SEISMOLOGIE
A
SEISMOTEKTONIKA

cvičení k části 2

cvičení k části:

2.2: Vznik a reaktivace křehké poruchy

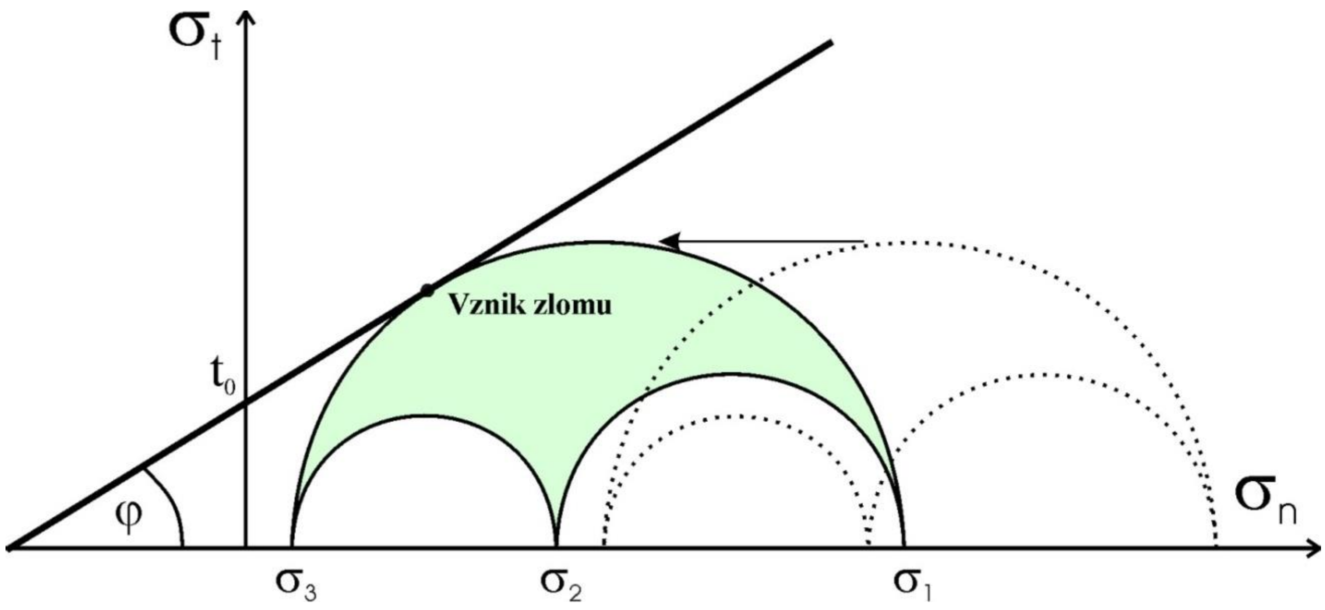
Úloha číslo 1:

Zadání:

Na plochu zlomu působí normálové napětí σ_n o velikosti 85 MPa a tečné napětí σ_t o velikosti 40MPa. Koeficient tření μ pro plochu zlomu má hodnotu 0.6, koheze je nulová. Dojde k reaktivaci zlomu?

Úloha číslo 1:

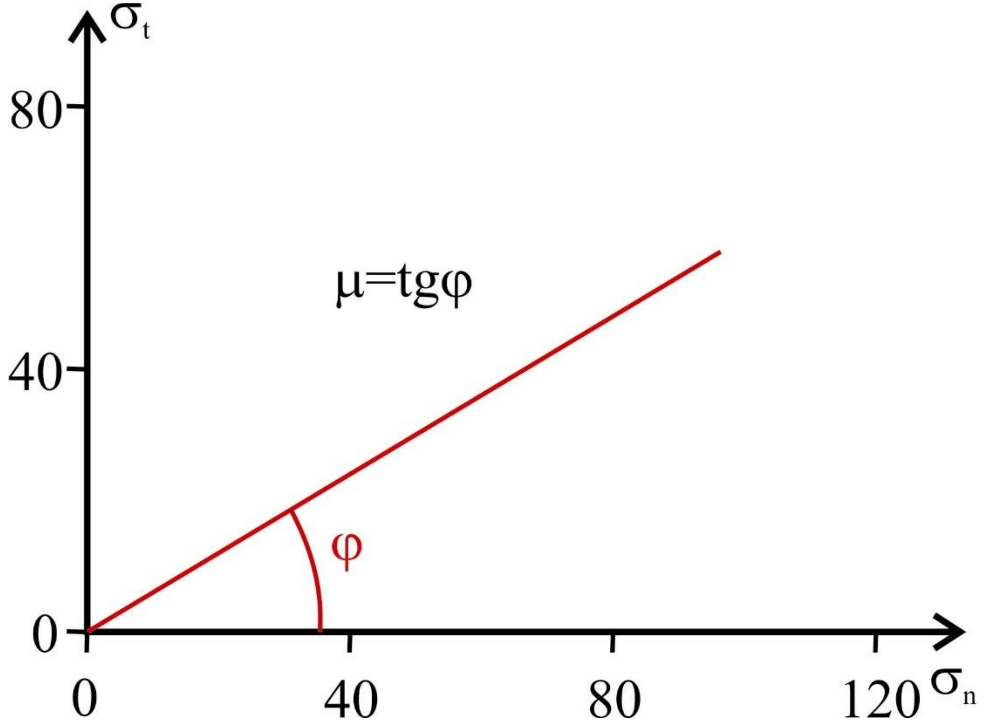
Řešení: Vyjdeme z Coulombova vztahu: $\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$



Úloha číslo 1:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

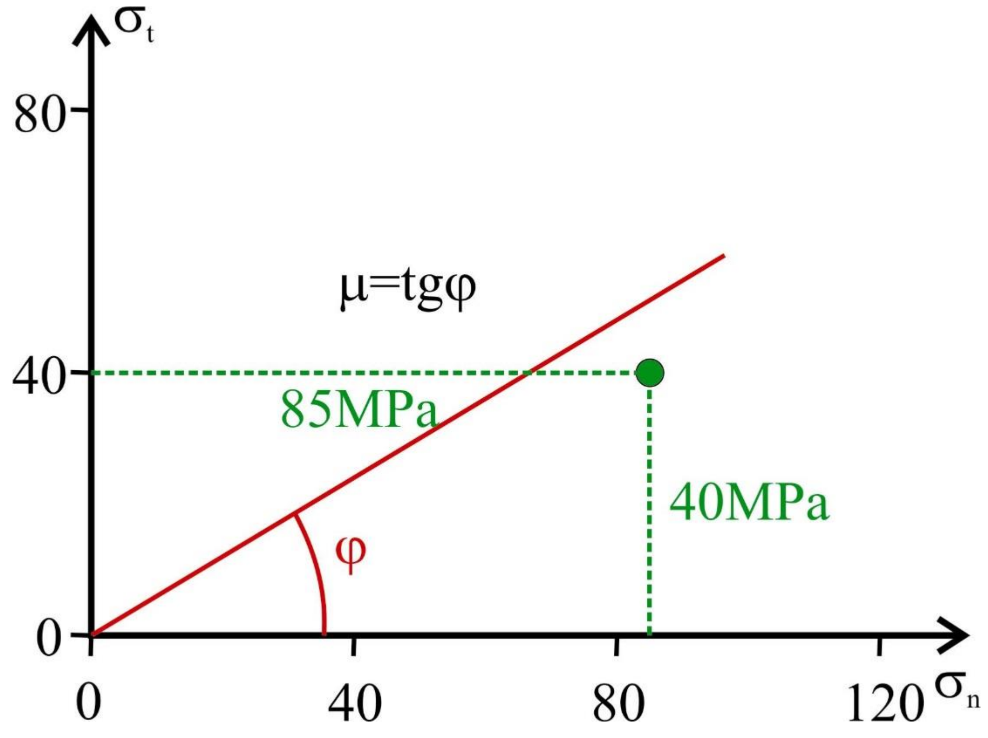
Sestrojíme graf σ_t=fce(σ_n)



Úloha číslo 1:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

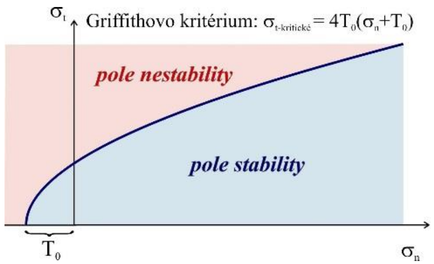
Do grafu zakreslíme bod reprezentující napěťový stav na ploše zlomu (σ_n= 85 MPa; σ_t= 40MPa).

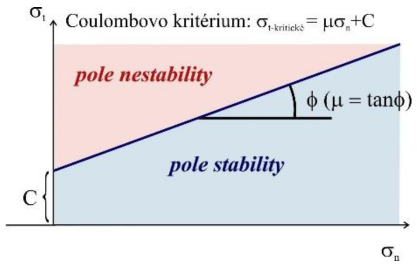


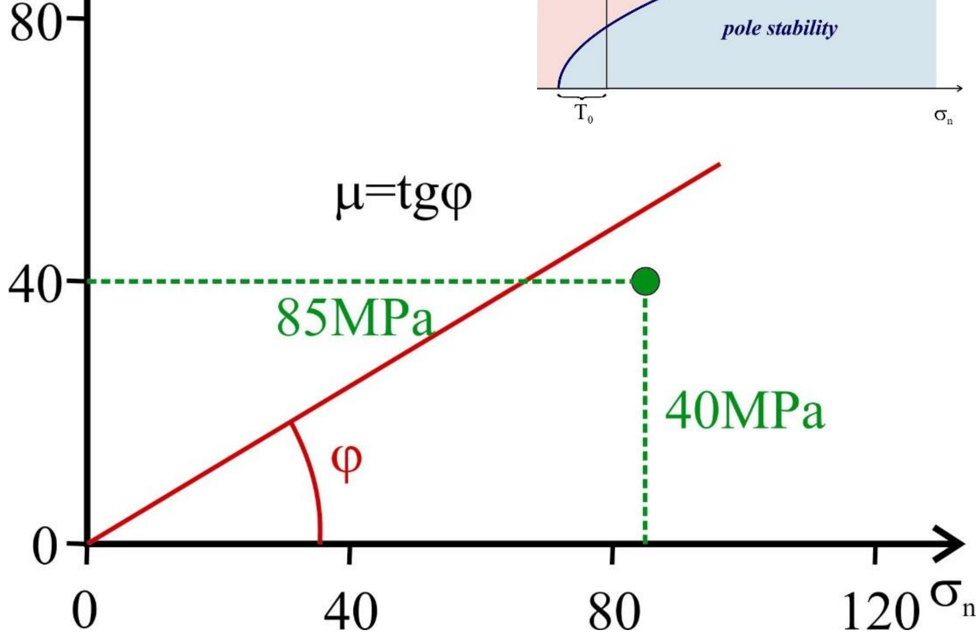
Úloha číslo 1:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

Vidíme, že bod se nachází pod Coulombovou křivkou, v poli stability. **K reaktivaci zlomu nedojde.**







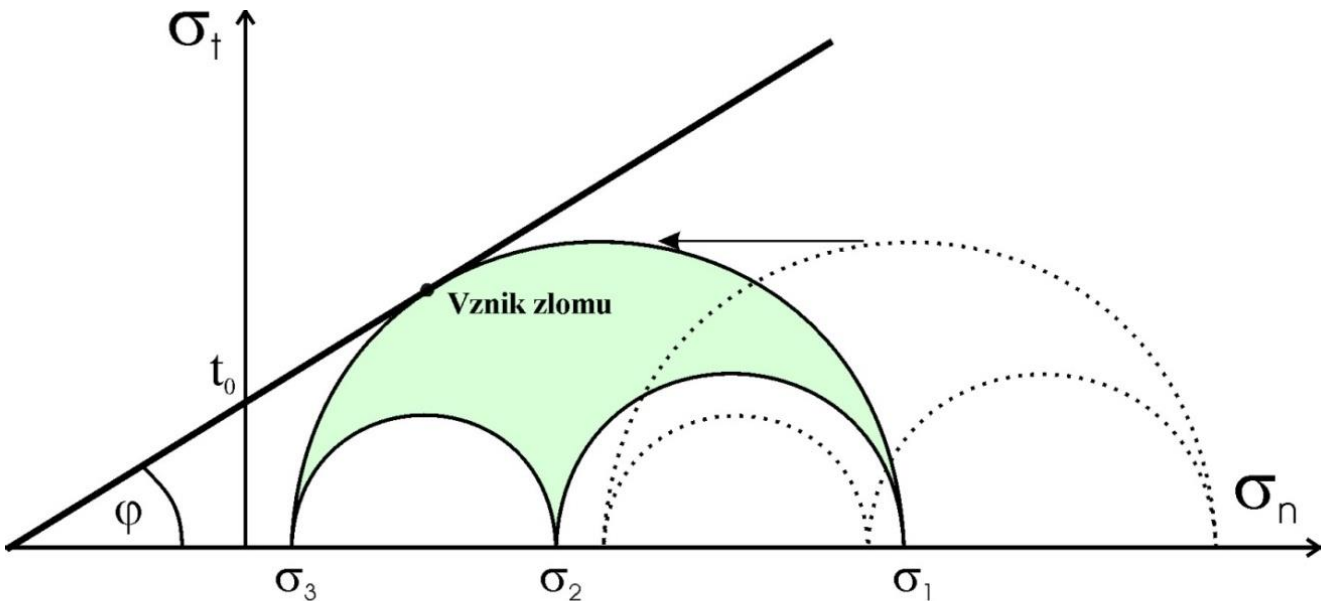
Úloha číslo 2:

Zadání:

Na plochu zlomu působí normálové napětí σ_n o velikosti 95 MPa a tečné napětí σ_t o velikosti 30MPa. Koeficient tření μ pro plochu zlomu má hodnotu 0.6, koheze je 5 MPa. Jak by se muselo zvýšit tečné napětí, aby došlo k reaktivaci zlomu? Jak by se muselo snížit normálové napětí, aby došlo k reaktivaci zlomu?

Úloha číslo 2:

Řešení: Vyjdeme z Coulombova vztahu: $\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$



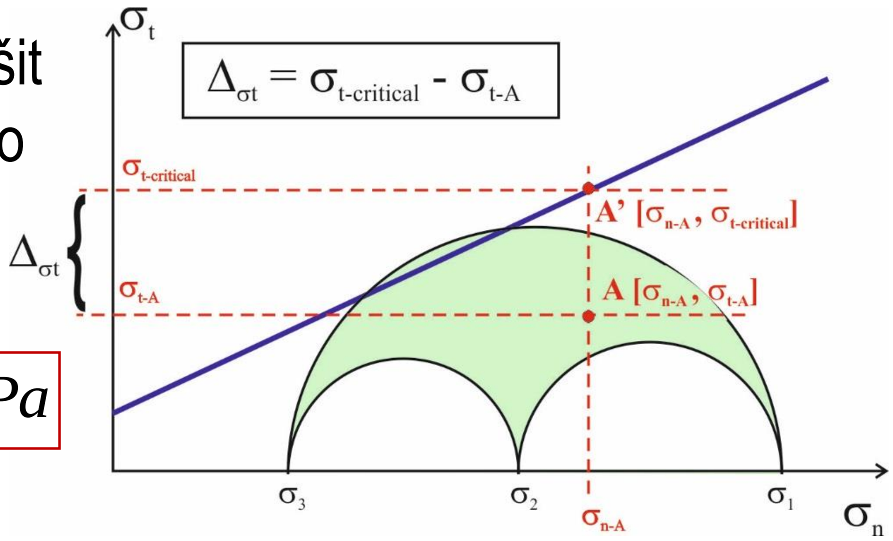
Úloha číslo 2:

Aby došlo k reaktivaci zlomu , muselo by dojít ke zvýšení tečného napětí působícího na zlom na kritickou hodnotu danou Coulombovým vztahem. Dosadíme-li do něj hodnoty ze zadání, získáme:

$$\sigma_{\text{t-kritické}} = 0.6 \times 95 + 5 = 62\,MPa$$

Tedy rozdíl, o který je nutné zvýšit tečné napětí na zlomu, aby došlo k reaktivaci, je:

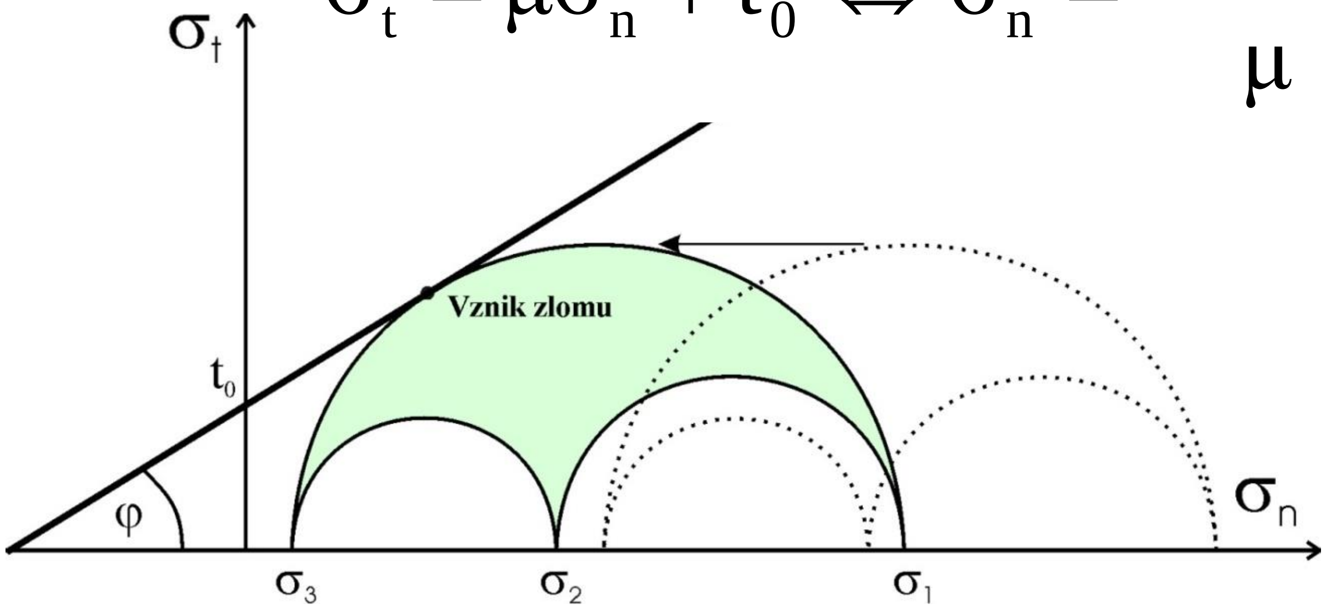
$$\boxed{\sigma_{\text{t-kritické}} - \sigma_{t} = 62 - 35 = 27\,MPa}$$



Úloha číslo 2:

Podobně aplikujeme Coulombův vztah pro rozdíl normálových napětí:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0 \Leftrightarrow \sigma_n = \frac{\sigma_t - t_0}{\mu}$$



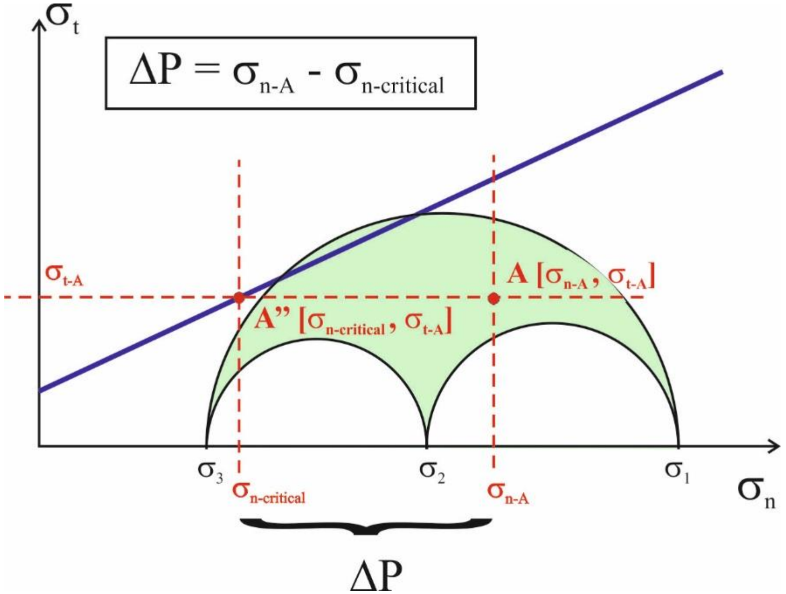
Úloha číslo 2:

Aby došlo k reaktivaci zlomu , muselo by dojít ke zvýšení normálového napětí působícího na zlom na kritickou hodnotu danou Coulombovým vztahem. Dosadíme-li do něj hodnoty ze zadání, získáme:

$$\sigma_{\text{n-kritické}} = \frac{35-5}{0.6} = 50\,MPa$$

Tedy rozdíl, o který je nutné snížit normálové napětí na zlomu, aby došlo k reaktivaci, je:

$$\boxed{\sigma_n - \sigma_{\text{n-kritické}} = 95 - 50 = 45\,MPa}$$

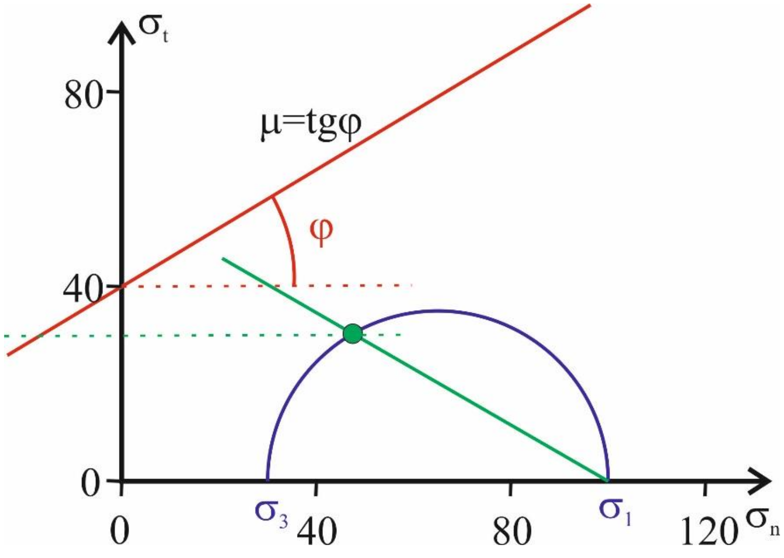


Úloha číslo 2:

Důsledek: Je-li koheze větší, než hodnota minimální komprese, pak k reaktivaci dojde až při záporných hodnotách normálového napětí. Např:

$$t_0 = 40\text{MPa},\ \sigma_t = 35\text{MPa} \Leftrightarrow \sigma_{\text{n-kritické}} = \frac{35-40}{0.6} = -8.3MPa$$

$$\sigma_n - \sigma_{\text{n-kritické}} = 95 + 8.3 = 103.3MPa$$



K reaktivace ji nutné, aby na plochu působil reálný tah.

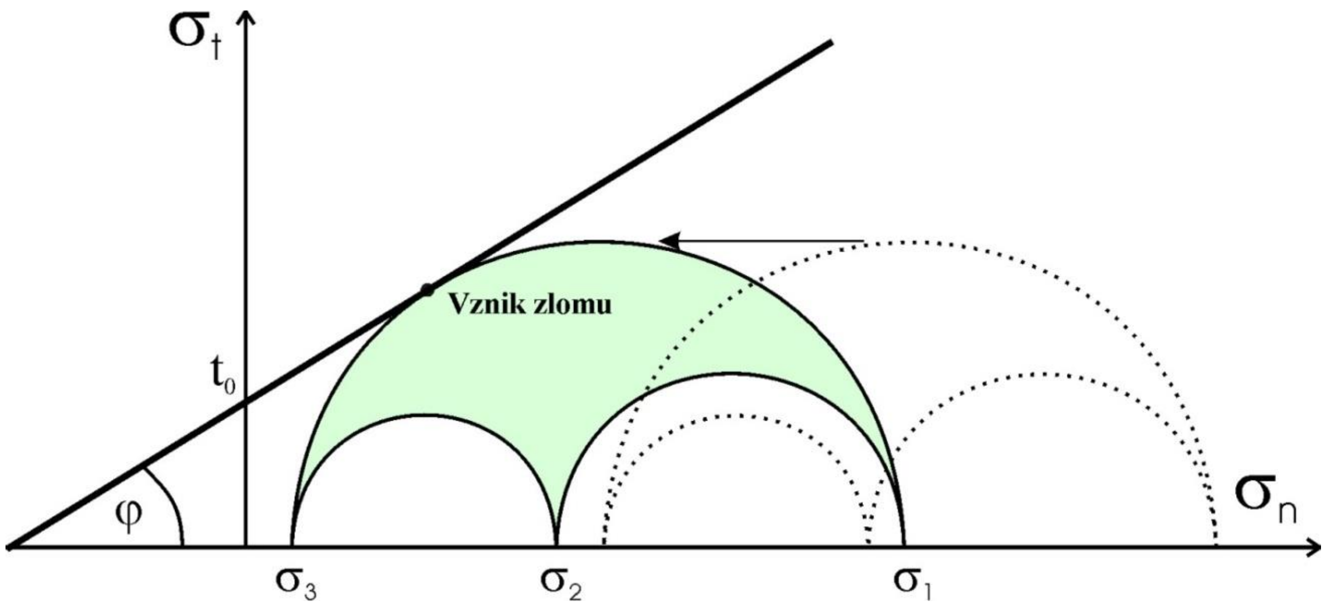
Úloha číslo 3:

Zadání:

Plocha zlomu je orientována paralelně s osou σ_2, plocha zlomu svírá s osou σ_1 úhel 30°. Velikost maximální komprese σ_1 v daném místě je 100MPa, velikost maximální extenze σ_3 je 30MPa. Koeficient tření μ pro plochu zlomu má hodnotu 0.6, koheze je nulová. Dojde k reaktivaci zlomu?

Úloha číslo 3:

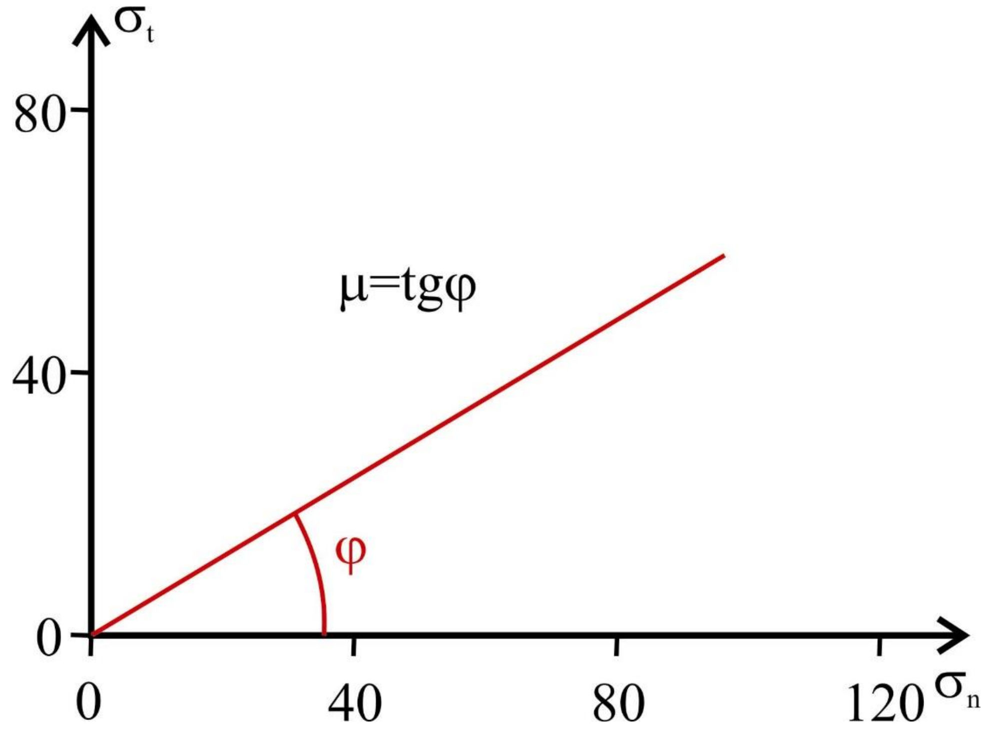
Řešení: Opět vyjdeme z Coulombova vztahu: $\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$



Úloha číslo 3:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

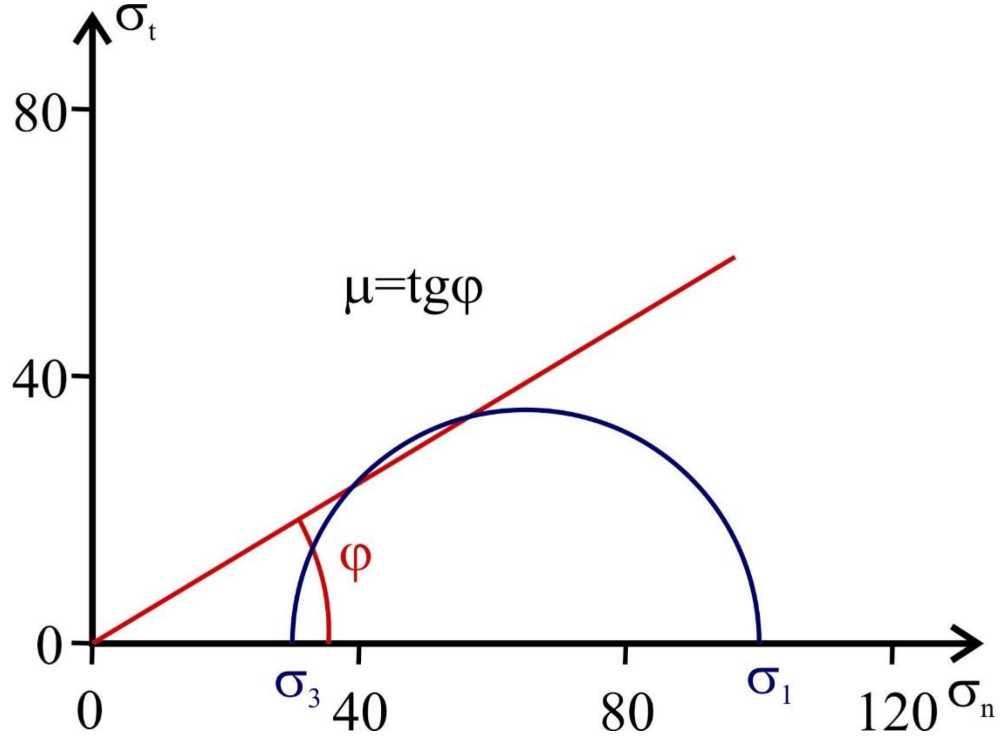
Sestrojíme graf σ_t=fce(σ_n)



Úloha číslo 3:

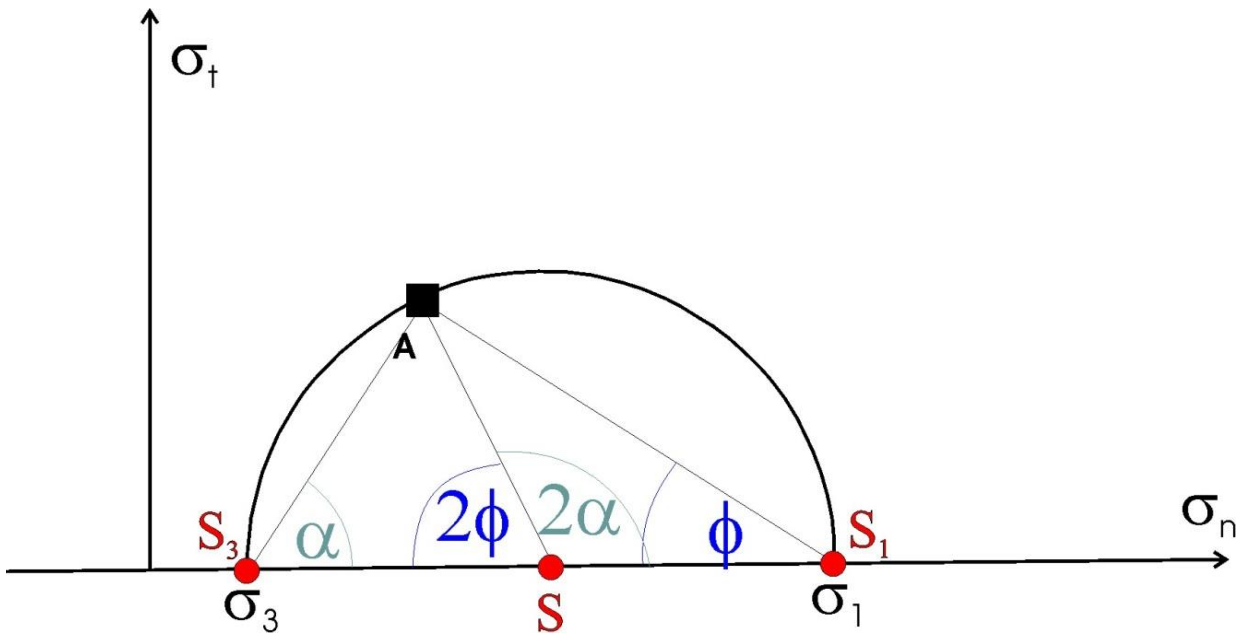
$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

Vyznačíme do grafu stav napětí Mohrovou kružnicí



Úloha číslo 3:

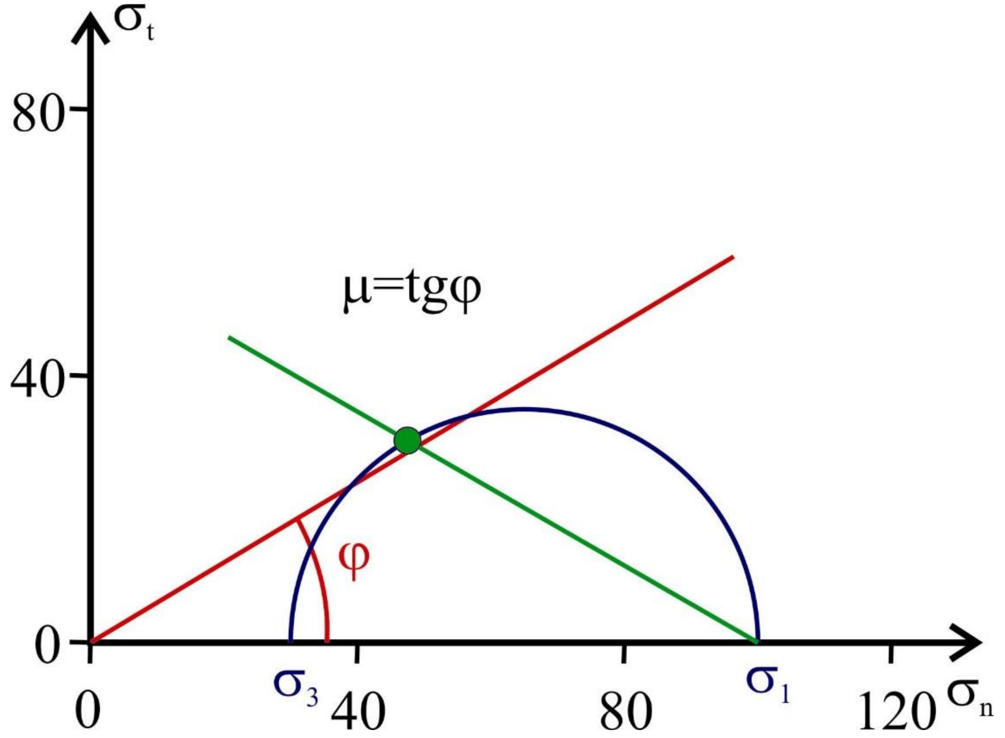
Napjatost vztažená ke zkoumanému bodu je representována bodem na Mohrově kružnici (protože zlom je paralelní se směrem σ_2). Úhel, který zlom svírá se směrem σ_1, odpovídá úhlu ϕ.



Úloha číslo 3:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

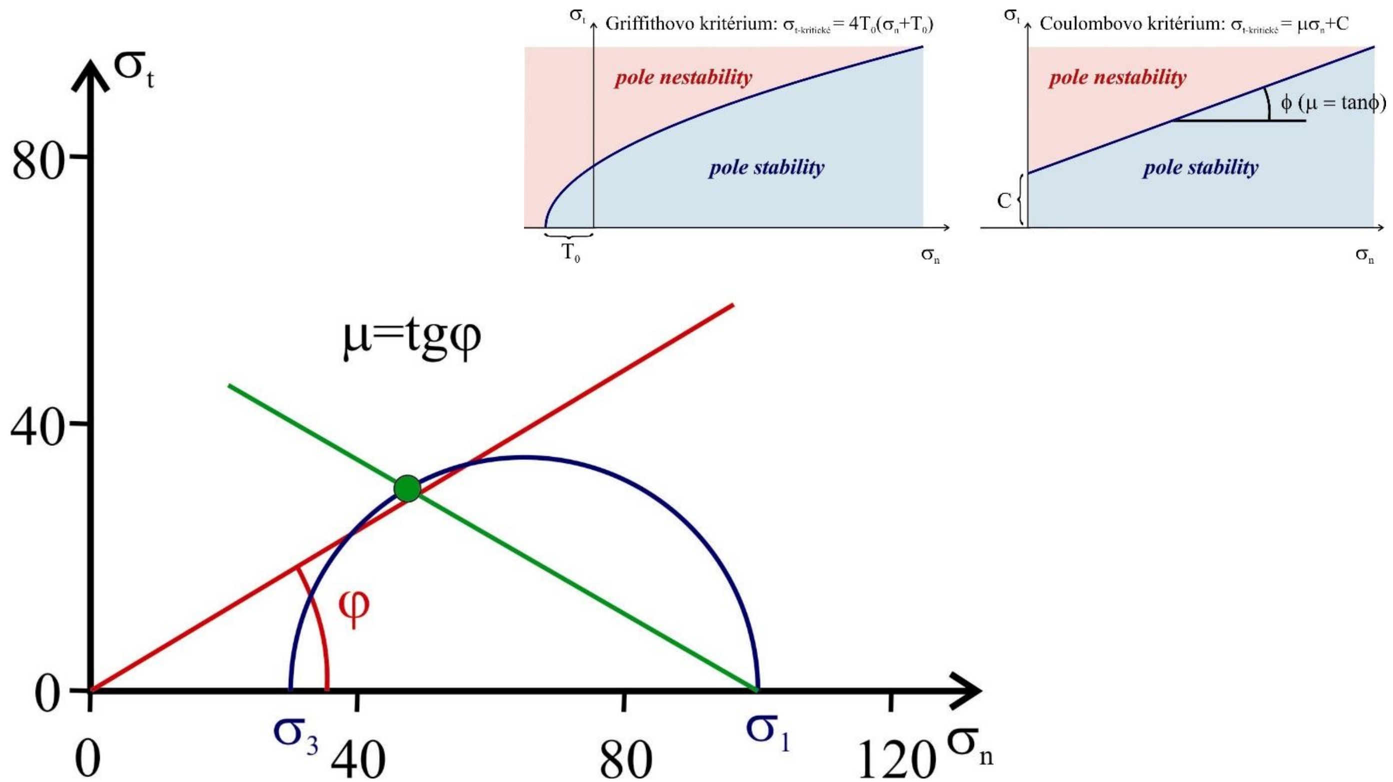
Sestrojíme tedy bod reprezentující napjatost na zlomu za předpokladu, že zlom svírá se směrem σ_1 úhel 30°.



Úloha číslo 3:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

Vidíme, že bod se nachází nad Coulombovou křivkou, v poli nestability. **Dojde k reaktivaci zlomu.**



Úloha číslo 4:

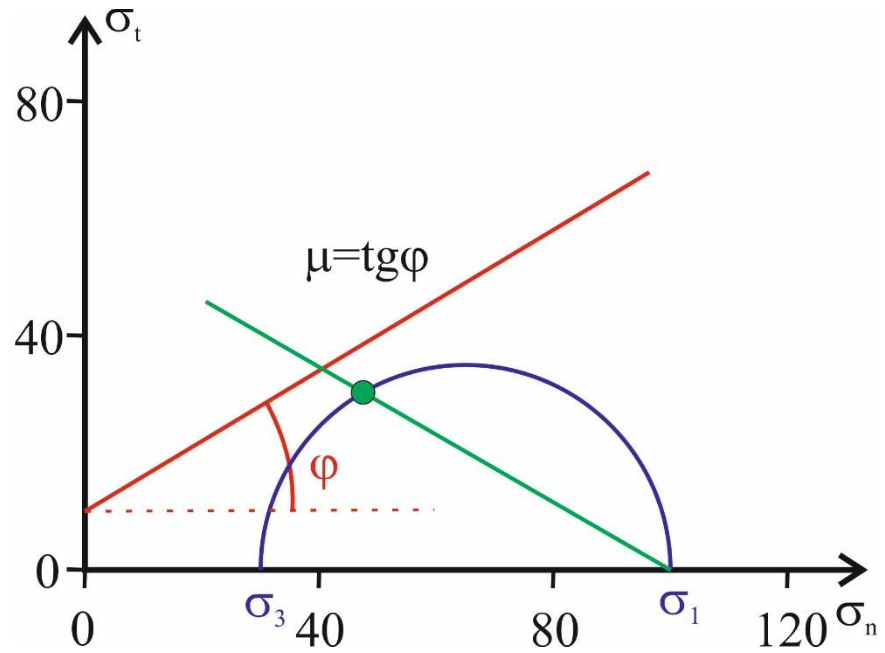
Zadání:

Plocha zlomu je orientována paralelně s osou σ_2, plocha zlomu svírá s osou σ_1 úhel 30°. Velikost maximální komprese σ_1 v daném místě je 100MPa, velikost maximální extenze σ_3 je 30MPa. Koeficient tření μ pro plochu zlomu má hodnotu 0.6, koheze je 10 MPa. Jak by se musel zvýšit tlak fluid, aby došlo k reaktivaci zlomu? Jak by musela být zvýšena velikost maximální komprese, aby došlo k reaktivaci zlomu?

Úloha číslo 4:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$

Podobně jako v úloze 3 potřebujeme zjistit napěťový stav na zlomu. Graficky můžeme opět postupovat tak, že si vyznačíme do grafu stav napětí Mohrovou kružnicí. Na kružnici pak sestrojíme bod reprezentující napjatost na zlomu za předpokladu, že zlom svírá se směrem σ_1 úhel 30°.

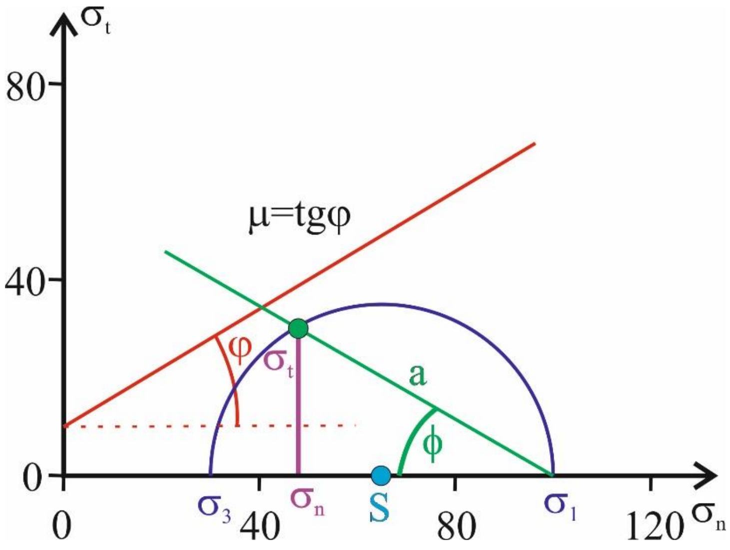


Úloha číslo 4:

Hodnoty normálového a tečného napětí působícího na zlom můžeme odečíst z grafu. Stav napětí (hodnoty normálového σ_n napětí a tečného napětí σ_t na zlomu) můžeme ale odvodit i numericky. Např. pomocí pravoúhlého trojúhelníku, s úhlem ϕ, s odvěsnami o délce σ_t a $(\sigma_1-\sigma_n)$ a s přeponou o délce a.

$$\sigma_t = a.\sin\phi$$

$$\sigma_n = \sigma_1 - a.\cos\phi$$



Úloha číslo 4:

Délku úsečky a přitom můžeme snadno odvodit z jiného, rovnoramenného trojúhelníka (respektive ze dvou pravoúhlých trojúhelníků, z nichž se daný rovnoramenný trojúhelník skládá):

$$a = (\sigma_1 - \sigma_3).\cos\phi$$

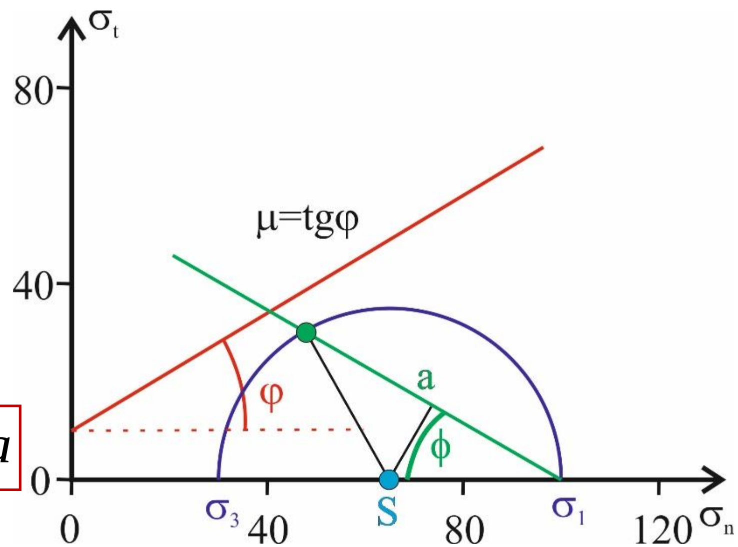
celkově pak tedy máme vztahy:

$$\sigma_t = (\sigma_1 - \sigma_3).\cos\phi.\sin\phi$$

$$\sigma_n = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_3).\cos^2\phi$$

$$\boxed{\sigma_t = (100 - 30).\cos 30°.\sin 30° = 30.3MPa}$$

$$\boxed{\sigma_n = 100 - (100 - 30).\cos^2 30° = 47.5MPa}$$



Úloha číslo 4:

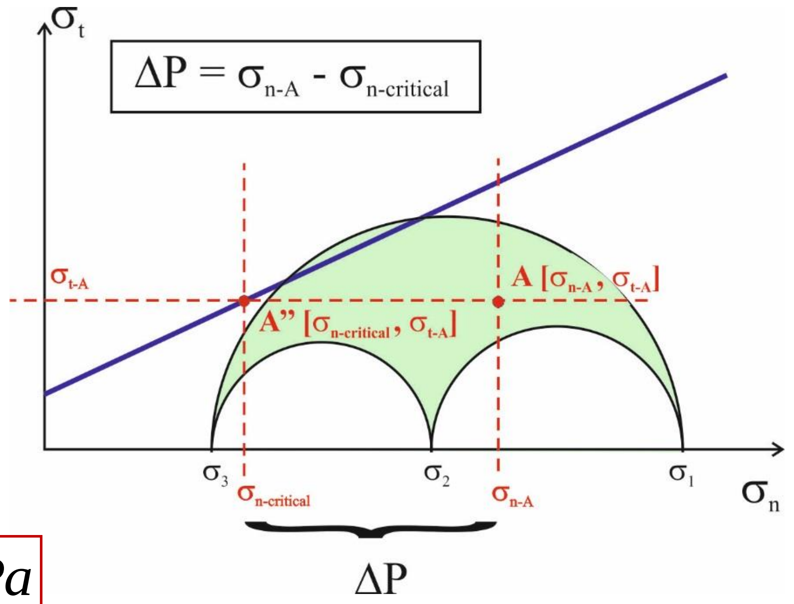
Tlak fluid snižuje normálovou složku napětí na všech plochách.

$$\boxed{\sigma_t = (100-30).\cos 30°.\sin 30° = 30.3MPa}$$

$$\boxed{\sigma_n = 100 - (100-30).\cos^2 30° = 47.5MPa}$$

$$\boxed{\sigma_{\text{n-kritické}} = \frac{\sigma_t - t_0}{\mu} = \frac{30.3-10}{0.6} = 33.9MPa}$$

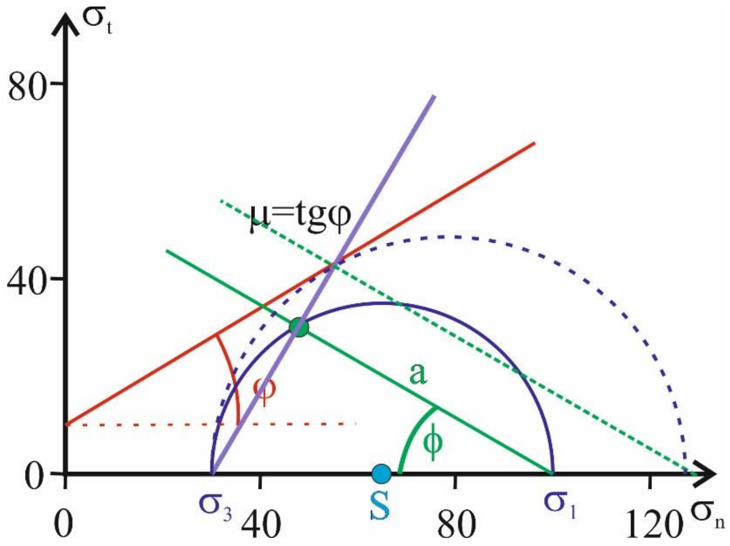
$$\boxed{\Delta P = \sigma_n - \sigma_{\text{n-kritické}} = 47.5 - 33.9 = 13.6MPa}$$



Úloha číslo 4:

Nárůst maximální komprese vede ke změně poloměru Mohrovy kružnice, ale orientace plochy zlomu vůči hlavním napěťovým osám se nemění, stejně tak se nemění hodnota maximální extenze. Bod reprezentující stav napjatosti na zlomu je vrcholem trojúhelníka, jehož přepona je průměr Mohrovy kružnice – tudíž to musí být pravoúhlý trojúhelník.

Důsledkem je, že při změně maximální komprese se bod reprezentující stav napjatosti na zlomu pohybuje po přímce a protažením této přímky můžeme nalézt kritické hodnoty napětí.



Úloha číslo 4:

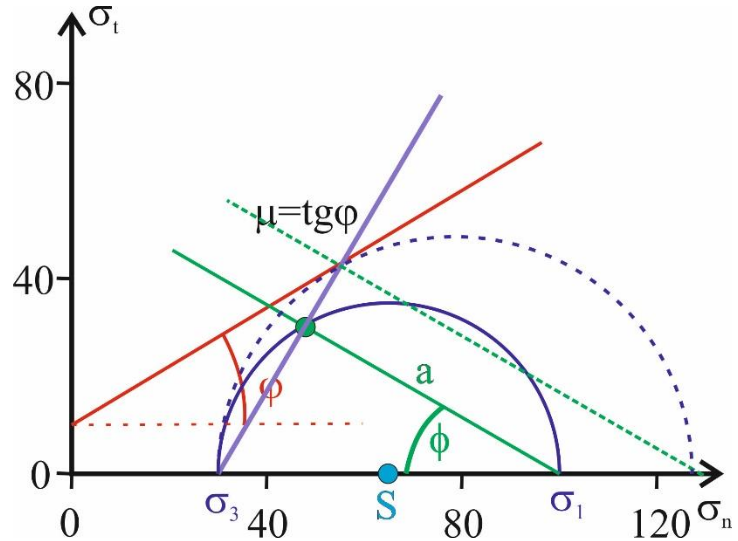
Popřípadě můžeme hledat kritické hodnoty numericky. Víme-že normálové a tečné napětí na zlomu musí splňovat podmínku:

$$\sigma_t = (\sigma_1 - \sigma_3).\cos\phi.\sin\phi$$

$$\sigma_n = \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_3).\cos^2\phi$$

a současně z Coulombova kritéria plyne:

$$\sigma_t = \mu\sigma_n + t_0$$



Úloha číslo 4:

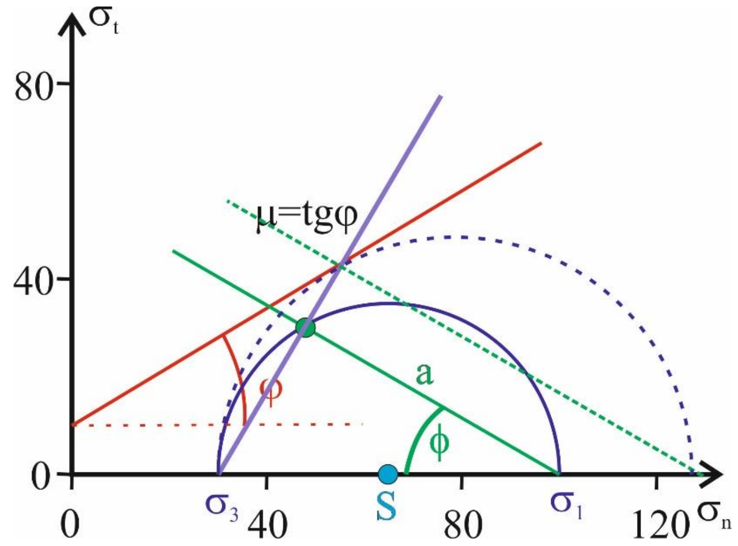
Po dosazení získáme:

$$(\sigma_1 - \sigma_3).\cos\phi.\sin\phi = \mu\left(\sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_3).\cos^2\phi\right) + t_0$$

a jednoduchými úpravami si můžeme vyjádřit:

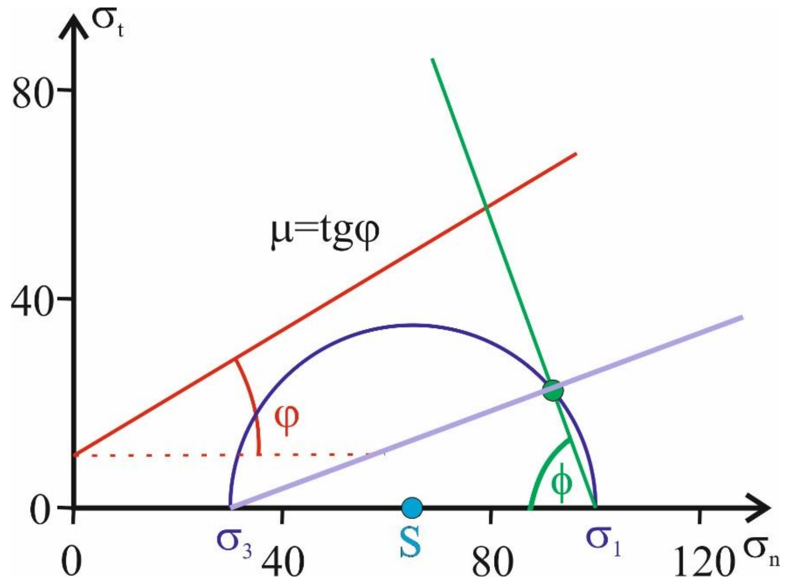
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_3\left(\mu\cos^2\phi + \cos\phi.\sin\phi\right) + t_0}{\mu\cos^2\phi + \cos\phi.\sin\phi - \mu}$$

$$\boxed{\sigma_{1\text{-kritické}} = 128.9\,MPa}$$



Úloha číslo 4:

Důsledek: Zlomy, jejichž plocha svírá se směrem maximální komprese příliš velký úhel, nebudou reaktivovány ani při nekonečném nárůstu maximální komprese.



cvičení k části:

2.5: Dynamika zemětřesení – pokles napětí a seismická energie

Úloha číslo 5:

Zadání:

Odhadněte hypotetickou minimální velikost vyzářené seismické energie E_s a magnituda zemětřesení, jestliže zanedbáme vliv tření, jestliže známe následující údaje: délka porušené zóny byla 500 km, šířka porušené zóny byla 200 km, průměrné posunutí na zlomu bylo 10.6 m a pokles napětí dosáhl hodnoty 5 MPa.

Úloha číslo 5:

Řešení: Vyjdeme ze vztahu pro tzv. efektivní napětí τ_a:

$$E_{vyzarena} = \tau_a .A.D$$

Přičemž víme, že mezi poklesem napětí $\Delta\sigma$ a τ_a existuje přibližný vztah:

$$\Delta\sigma = 4.3 \times \tau_a$$

Úloha číslo 5:

Řešení: Pro energii tedy můžeme vyjádřit přibližný vztah:

$$E_{vyzarena} = \frac{\Delta\sigma}{4.3}.A.D$$

a po dosazení:

$$E_{vyzarena} = \frac{5\times10^6}{4.3}.200\times10^3.500\times10^3.10,6 \cong 1,23\times10^{18}\,J$$

Úloha číslo 5:

Řešení: Pro odhad magnituda pak můžeme použít empirický vzorec:

$$\log E = 1.5 M_s + 4.8$$

tedy:

$$M_s = \frac{\log E - 4.8}{1.5} = \frac{\log(1.23 \times 10^{18}) - 4.8}{1.5} \cong 8.9$$

cvičení k části:

2.6: Seismický cyklus

Úloha číslo 6:

Zadání:

Předpokládejme existenci zlomu o sklonu 25°, na který působí vertikální napětí o velikosti 150 MPa odpovídající minimální kompresi, a jehož spádnice je orientována ve směru působení maximální komprese. Koeficient statického tření na zlomu je 0.25, koeficient dynamického tření je 0.22 a koheze je 5 MPa. Horizontální napětí je v čase 0 let 270 MPa a roste rychlostí 0.015 MPa/rok.

Zrekonstruujte seismický cyklus. Jak dlouhá bude doba opakování? Jak vysoký bude pokles tečného napětí při aktivaci zlomu?

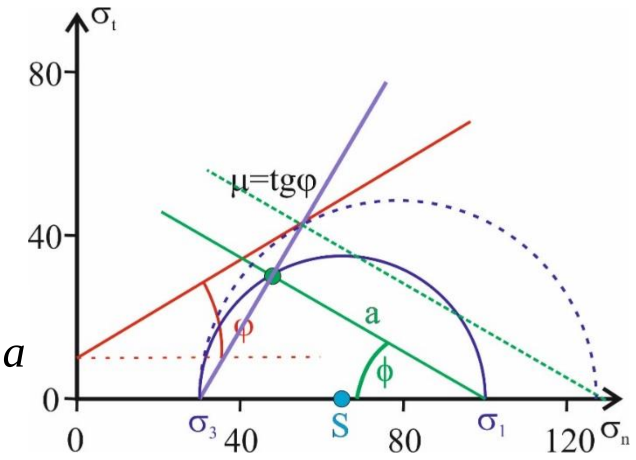
Úloha číslo 6:

Řešení: Ze zadání vyplývá, že vertikální napětí je neměnné a odpovídá minimální kompresi, zatímco horizontální napětí rovnoměrně narůstá a odpovídá maximální kompresi. Mezní hodnotu horizontálního napětí, při které dojde k reaktivaci zlomu, si tedy můžeme v souladu s úlohou 4 odvodit ze vztahu:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_3\left(\mu_{st}\cos^2\phi + \cos\phi.\sin\phi\right) + t_0}{\mu_{st}\cos^2\phi + \cos\phi.\sin\phi - \mu_{st}}$$

tj. (po dosazení):

$$\sigma_{1\text{-max}} = \frac{150\times\left(0.25\times\cos^2 25^\circ + \cos 25^\circ\times\sin 25^\circ\right) + 5}{0.25\times\cos^2 25^\circ + \cos 25^\circ\times\sin 25^\circ - 0.25} = 275.6Mpa$$



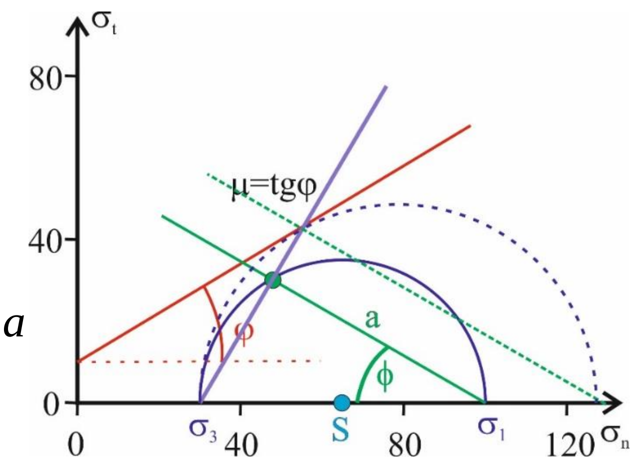
Úloha číslo 6:

Při reaktivaci bude docházet k uvolnění napětí do té doby, dokud nepoklesne na mez odpovídající dynamickému tření, kdy tření další pohyb zastaví. Mezní hodnotu horizontálního napětí, při které dojde k zastavení zlomu, si můžeme vyjádřit stejným způsobem:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_3\left(\mu_{dyn}\cos^2\phi + \cos\phi.\sin\phi\right) + t_0}{\mu_{dyn}\cos^2\phi + \cos\phi.\sin\phi - \mu_{dyn}}$$

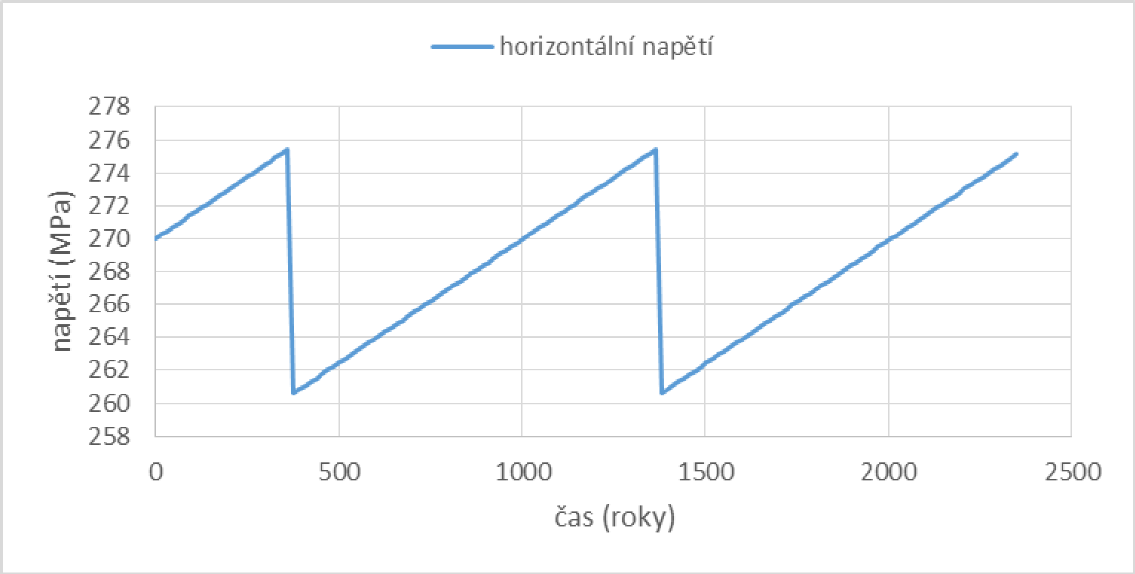
tj. (po dosazení):

$$\sigma_{1\text{-min}} = \frac{150\times\left(0.22\times\cos^2 25° + \cos 25°\times\sin 25°\right) + 5}{0.22\times\cos^2 25° + \cos 25°\times\sin 25° - 0.22} = 260.6\,Mpa$$



Úloha číslo 6:

Zlom je tedy reaktivován při horizontálním napětí 275.60 MPa a po reaktivaci klesne horizontální napětí na hodnotu 260.55 MPa. Při nárůstu horizontálního napětí 0.015 MPa za rok tedy **dojde k překročení mezního napětí jednou za 1003 let.**



Úloha číslo 6:

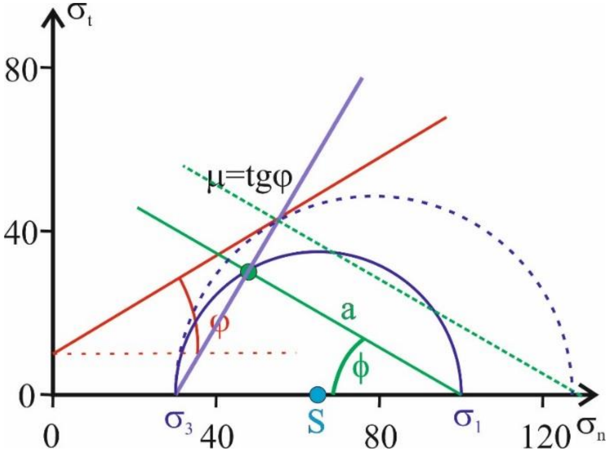
Abychom mohli určit pokles napětí, potřebujeme znát napěťové stavy na zlomu v době reaktivace a po ní. Zajímá nás totiž rozdíl tečného napětí před a po reaktivaci. Opět můžeme využít vztahů odvozených již v úloze 4:

$$\sigma_t = (\sigma_1 - \sigma_3).\cos\phi.\sin\phi$$

tj. po dosazení obdržíme:

$$\sigma_{t\text{-max}} = (275.6 - 150).\cos 25°.\sin 25° = 48.1 MPa$$

$$\sigma_{t\text{-min}} = (260.55 - 150).\cos 25°.\sin 25° = 42.3 MPa$$



Úloha číslo 6:

Pokles napětí na zlomu v průběhu reaktivace je tedy 5.8 MPa.

$$\Delta\sigma = \left(\sigma_{\text{t-max}} - \sigma_{\text{t-min}}\right) = 48.1 - 42.3 = 5.8\,MPa$$