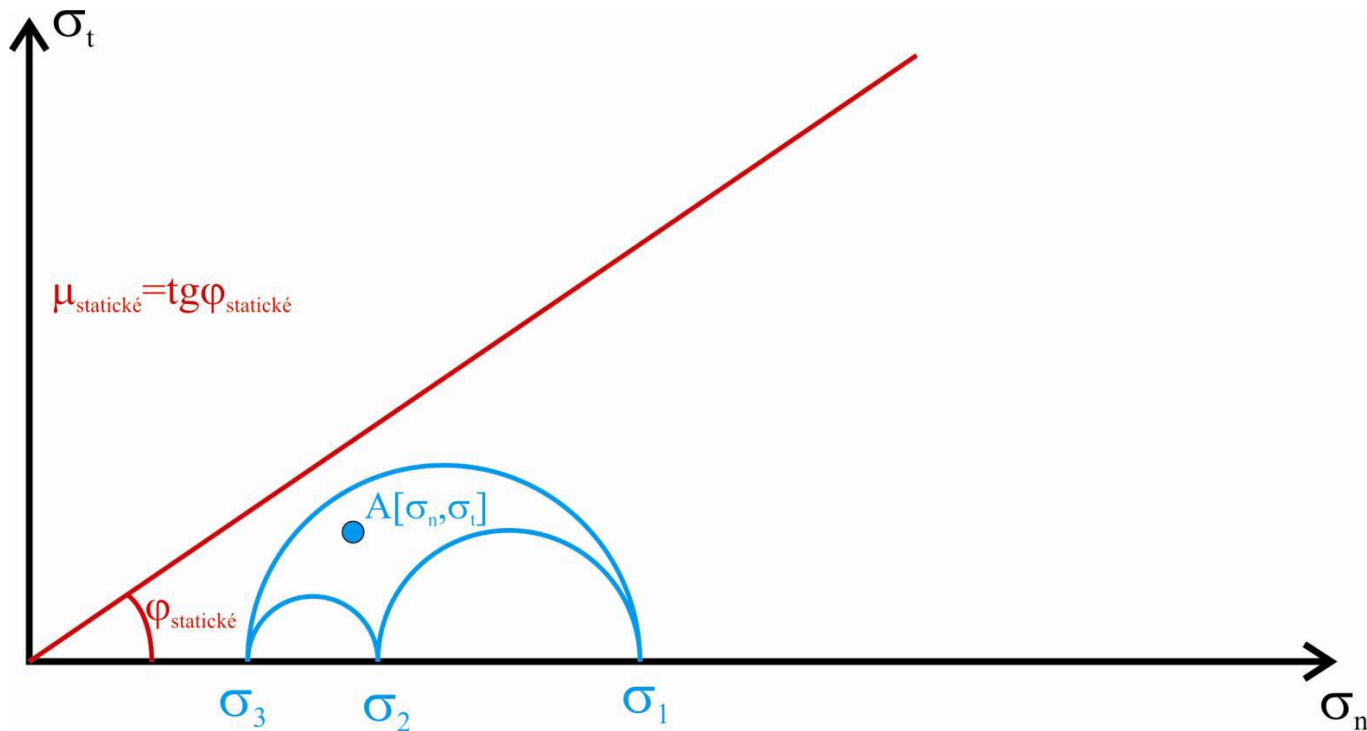
Tektonické pohyby pod seismogenní vrstvou mohou být významné, probíhají ale aseismicky.



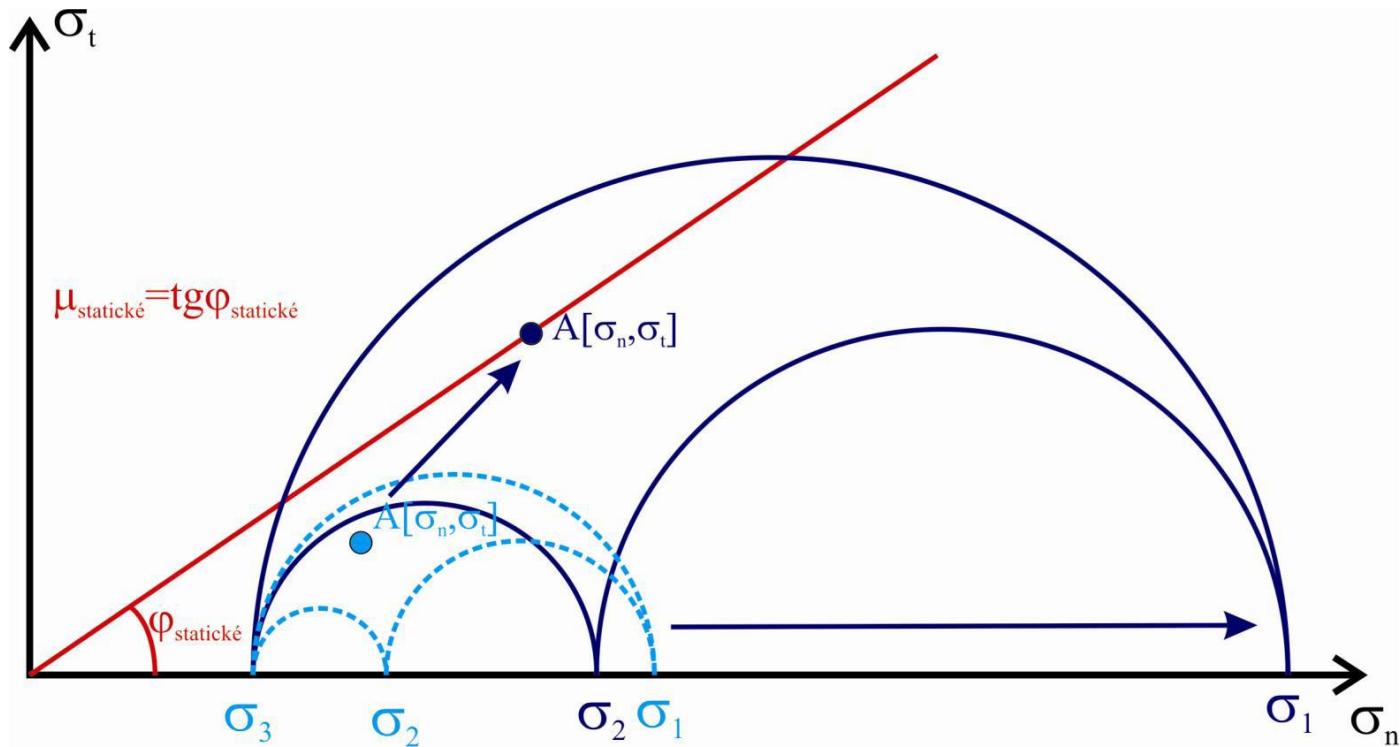
*Schema rozmístění hlavních struktur v regionu Taiwanu – v menších hloubkách se nachází seismogenní zóna, hlouběji zóna s creepem (Loevenbruck et al. 2001)*

## b) Musí docházet k růstu deviátoru napětí

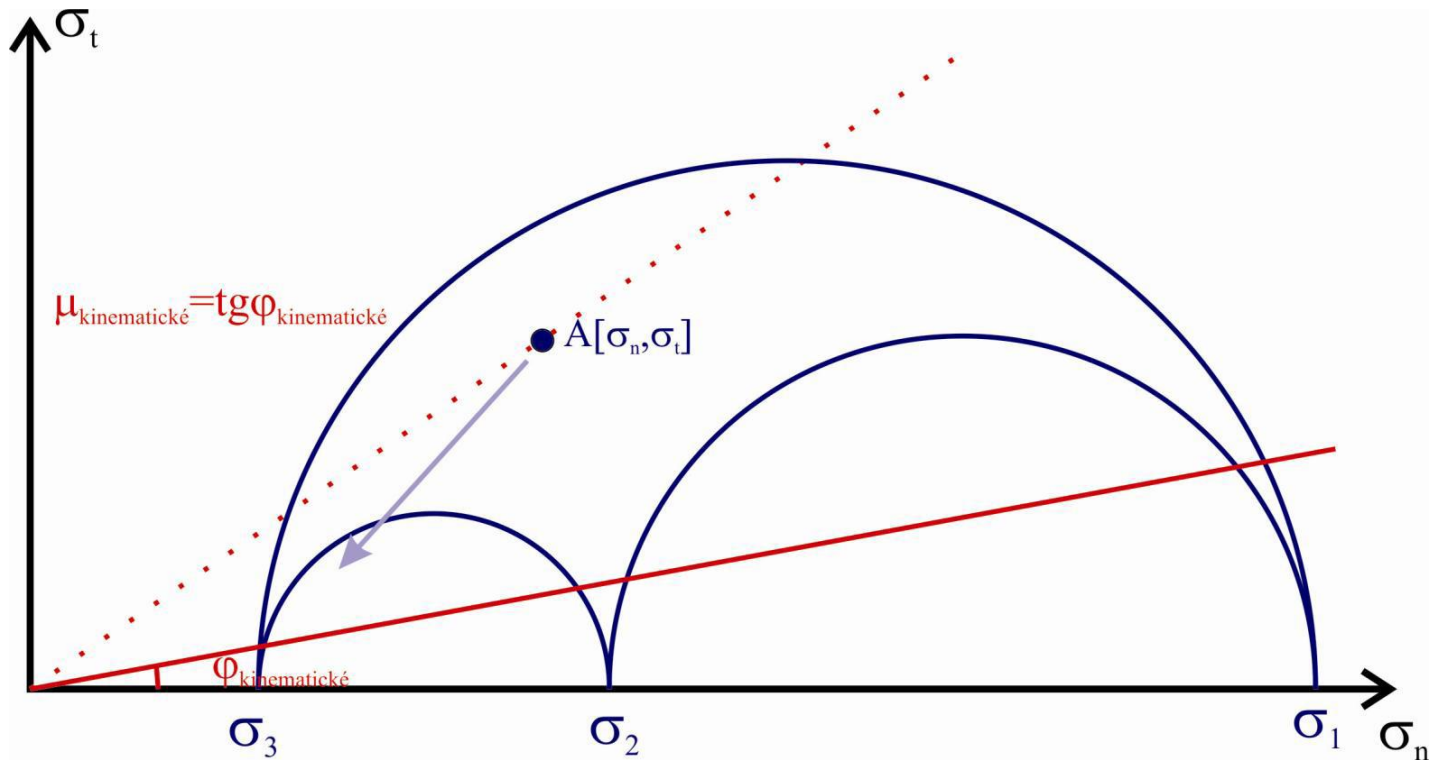
Musí dojít k překročení meze pevnosti. Toho lze dosáhnout buď změnou materiálových konstant (změnou hodnoty meze pevnosti) nebo zvýšením diferenciálního napětí.



Zvyšování diferenciálního napětí je typické pro růst napětí, který má tektonický původ. V určitém okamžiku dojde vlivem zvyšování tohoto napětí k překročení meze pevnosti a ke vzniku zemětřesení.

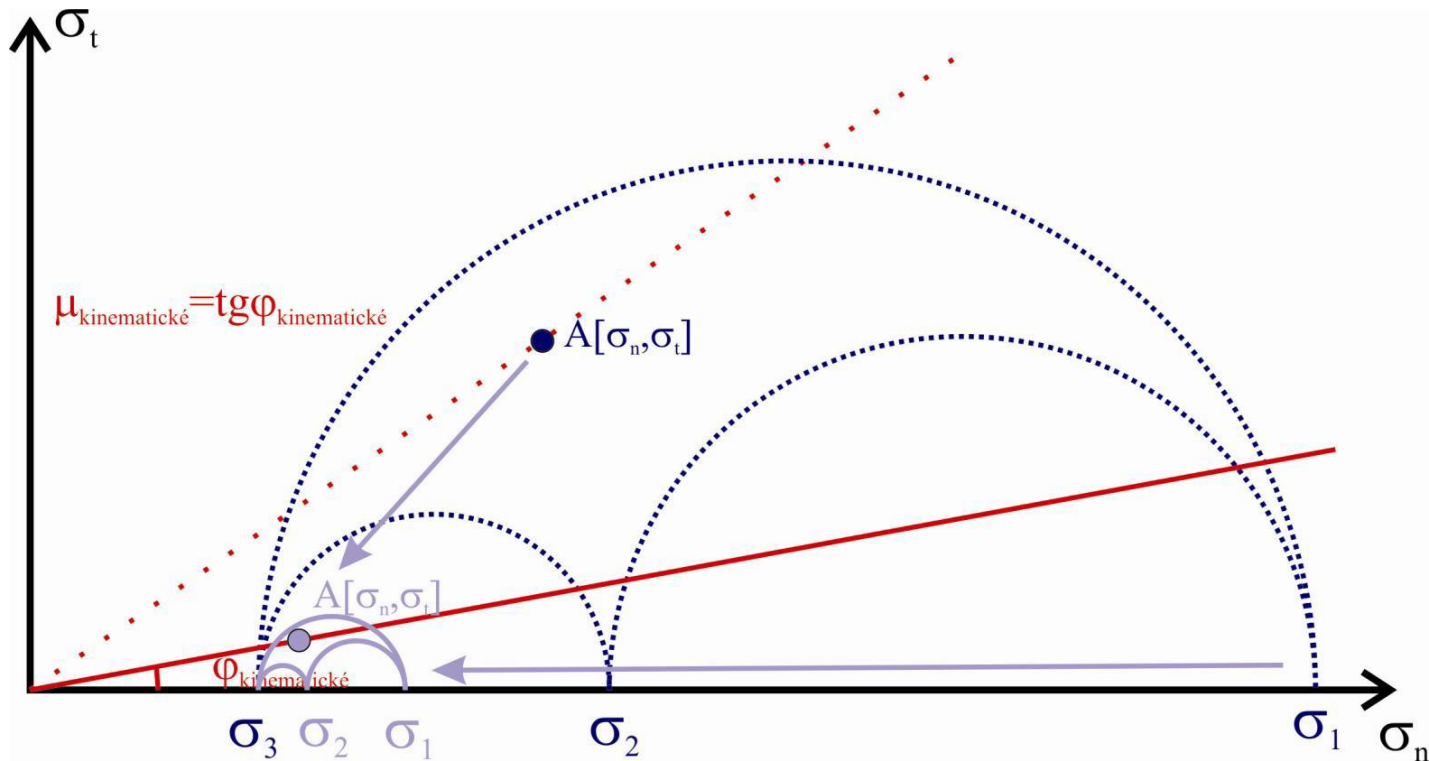


Prokluz podél zlomové plochy (spojený se vznikem zemětřesení) vede k odstranění elastické deformace a k opětovnému poklesu napětí.

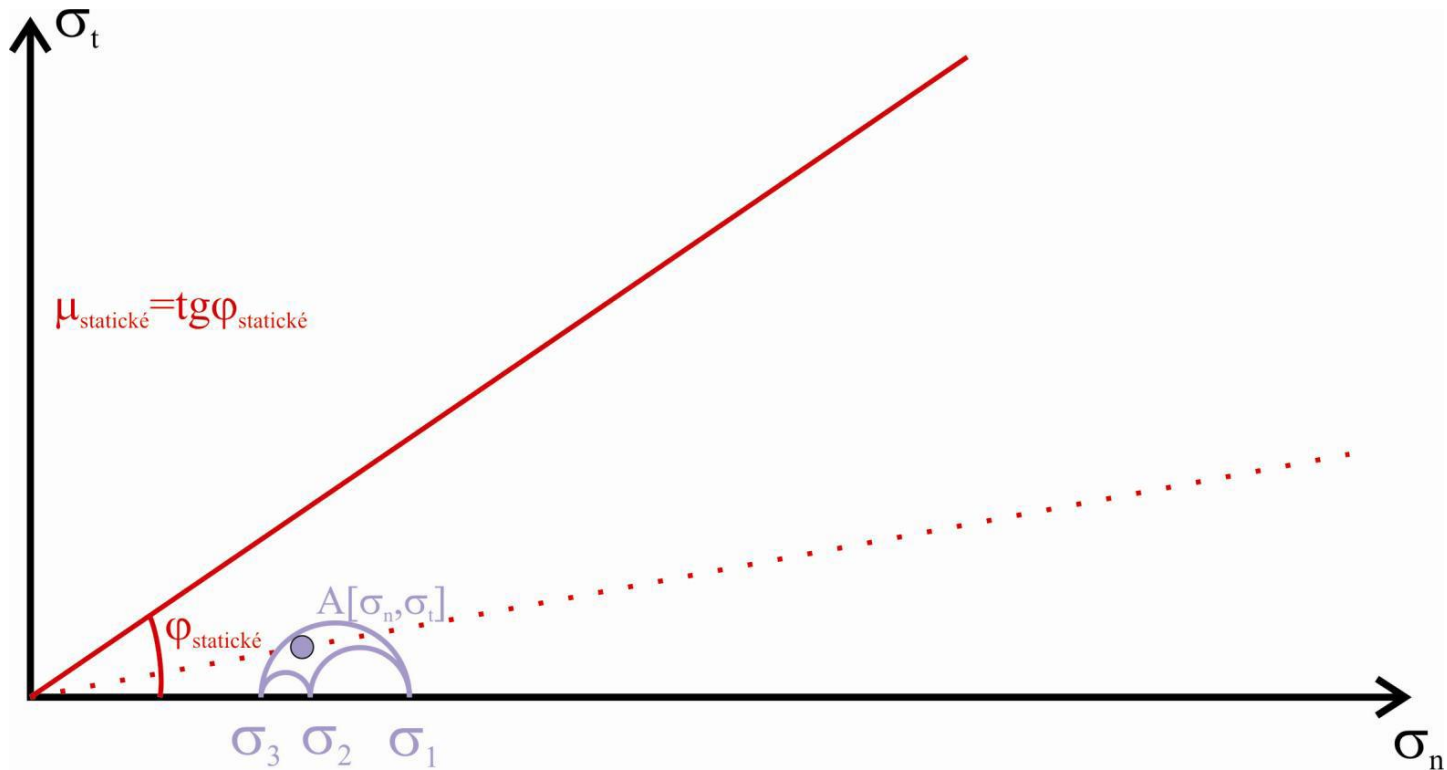




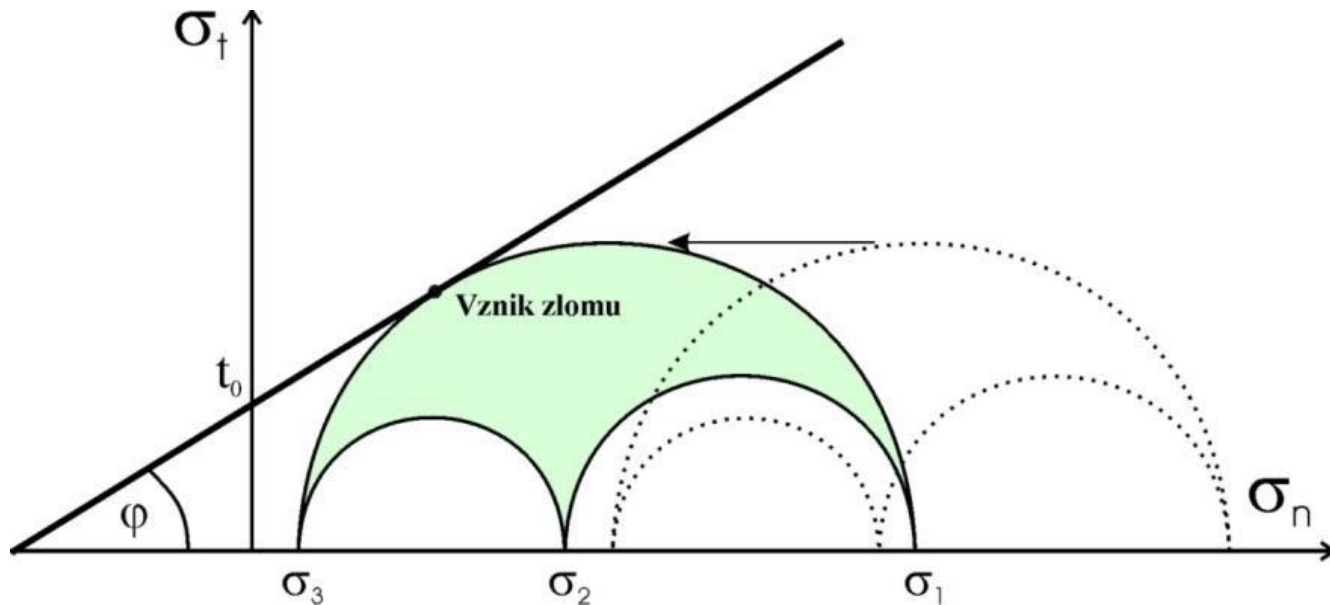
Pohyb podél zlomové plochy pokračuje i při nižším tečném napětí, protože tření podél zlomové plochy v kluzu (kinematické tření) je nižší, než tření statické.



Po skončení pohybu na zlomu je hodnota diferenciálního napětí opět snížena. Tektonické pohyby pak mohou vést k jejímu opětovnému zvyšování až do vzniku nového křehkého porušení.



Proces vzniku zemětřesení může být výrazně urychlen při změně podmínek, kdy dojde k náhlému snížení meze pevnosti - typicky např. vlivem náhlého nárůstu tlaku fluid a tím k poklesu tlaku v místě poruchy.

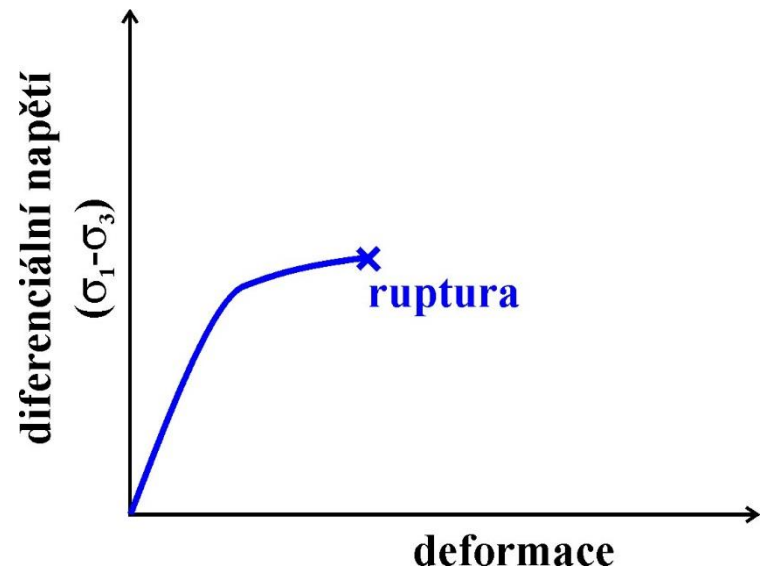


Změny, které vedou k variabilitě hodnoty meze pevnosti, (např. náhlé změny tlaku fluid) mají velký vliv na charakter seismické aktivity. Mez pevnosti bývá v takových případech překročena často současně u většího množství poruch a lze tímto jevem tak vysvětlit existenci tzv. **seismických rojů** - tj. výskytu velkého množství otřesů, které se vyskytly v krátkém čase v malém území.

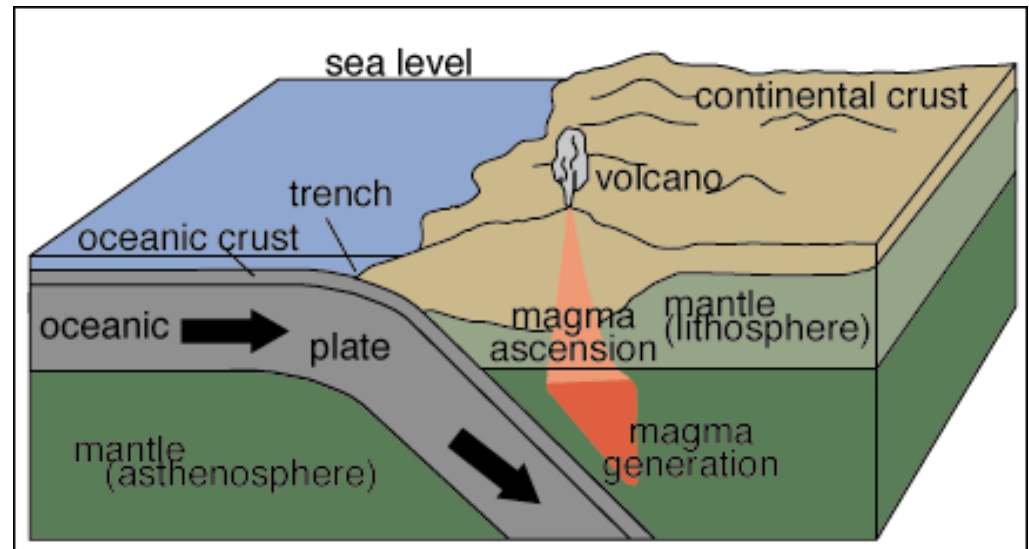
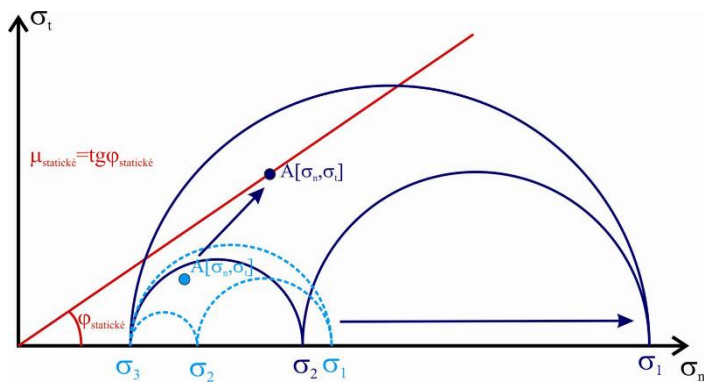
**c) Prostředí (a křehké struktury, které jej porušují) musí být schopno odolat určitému napětí (je nutné dostatečně velké tření)**

Při vzniku zemětřesení dojde k náhlému uvolnění energie - pod vlivem napětí dochází k náhlému pohybu podél křehké poruchy a k poklesu napětí. Čím více energie se uvolní, tím je zemětřesení větší.

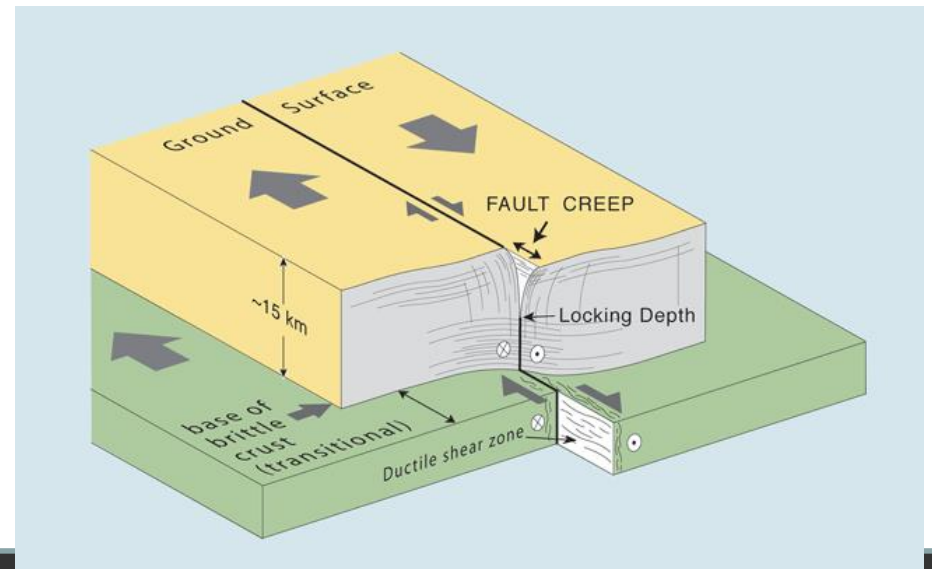
Křehká porucha, na níž má dojít k posunu, tedy musí „snést“ co nejvyšší diferenciální napětí.



Zvyšování diferenciálního napětí je často spojeno s tektonickými procesy. Rychlost růstu napětí pak souvisí s rychlostmi tektonických procesů.

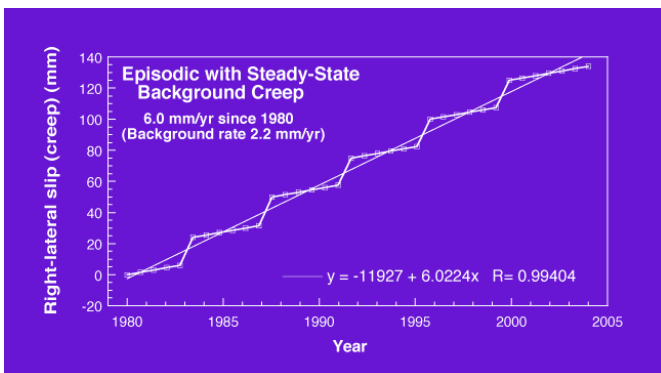
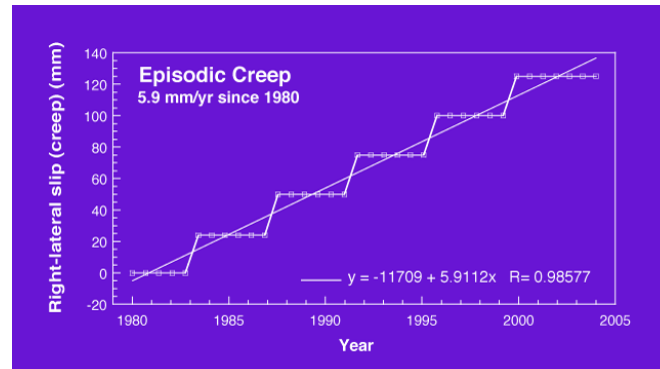
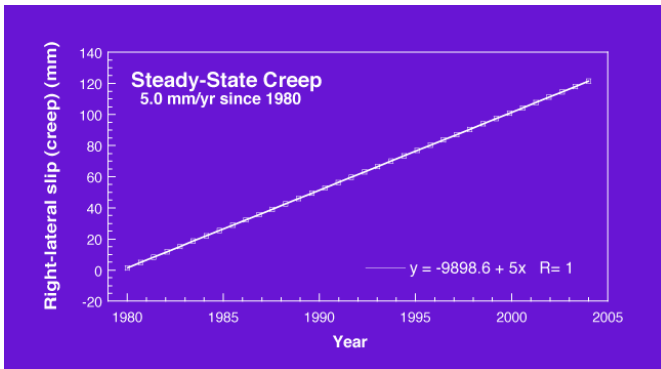
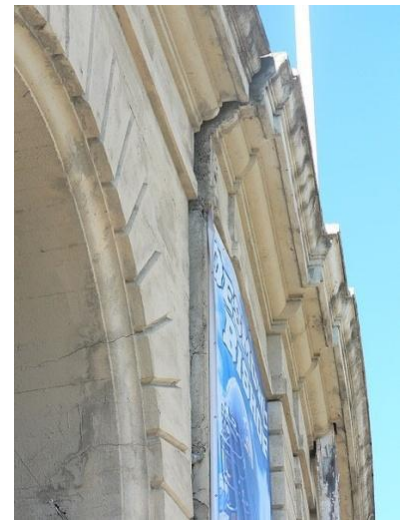


V případě málo „odolných“ poruch dochází k brzkému uvolnění energie - dochází k drobnému proklouzávání, při kterém je uvolněno vždy jen malé množství energie a nedochází tak k významnějším otřesům. Takový pohyb označujeme jako **creep**.



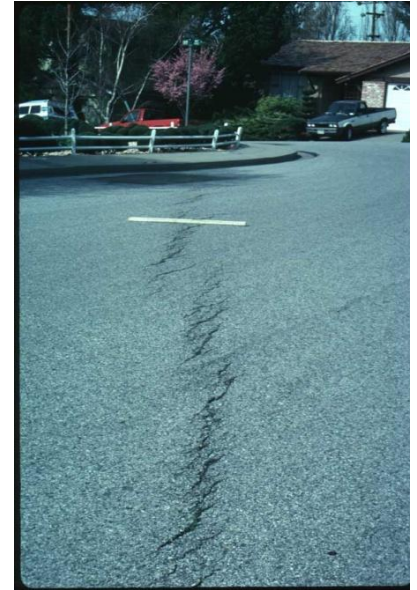
Charakter procesu creepu může být různý:

- kontinuální creep
- epizodický creep
- kombinace kontinuálního a epizodického creepu

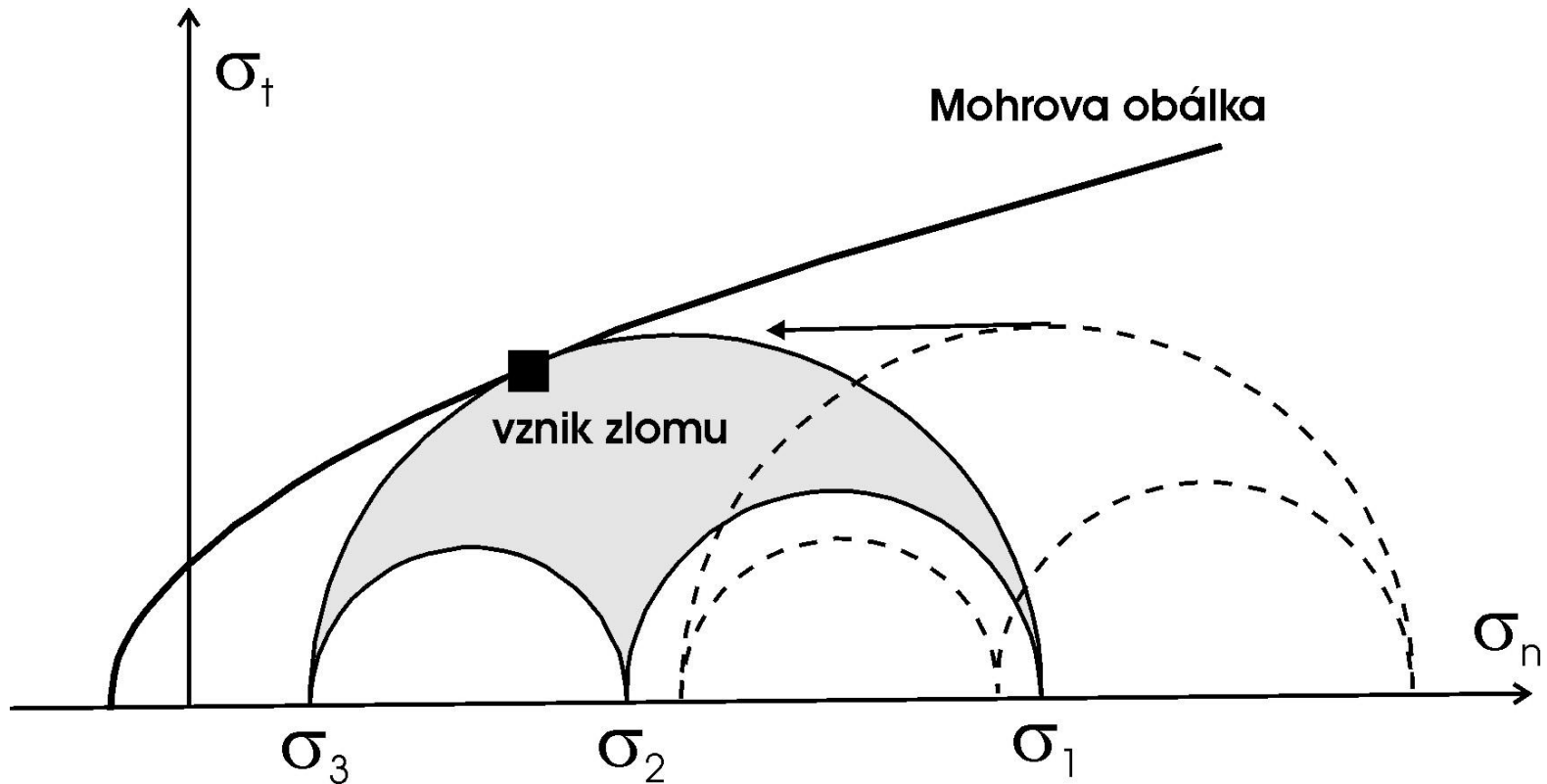




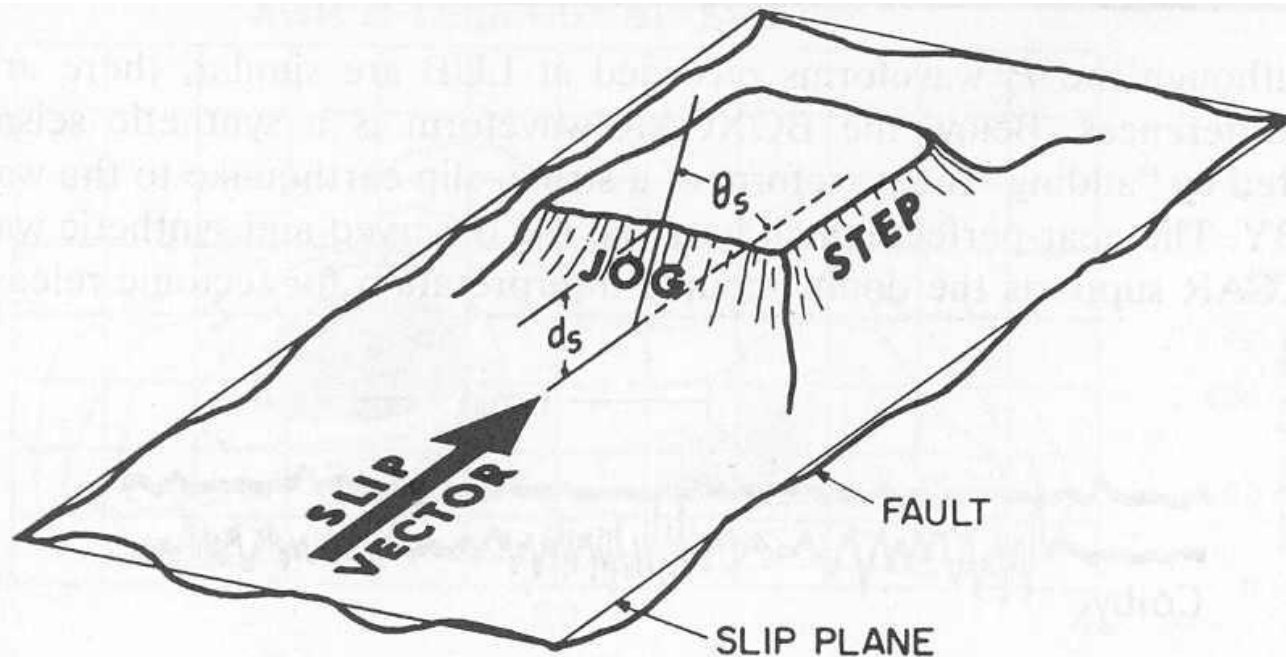
# Příklad creepu – zlom Hayward (Kalifornie)



„Odolnost“ poruchy závisí jednak na velikosti normálového napětí (tj. na velikosti tlaku - čím vyšší tlak, tím větší „odolnost“).

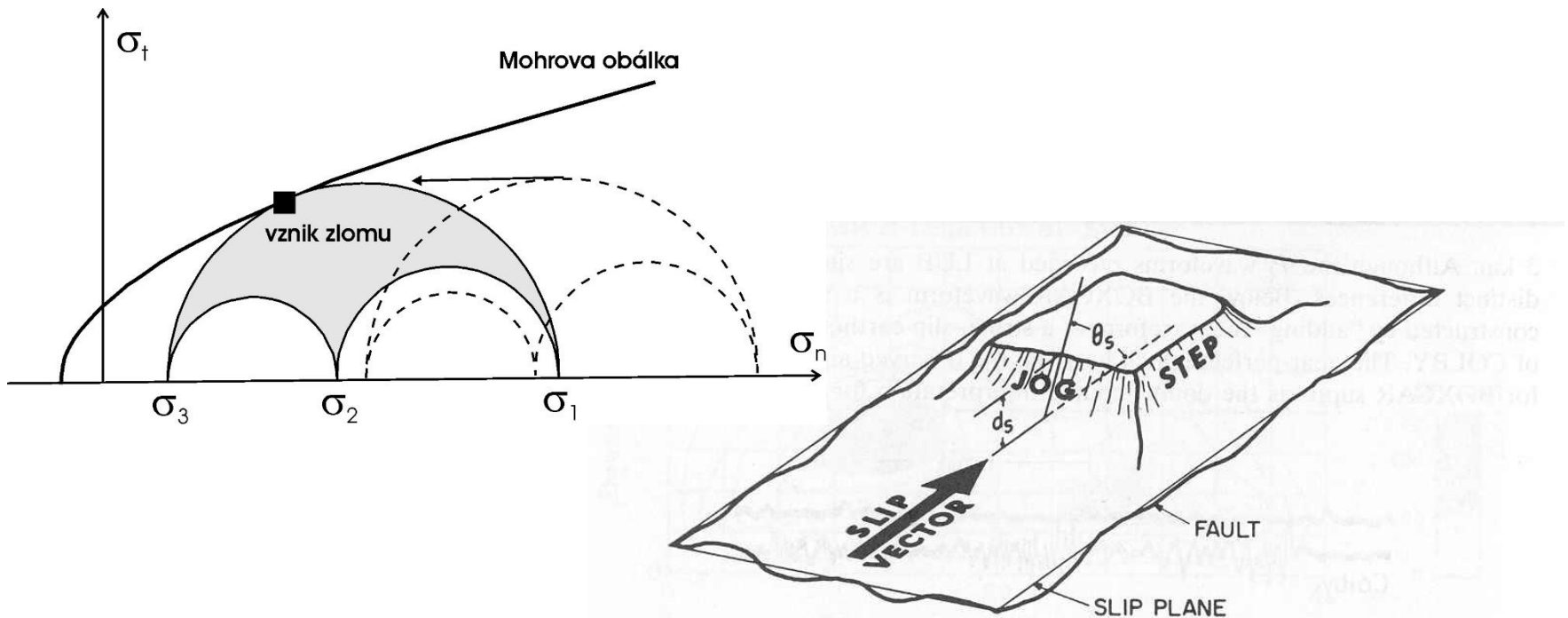


A jednak „odolnost“ poruchy závisí také na velikosti tření na její ploše (čím vyšší tření, tím větší „odolnost“). Rovná vyhlazená plocha je tedy méně odolná, než plocha s nerovnostmi.



**FIGURE 10.15** Geometric irregularity that could serve as an asperity. (From Scholz, 1990.)

Proto se silné otřesy vyskytují především v místech, kde se projevuje zvláště výrazně kompresní normálová složka napětí (např. **subdukční zóny**) a/nebo nerovnost zlomů (např. **křížení zlomových struktur** apod.)



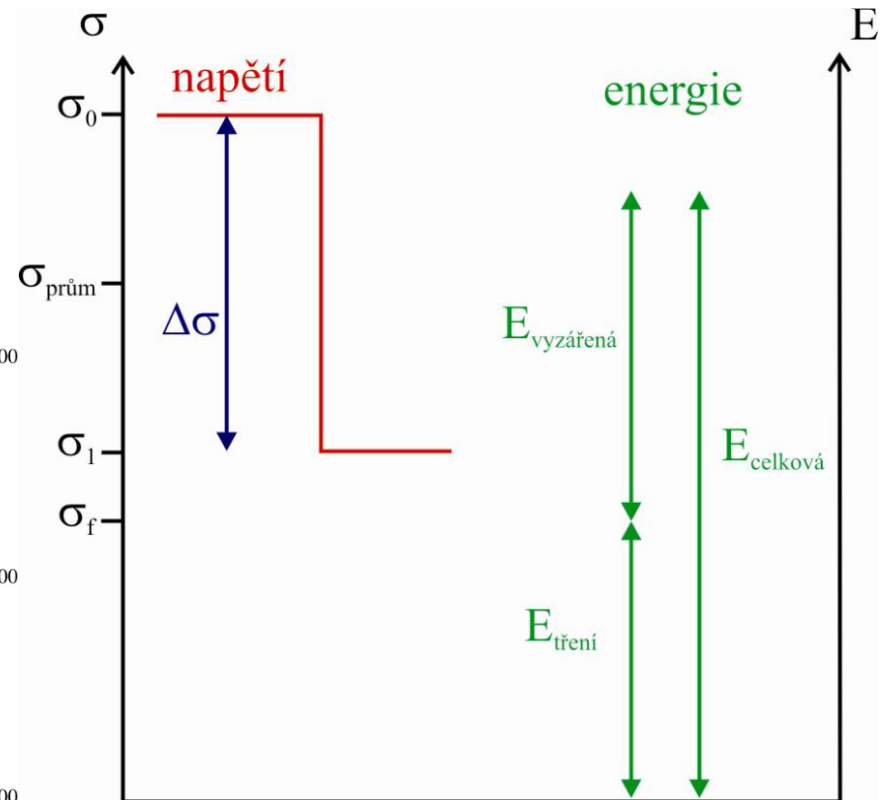
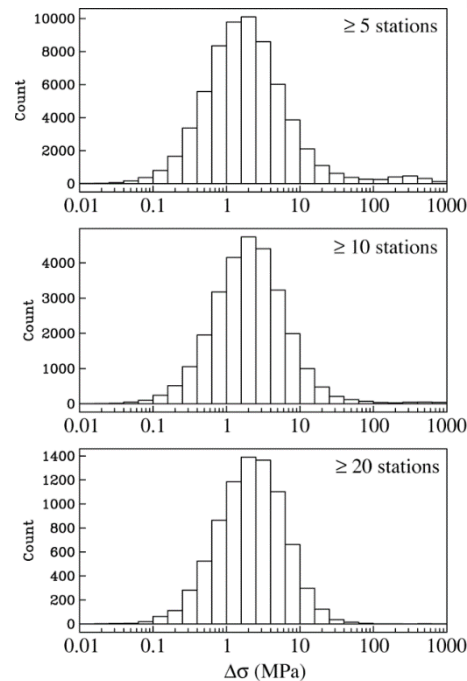
**FIGURE 10.15** Geometric irregularity that could serve as an asperity. (From Scholz, 1990.)

# **2.5: Dynamika zemětřesení – pokles napětí a seismická energie**

Při vzniku zemětřesení prudce klesá napětí a je uvolněna energie. Je-li  $\sigma_0$  napětí před zemětřesením a  $\sigma_1$  napětí po zemětřesení, tak pokles napětí  $\Delta\sigma$  je u běžně sledovaných zemětřesení se  $\Delta\sigma$  obvykle pohybuje mezi hodnotami 0.1 až 20 MPa):

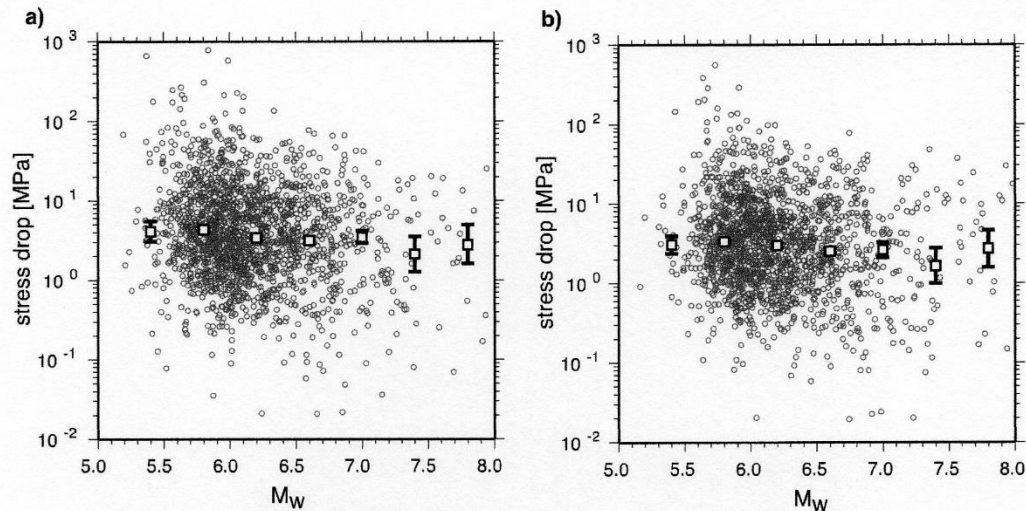
$$\Delta\sigma = \sigma_0 - \sigma_1$$

$$\sigma_{\text{prum}} = \frac{\sigma_0 + \sigma_1}{2}$$





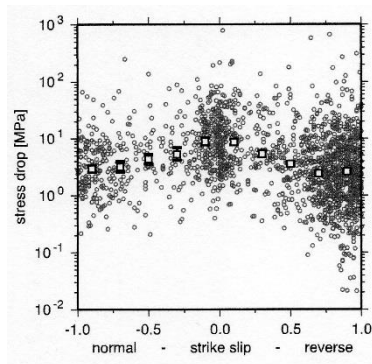
Poklesem napětí  $\Delta\sigma$  nejeví závislost na hodnotě magnituda (nekoreluje s velikostí zemětřesení).



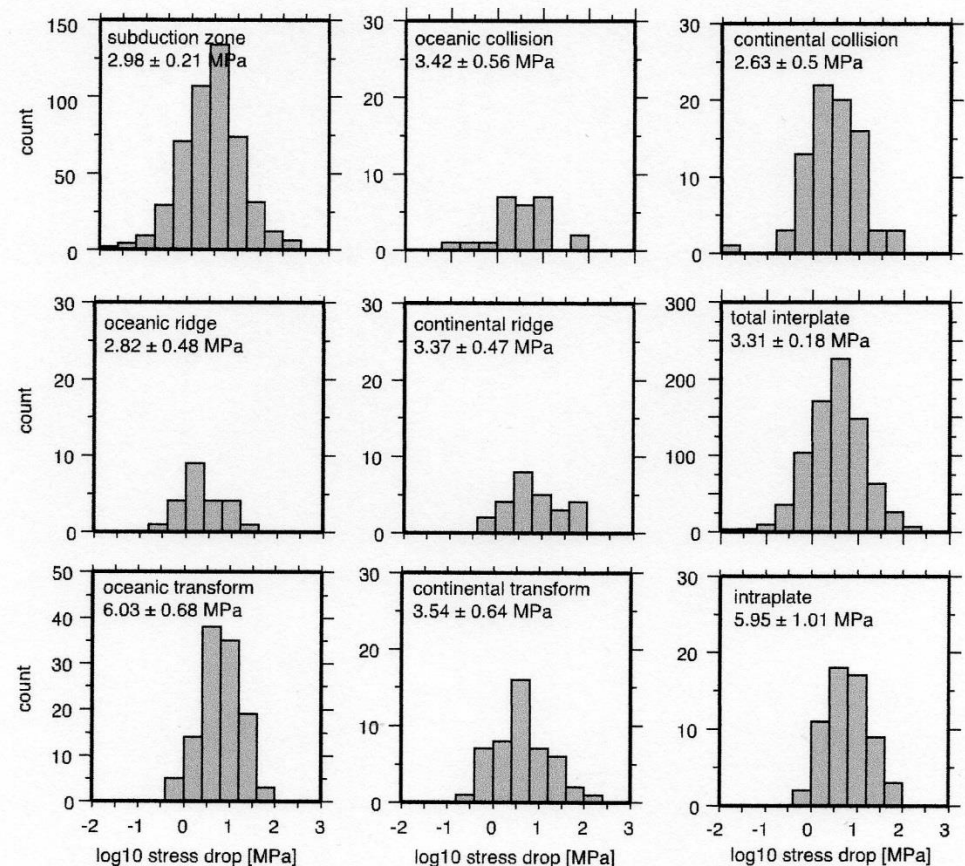
**Figure 7.** Stress drop versus moment. The mean of 100 bootstrap-resampled median stress drops for bins of 0.4 in moment magnitude is shown by the white squares. Error bars denote the standard errors from bootstrap resampling. Note the general independence of stress drop and moment over the magnitude range of the data. (a) Results for a 51.2 s analysis window. (b) Results for a 102.4 s analysis window.

Studie ukazují, že pokles napětí  $\Delta\sigma$  roste s rostoucí rigiditou horninového prostředí a s rostoucím průměrným posunutím na zlomové ploše, ale naopak klesá s rostoucí velikostí porušené zóny.

Naopak, lze vysledovat určitou souvislost mezi poklesem napětí  $\Delta\sigma$  a charakterem tektonického režimu. Relativně vyšší hodnoty  $\Delta\sigma$  lze pozorovat v případě transformních zlomů v oceánské kůře a v případě vnitrodeskových jevů. Obecně jsou relativně vyšší hodnoty  $\Delta\sigma$  v případě horizontálních posunů.



**Figure 10.** Stress drop versus focal mechanism. The white squares show the mean of 100 bootstrap-resampled median stress drops per bin. Error bars denote the standard error from bootstrap resampling. Note the highest stress drops for strike slip events.



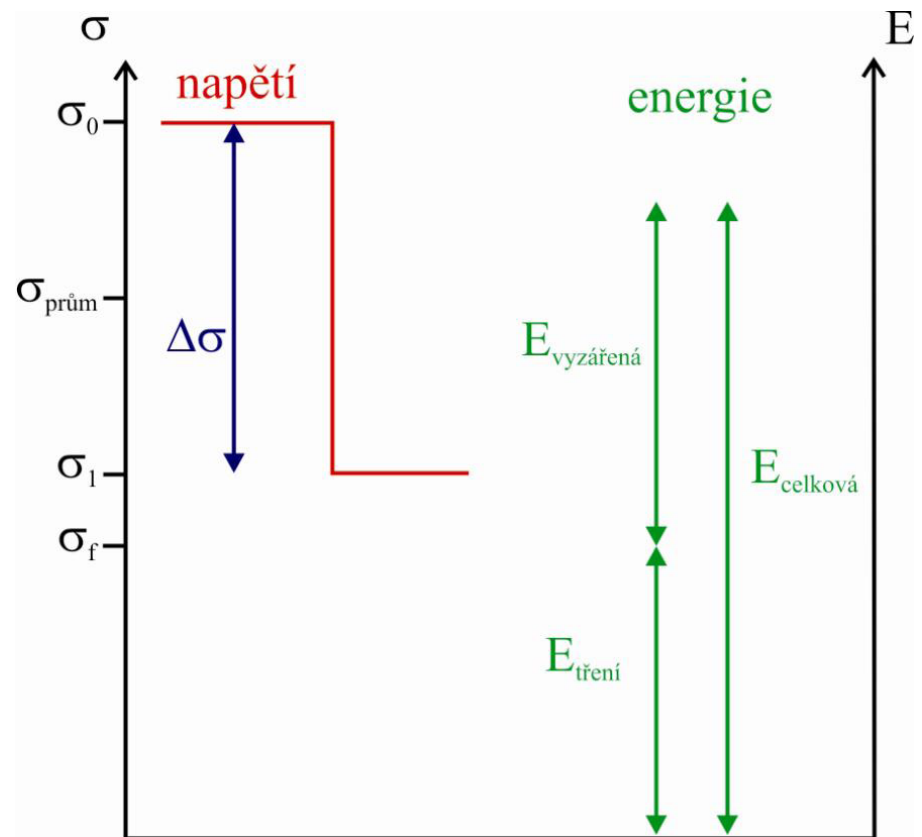
**Figure 18.** Histograms of stress drop distributions by tectonic region. See Table 1 for number of events in each class. The listed number denote the median stress drops together with their standard errors.



Uvolněná energie je úměrná poklesu napětí (respektive průměrnému napětí  $\sigma_{\text{prum}}$ ), průměrnému posunutí  $D$  a ploše zlomu  $A$ :

$$E_{\text{celková}} = \sigma_{\text{prum}} \cdot A \cdot D$$

( $E$  ... práce = síla  $\times$  dráha)



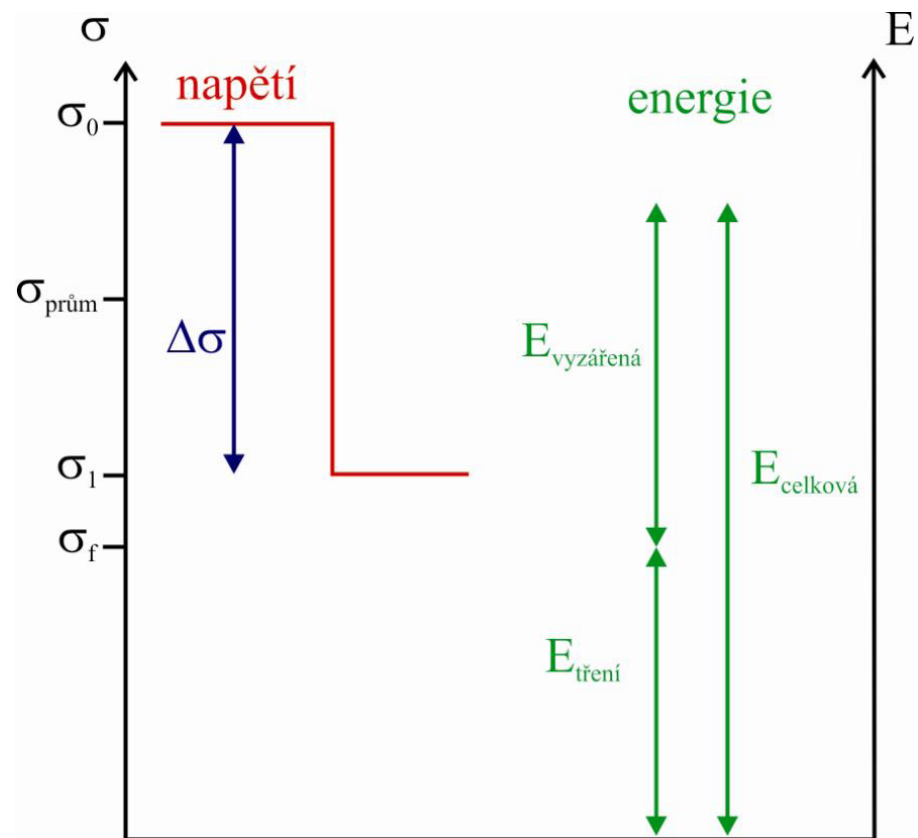
Ne všechna energie je ale vyzářena ve formě elastických vln, část energie je spotřebována na překonání tření:

$$E_{\text{celková}} = E_{\text{vyzářena}} + E_{\text{tření}}$$

příčemž:

$$E_{\text{tření}} = \sigma_f \cdot A \cdot D$$

(E ... práce = síla  $\times$  dráha)



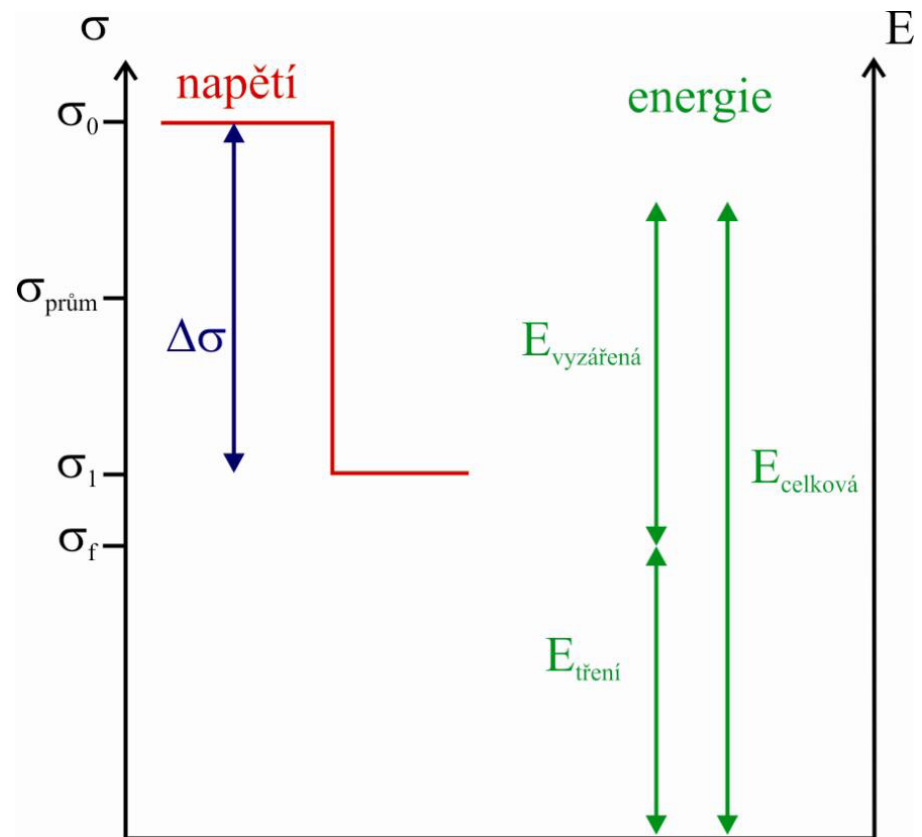
Pro energii vyzářenou ve formě elastických vln tak platí:

$$E_{\text{vyzarena}} = E_{\text{celková}} - E_{\text{treni}} = \sigma_{\text{prum}} \cdot A \cdot D - \sigma_f \cdot A \cdot D$$

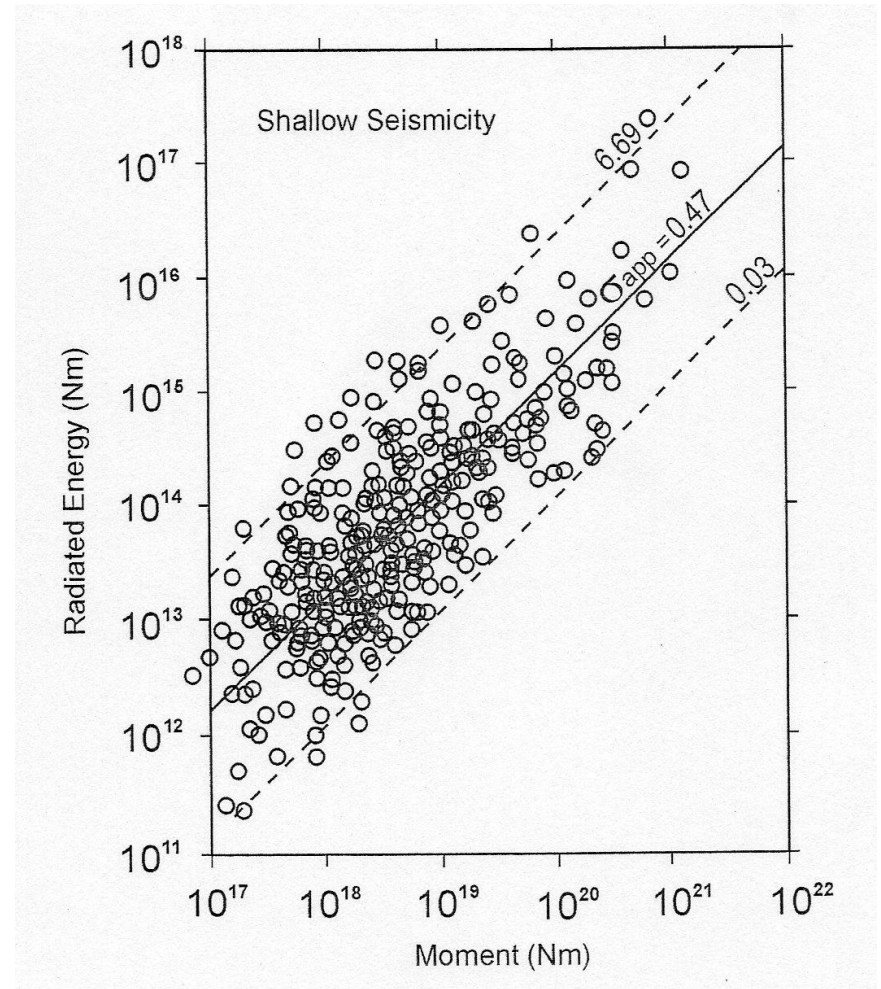
$$E_{\text{vyzarena}} = (\sigma_{\text{prum}} - \sigma_f) A \cdot D$$

$$E_{\text{vyzarena}} = \left( \sigma_1 + \frac{\Delta\sigma}{2} - \sigma_f \right) A \cdot D$$

$$E_{\text{vyzarena}} = \frac{\Delta\sigma}{2} A \cdot D + (\sigma_1 - \sigma_f) A \cdot D$$



Seismická energie dobře koreluje se seismickým momentem (mezi seismickou energií a seismickým momentem je lineární vztah).



Definujeme-li  $\tau_a$  jako tzv. efektivní napětí:  $\tau_a = \sigma_{\text{prum}} - \sigma_f$

A vezmeme-li v úvahu, že pro vyzářenou (respektive seismickou) energii  $E_{\text{vyzarena}}$  (respektive  $E_s$ ) platí:

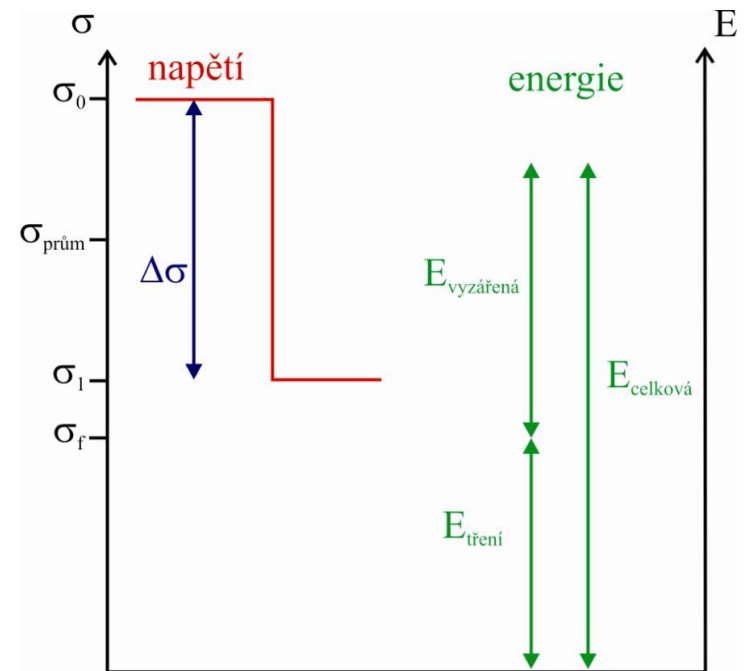
$$E_{\text{vyzarena}} = \sigma_{\text{prum}} \cdot A \cdot D - \sigma_f \cdot A \cdot D$$

Pak můžeme pro seismickou energii a Seismický moment odvodit vztah:

$$E_{\text{vyzarena}} = \tau_a \cdot A \cdot D$$

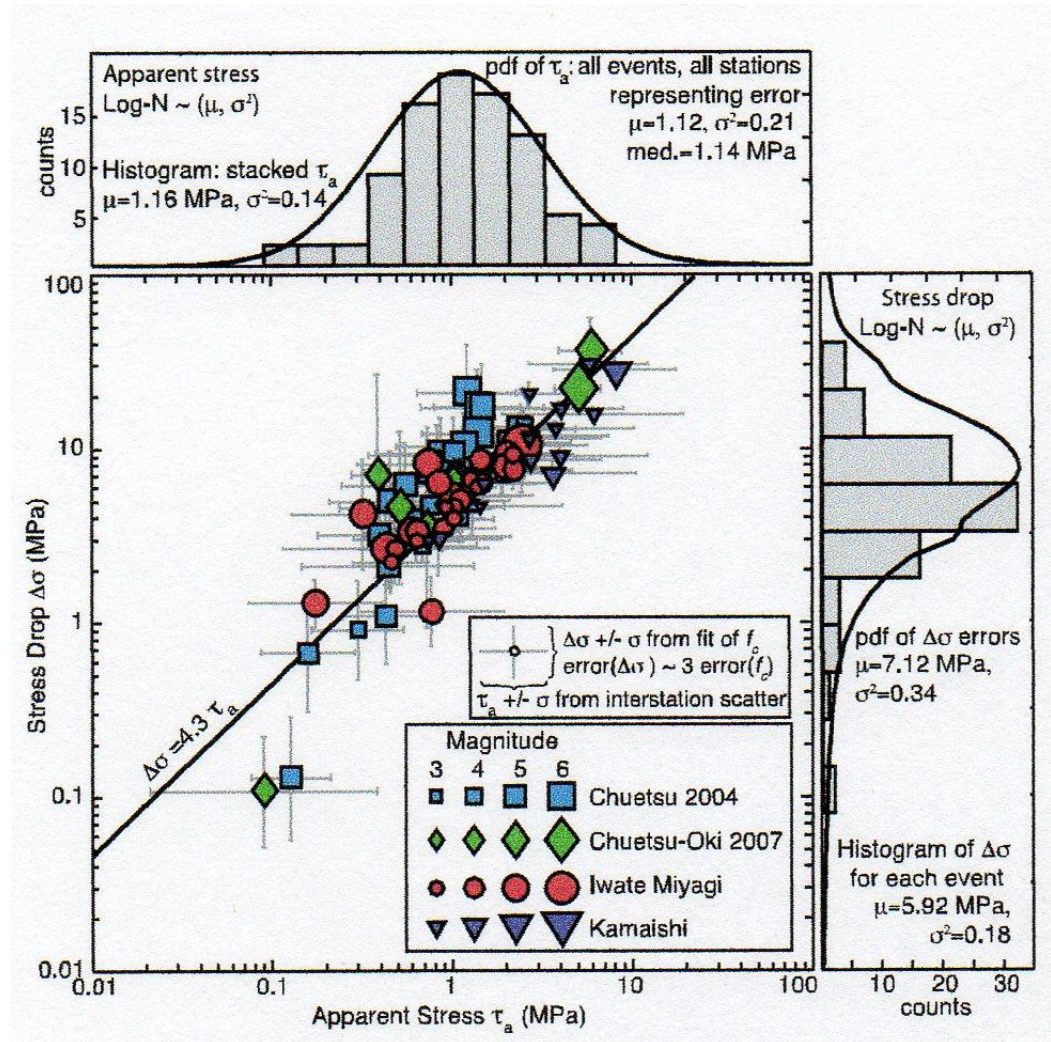
$$M_0 = \mu \cdot A \cdot D$$

$$\Leftrightarrow \frac{E_{\text{vyzarena}}}{M_0} = \frac{\tau_a \cdot A \cdot D}{\mu \cdot A \cdot D} = \frac{\tau_a}{\mu}$$



Přitom se ukazuje, že vztah mezi poklesem napětí  $\Delta\sigma$  a hodnotou  $\tau_a$  je přibližně lineární:

$$\Delta\sigma = 4.3 * \tau_a$$





Pro vyzářenou seismickou energii tak můžeme stanovit přibližný vztah v závislosti na poklesu napětí  $\Delta\sigma$ :

$$E_{\text{vyzarena}} = (\sigma_{\text{prum}} - \sigma_f) A \cdot D$$

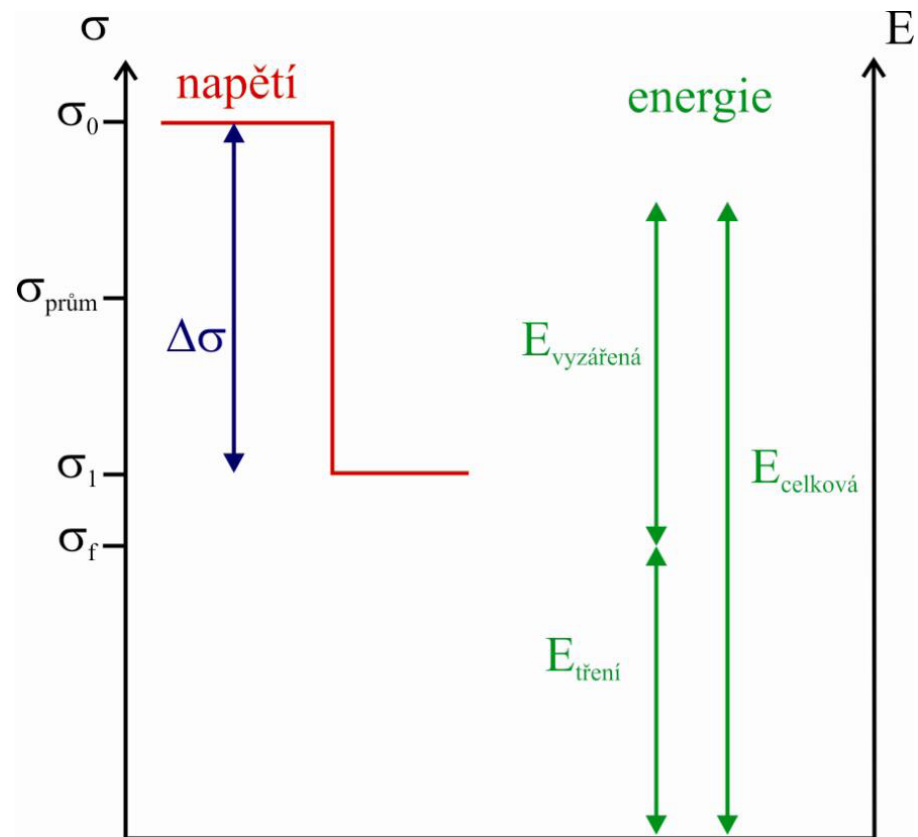
$$E_{\text{vyzarena}} = \left( \sigma_1 + \frac{\Delta\sigma}{2} - \sigma_f \right) A \cdot D$$

$$E_{\text{vyzarena}} = \frac{\Delta\sigma}{2} A \cdot D + (\sigma_1 - \sigma_f) A \cdot D$$

$$E_{\text{vyzarena}} = (\sigma_{\text{prum}} - \sigma_f) A \cdot D$$

$$E_{\text{vyzarena}} = \tau_a \cdot A \cdot D$$

$$E_{\text{vyzarena}} = \frac{\Delta\sigma}{4.3} \cdot A \cdot D$$



Seismická energie vyzářená ve formě elastických seismických vln souvisí s velikostí zemětřesení a tedy s magnitudem.

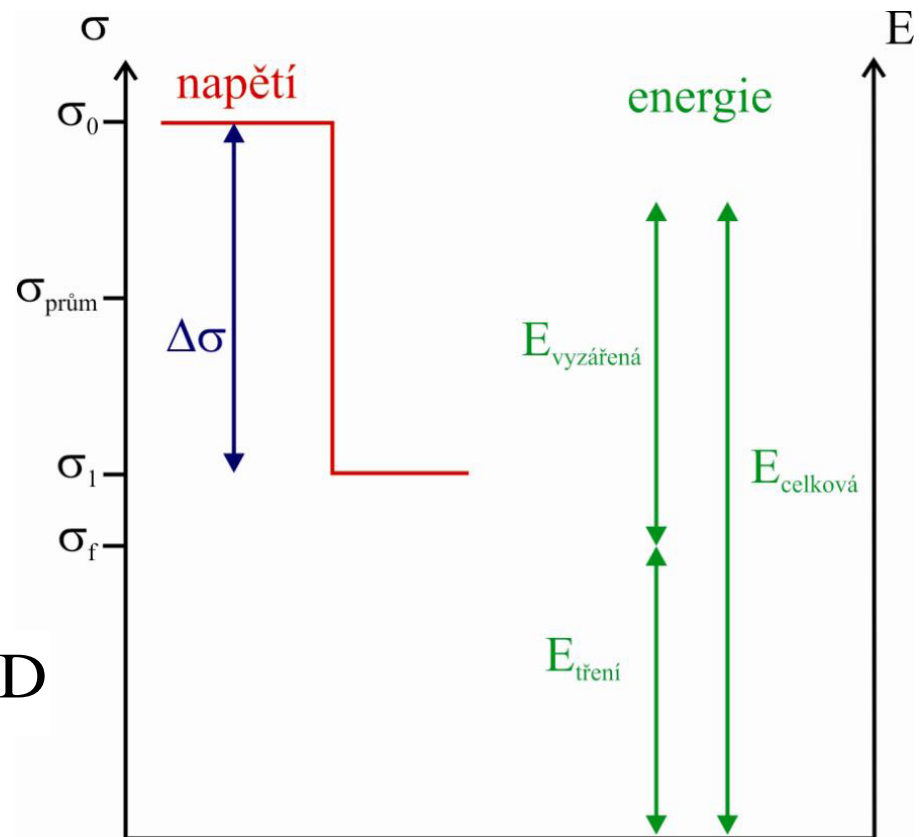
Podle empirických vztahů Gutenberga a Richtera:

Pro slabší jevy ( $m_b$  není saturováno):  $\log E = 2.4m_B - 1.2$

Pro silnější jevy ( $m_b$  je saturováno):  $\log E = 1.5M_s + 4.8$



Čím větší je pokles napětí při seismickém jevu, tím větší je uvolněná energie a tím vyšší je magnitudo zemětřesení.

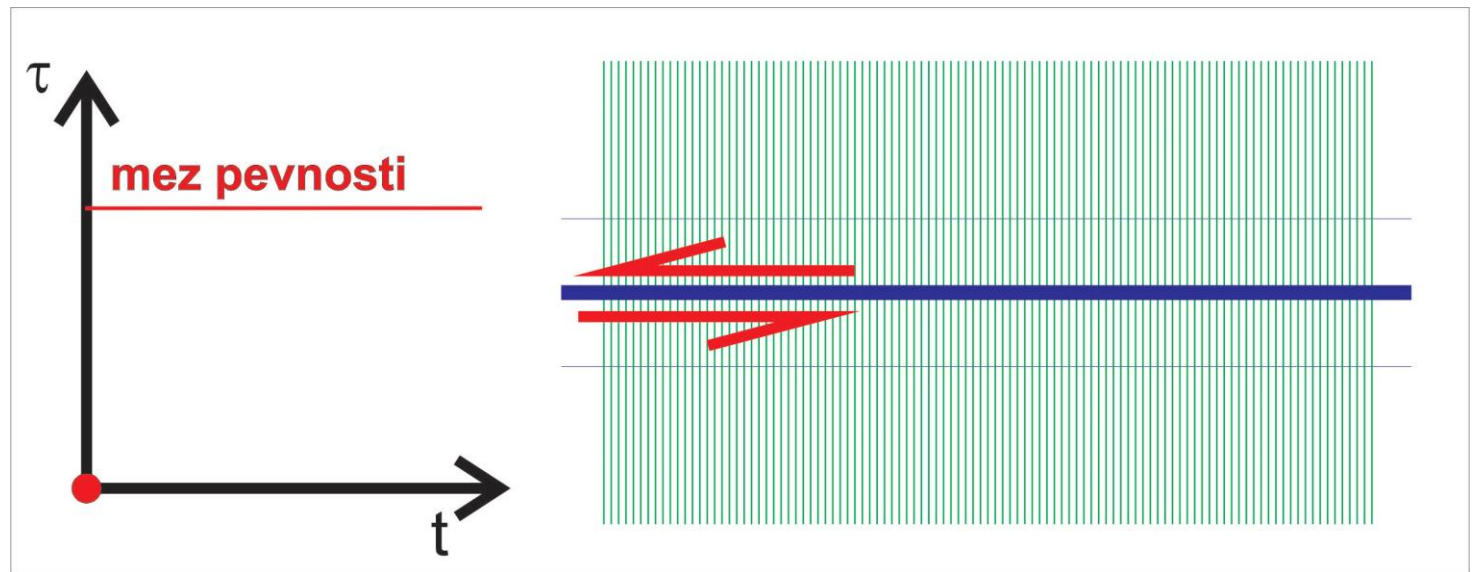


$$E_{\text{vyzarena}} = \sigma_{\text{prum}} \cdot A \cdot D - \sigma_f \cdot A \cdot D$$

## 2.6: Seismický cyklus

**Seismický cyklus** je proces sestávající z postupné akumulace napětí a z jeho náhlého uvolnění při zemětřesení na zlomu.

Obecně napětí v daném místě postupně roste až dojde k překročení meze pevnosti a ke křehkému porušení, při kterém je napětí opět uvolněno. Modely seismického cyklu obvykle uvažují izolovaný segment zlomu neovlivněný vzdálenými jevy.



Proces se opakuje, doba opakování (**return period**, respektive **recurrence interval**) v závislosti na rychlosti růstu napětí a na reologických vlastnostech zlomů.

V tektonicky extrémně aktivním prostředí se průměrná doba opakování silných zemětřesení může pohybovat na úrovni několika desítek až stovek let. V regionech s nízkou aktivitou se doba opakování středně silných zemětřesení může pohybovat v desetitisících až prvních statisících let.

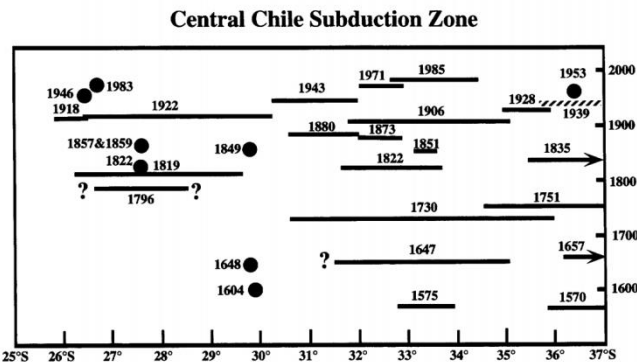
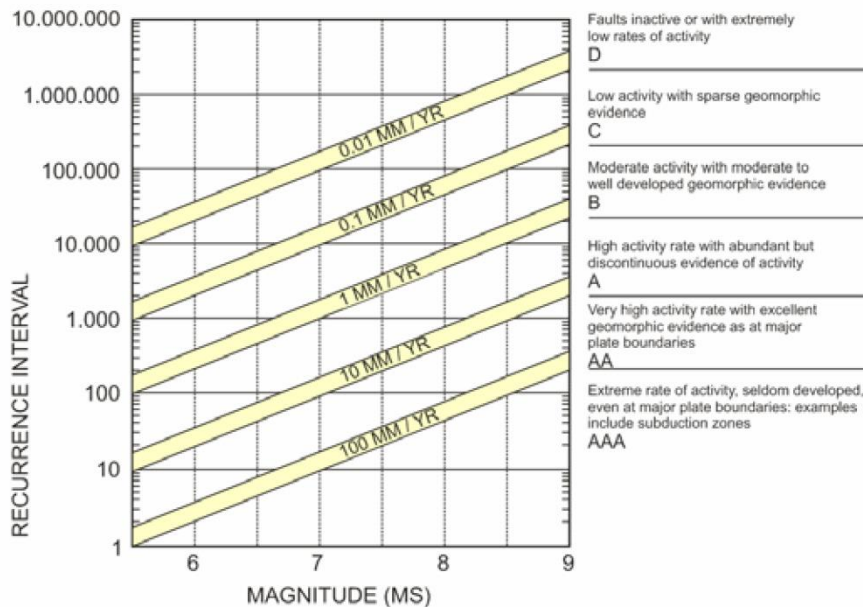


Fig. 2. Space-time plot of large to great earthquakes along the coast of south central Chile. Solid bars represent significant earthquakes that are probably underthrusting events. The length of the bar corresponds to the region of highest intensities and damage along the coast. The hatched bar shows the location of the 1939 intraplate event. The solid circles represent smaller events that reported damage in one locality. The 1796 bar represents two events (March 30 and August 24) and the 1819 bar represents 3 events (April 3, 4, and 11). the earthquake size cut off is not uniform along the coast. Compiled from Lomnitz (1971), Willis (1929), Comte *et al.* (1986) and Askew and Algermissen (1985).



V nejjednodušším případě se předpokládá **neměnná míra růstu napětí a stejná hodnota statického i dynamického tření.** V takovém případě lze pozorovat, že zemětřesení se opakují v pravidelných intervalech (recurrence time) a z předchozích událostí lze předvídat jak **čas** tak **velikost** následujících jevů.

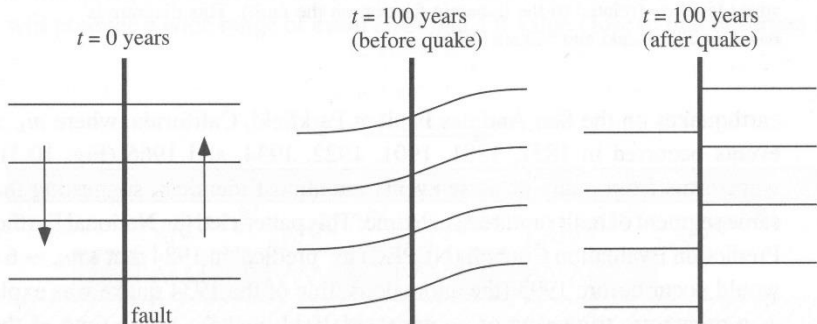


Fig. 10.1. The elastic rebound model of earthquakes. In this example, a strike-slip earthquake releases the stress and strain that had built up slowly along the fault.

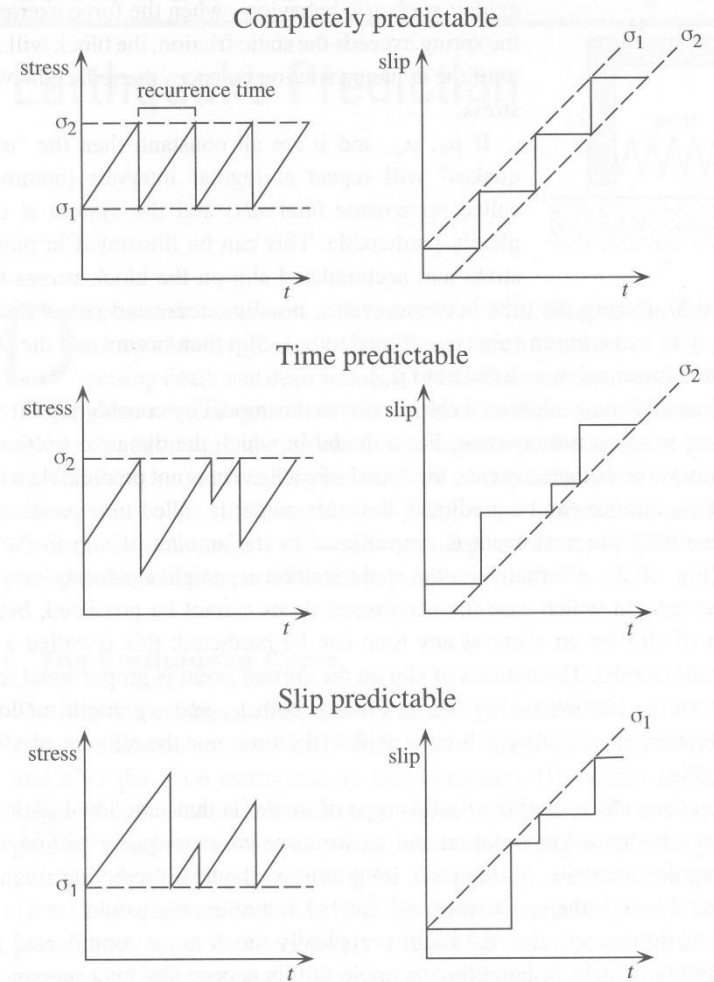


Fig. 10.2. Simple models of recurring earthquakes parameterized by a threshold stress level  $\sigma_2$  (related to the static friction on the fault) and a post earthquake stress level  $\sigma_1$  (related to the dynamic friction on the fault). This diagram is based on Shimazaki and Nakata (1980).

Pokud není **hodnota dynamického tření v čase konstantní, ale varíruje**, pak při různých hodnotách dynamického tření (tedy v různých časech) budou pozorovány různé velké jevy (různě velké prokluzu). Zůstává-li ale statické tření a růst napětí konstantní, lze při znalosti předešlých jevů dopočítat doby, při které bude statické tření překonáno – lze tedy předvídat **čas** následujících jevů.

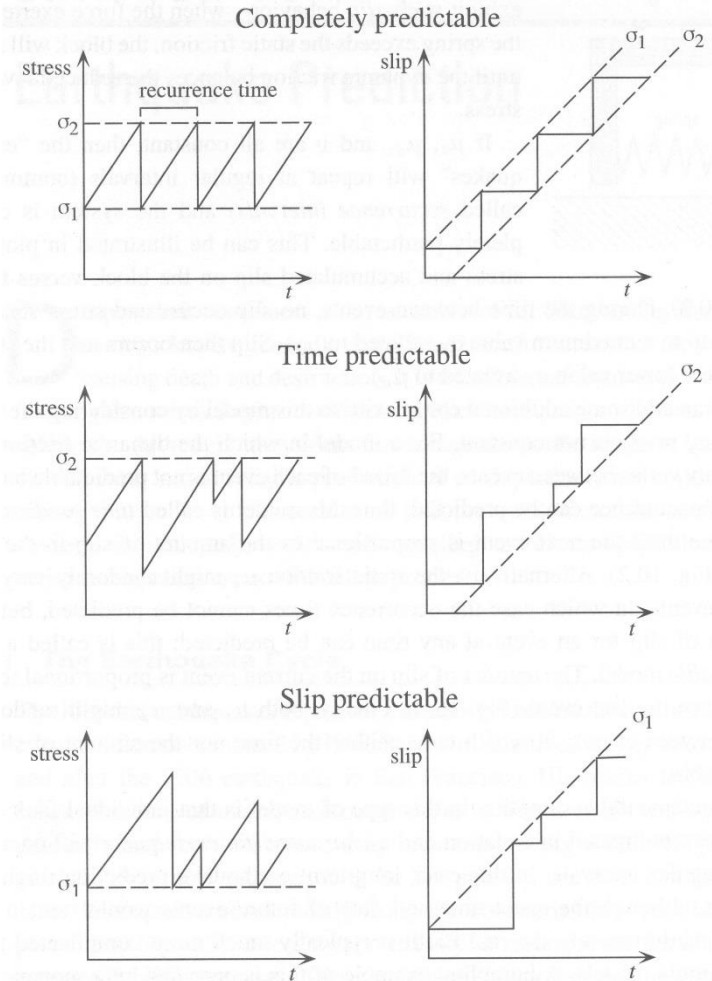


Fig. 10.2. Simple models of recurring earthquakes parameterized by a threshold stress level  $\sigma_2$  (related to the static friction on the fault) and a post earthquake stress level  $\sigma_1$  (related to the dynamic friction on the fault). This diagram is based on Shimazaki and Nakata (1980).

Pokud **není hodnota statického tření v čase konstantní**, ale varíruje, pak není konstantní limitní hodnota napětí, při níž dojde k zemětřesení a nelze předvídat čas otřesu. Je-li ale konstantní dynamické tření a růst napětí, lze při znalosti předešlých jevů dopočítat pro každý čas vzniku jevu energii, která by byla v takovém čase uvolněna (velikost skluzu – je úměrná času, který uplynul od posledního předešlého jevu) – lze tedy předvídat **velikost** následujících jevů.

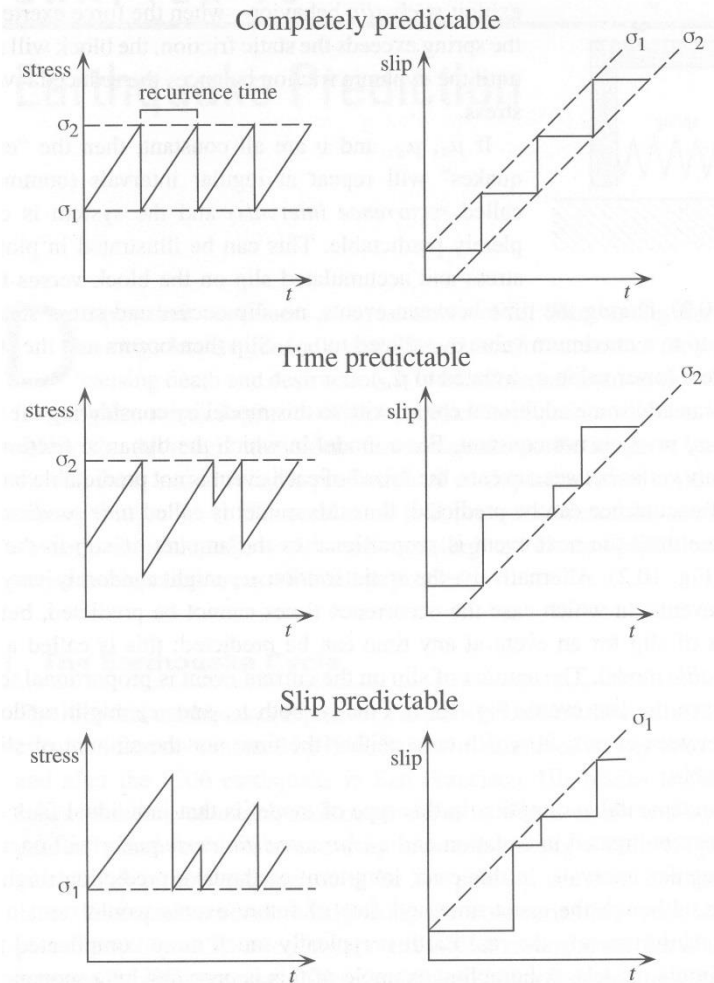


Fig. 10.2. Simple models of recurring earthquakes parameterized by a threshold stress level  $\sigma_2$  (related to the static friction on the fault) and a post earthquake stress level  $\sigma_1$  (related to the dynamic friction on the fault). This diagram is based on Shimazaki and Nakata (1980).



Pokud ale není konstantní ani hodnota dynamického tření, ani hodnota statického tření, neumožňuje model seismického cyklu žádnou předpověď ani času ani velikosti následného jevu.

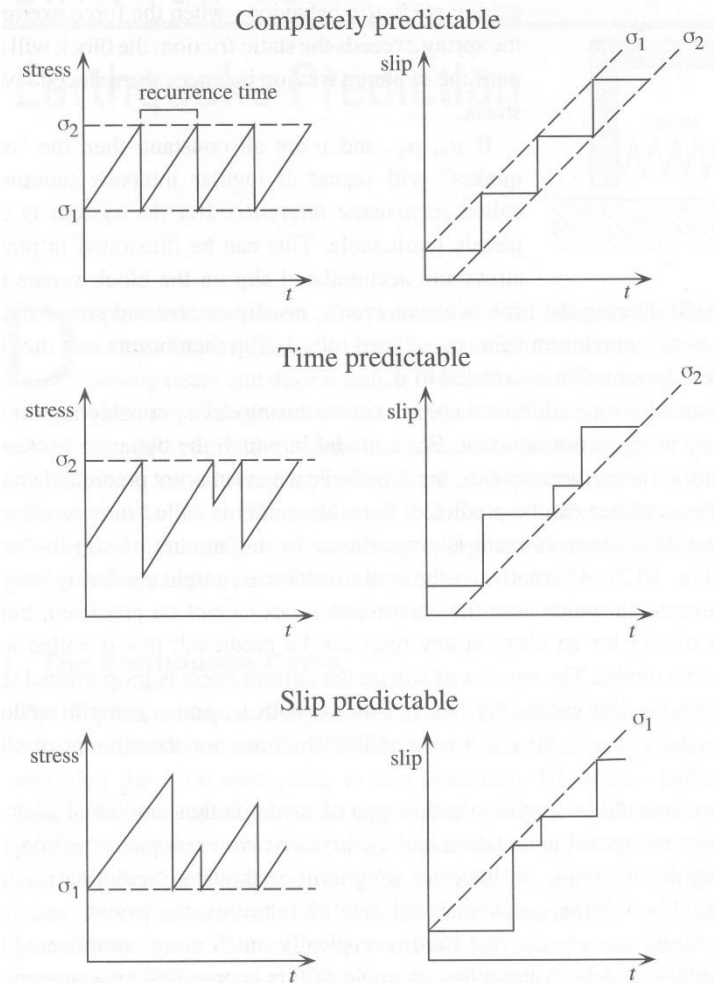


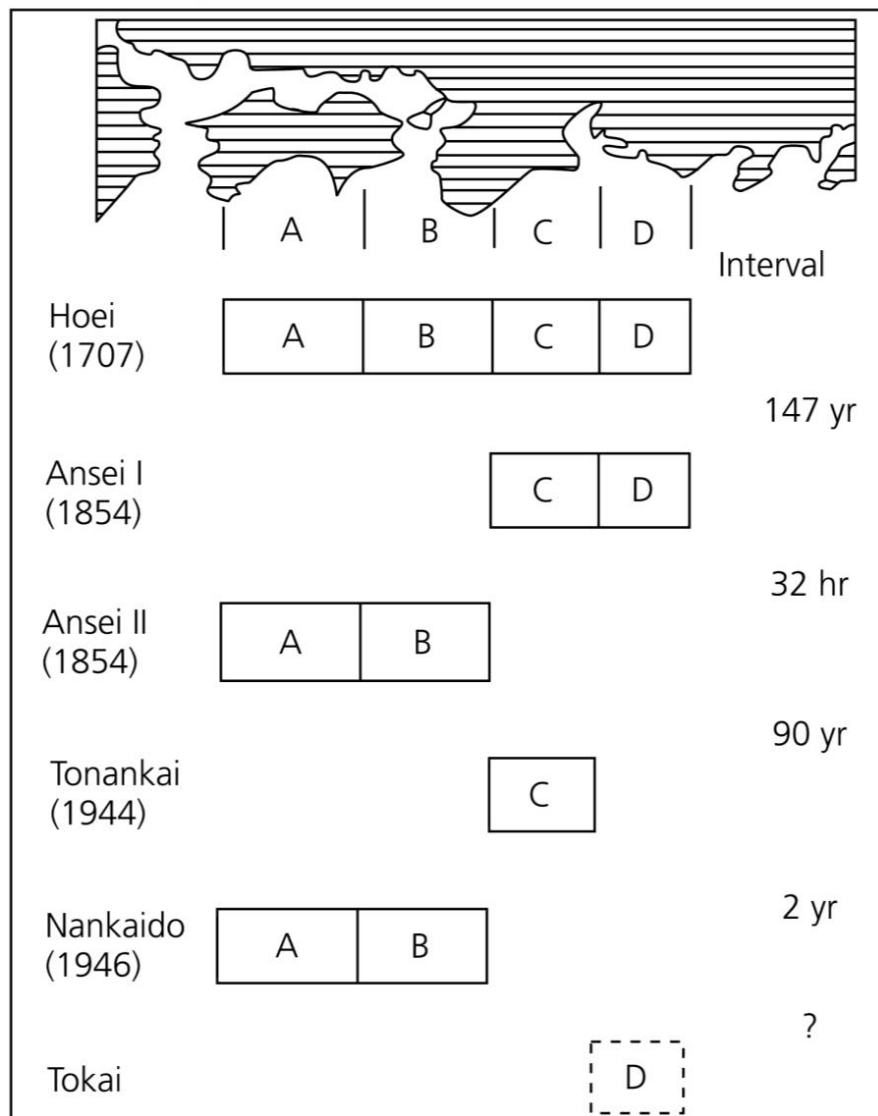
Fig. 10.2. Simple models of recurring earthquakes parameterized by a threshold stress level  $\sigma_2$  (related to the static friction on the fault) and a post earthquake stress level  $\sigma_1$  (related to the dynamic friction on the fault). This diagram is based on Shimazaki and Nakata (1980).



## Realita?

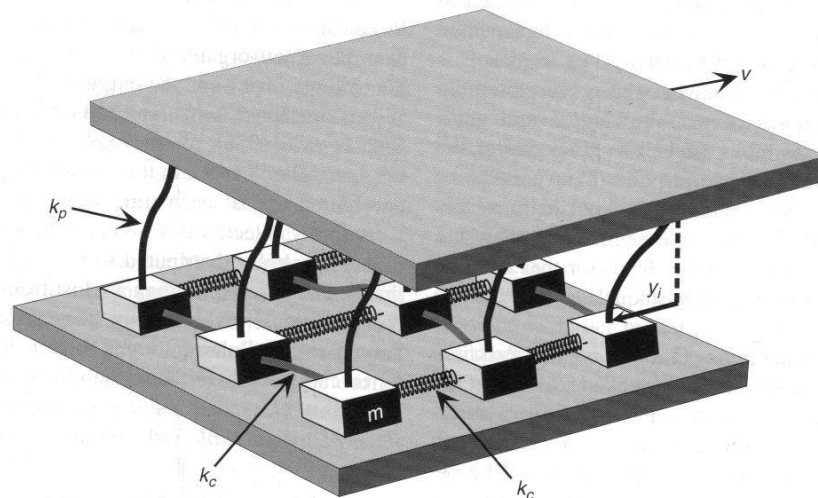
V některých regionech lze sledovat jistou pravidelnost ve výskytu silných zemětřesení – příkladem je subdukční zóna podél příkopu Nankai (Japonsko), kde se silné otřesy opakují od roku 1498 v přibližně stejných oblastech po průměrně 125 letech.

Figure 5.4-27: Time sequence of large subduction zone earthquakes along the Nankai trough.

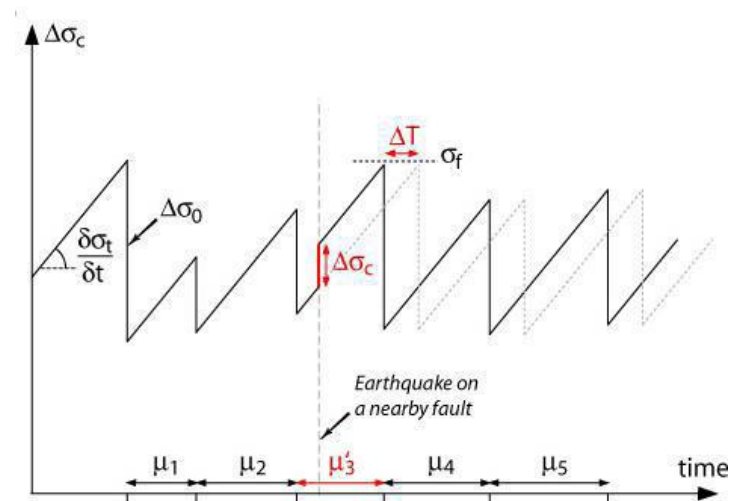
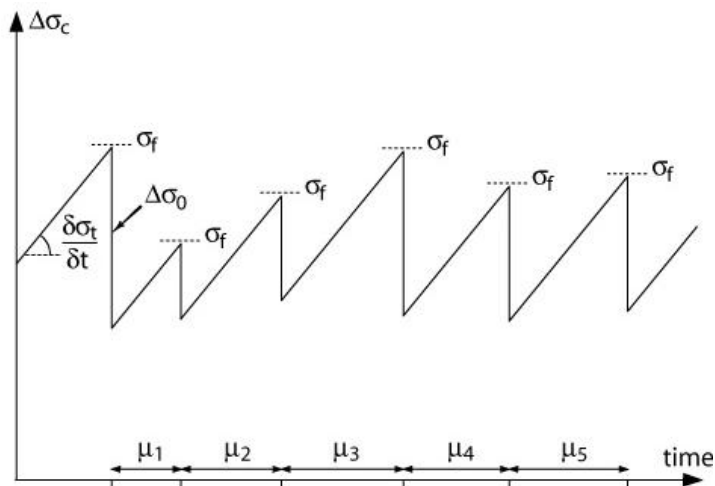


Největším nedostatkem zjednodušených modelů seismického cyklu je předpoklad izolovaného segmentu neovlivněného vzdálenými jevy a především sousedními zlomovými segmenty.

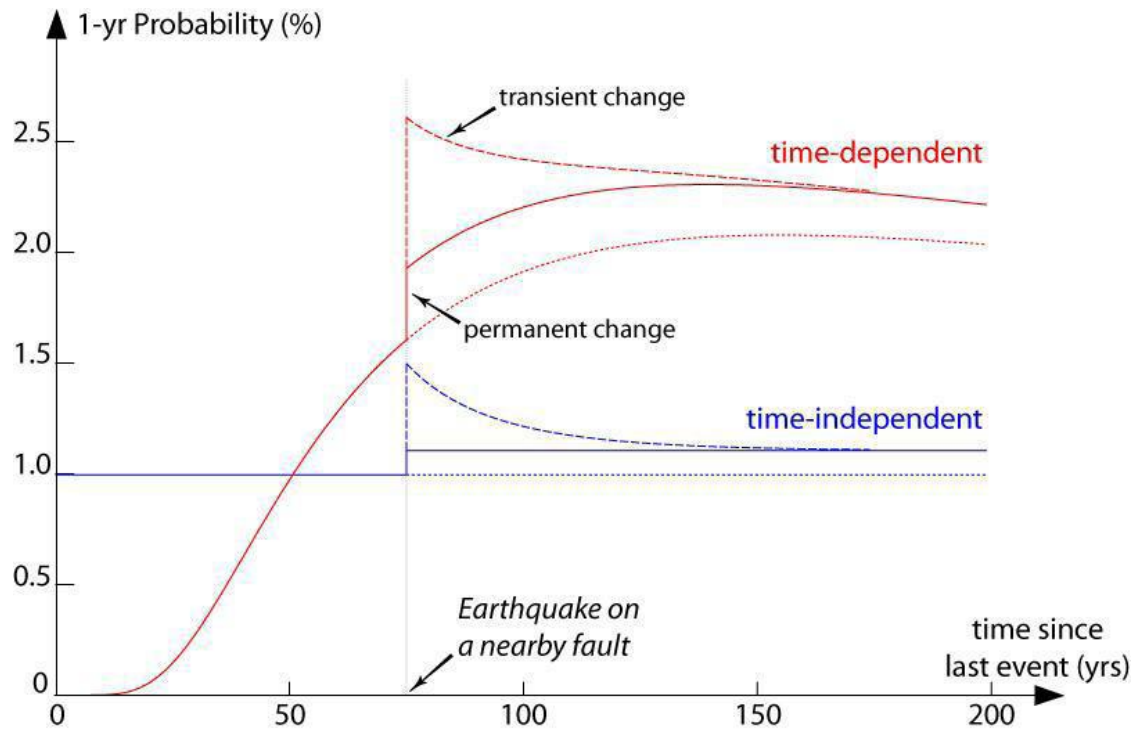
**Zlomové struktury jsou ale obvykle složité systémy sestávající z řady segmentů. Systém více vzájemně ovlivňujících segmentů ovšem vede k nelineární dynamickému systému, který se může vykazovat až „chaotické“ chování.**



Zemětřesení na blízkém zlomu může ovlivnit napěťové podmínky ve sledovaném segmentu a narušit seismický cyklus (příklad: zkrácení časového úseku seismického cyklu způsobené zemětřesením na blízkém zlomu).



Zemětřesení na blízkém zlomu zvyšuje pravděpodobnost křehkého porušení na sledovaném segmentu zlomu nejen ve chvíli daného zemětřesení a krátce po něm, ale v menší míře také trvale.



# 2.7: Problémy predikce zemětřesení

# Snížit dopady jevu můžeme obecně využitím:

## PREDIKCE

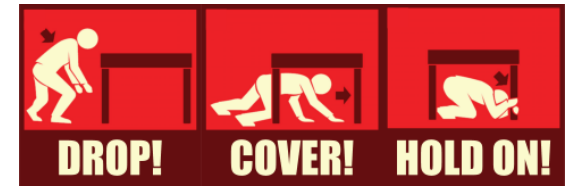
Víme-li kdy jev nastane, je možné zajistit:

- evakuaci
- mimořádná preventivní opatření

## PREVENCE

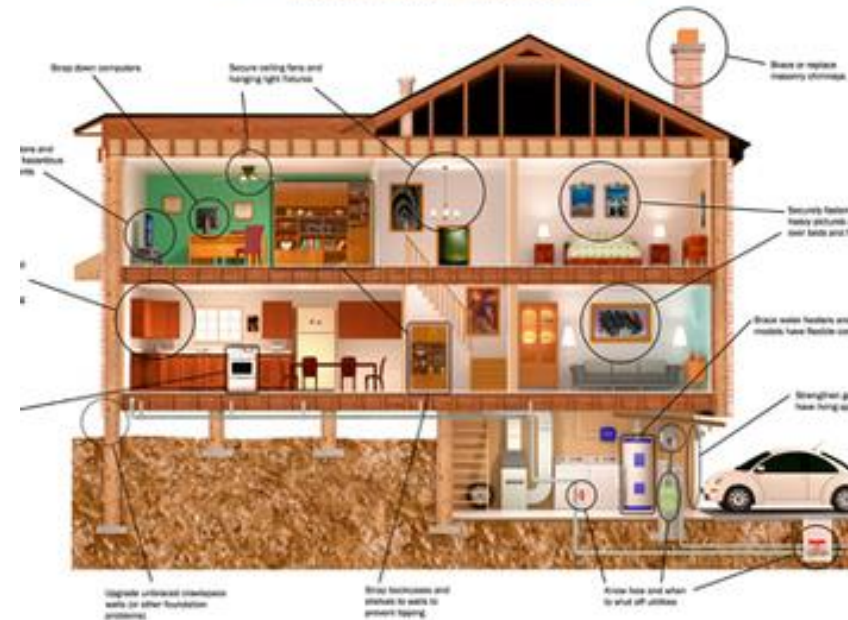
Víme-li jaké budou účinky jevu, je možné zajistit:

- obecná preventivní opatření (odolnost staveb, krizové plány, zajištění infrastruktury)



## Earthquake Home Hazard Hunt

Recommendations for reducing earthquake hazards in your home are presented on the other side of this poster



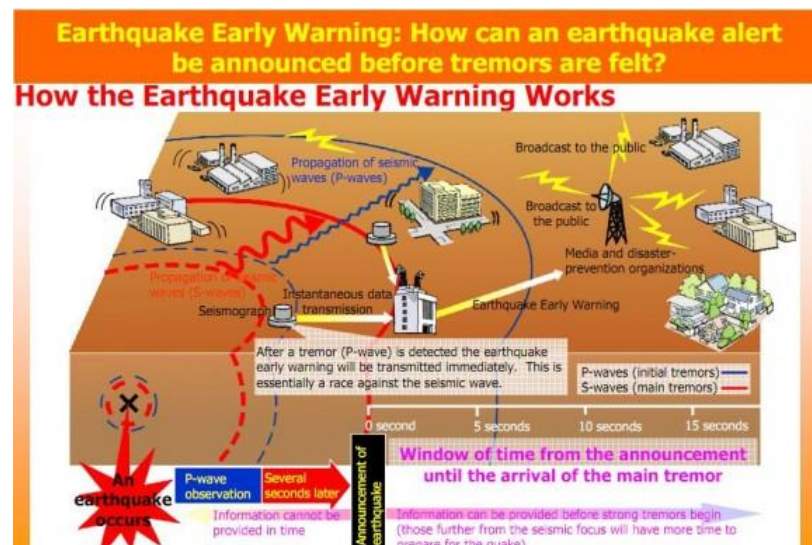
EMA

## Problémy predikce

Problematika časového schématu překonání meze pevnosti na zlomu je příliš komplexní. Dlouhodobé odhady mají velmi nízkou přesnost a spolehlivost.

Rychlost seismických vln je vysoká. Od vzniku zemětřesení do příchodu ničivých seismických vln není dost času k účinnému varování před nebezpečím (na rozdíl např. od vln tsunami).

Teoreticky jsou možné varovné systémy (testují se), které by v případě akutního ohrožení dokázaly preventivně odstavit některá klíčová zařízení.





Před některými silnými zemětřeseními jsou pozorovány jevy, u nichž lze předpokládat souvislost s následným seismickým jevem. Některé z těchto jevů (tzv. **prekurzory**) jsou zkoumány s cílem využít je ke střednědobé či krátkodobé predikci výskytu zemětřesení.

Shrnutí prekurzorů zemětřesení je např. v práci Cicerone et al. (2009):  
A systematic compilation of earthquake precursors. - Tectonophysics,  
476, 371-396

## Měřitelné prekurzory:

- změny elektrických a magnetických polí
- výrony plynů
- změny v napěťovém poli
- změny hladiny podzemních vod
- změny geotermálního pole
- deformace zemského povrchu
- předtřesy

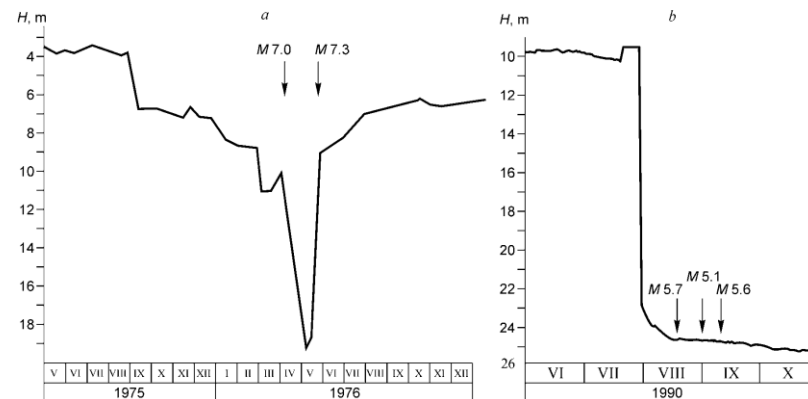
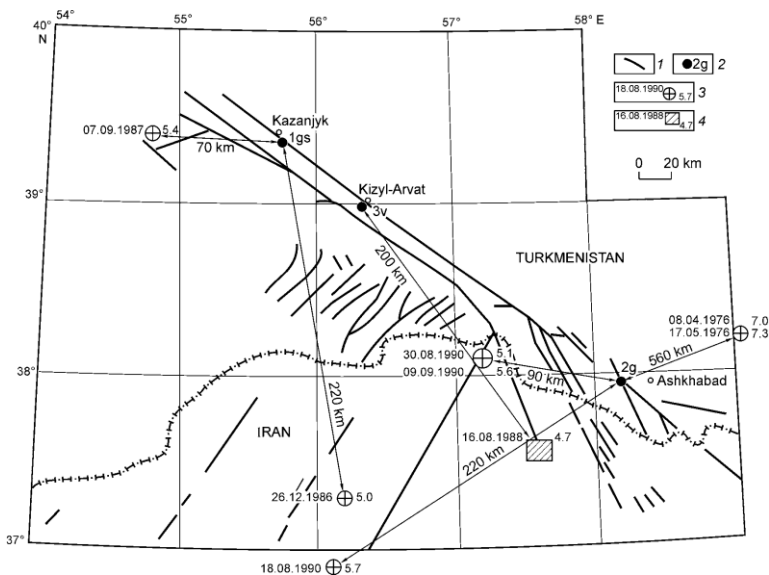
Pro účinný varovný systém je ale nutné, aby prekurzor byl spolehlivý (minimum falešných signálů), a aby umožňoval stanovit dostatečně úzké rozmezí doby výskytu jevu.

**To se zatím v dostatečné míře zajistit nedaří.**

# změny hladiny podzemních vod

(na řadě míst je dokumentován vztah mezi výskytem silného otřesu a změnou hladiny podzemní vody)

Problémy: vztahy jsou málo prozkoumané, využití je omezené



**Příklad změn hladiny podzemní vody souvisejících se zemětřeseními (Kissin 2007)**

**předtřesy** (cca 10-30% silných zemětřesení předchází sekvence předtřesů)

Problémy:

- a) ne každý silný otřes předchází sekvence předtřesů
- b) ne každá sekvence, která má charakter typický pro předtřesy, je následována silným zemětřesením