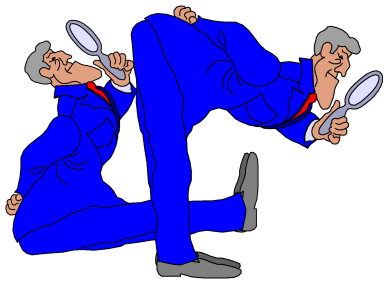
6. Asymetrické šifrovací systémy neboli systémy s veřejným klíčem

Jan Paseka

Ústav matematiky a statistiky
Masarykova univerzita

25. října 2021

O čem to bude



Úvod I

FI Doposud jsme pracovali se šifrovacími systémy následujících vlastností:

1. Kdo může zašifrovat zprávu, může ji i dešifrovat.
2. Každá dvojice partnerů musí mít svůj společný tajný klíč.

Úvod I

FI Doposud jsme pracovali se šifrovacími systémy následujících vlastností:

1. Kdo může zašifrovat zprávu, může ji i dešifrovat.
2. Každá dvojice partnerů musí mít svůj společný tajný klíč.

Druhá vlastnost je nepochybně nevýhodná. Pokud by počítačová síť měla n navzájem propojených účastníků, museli by používat $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ různých šifrovacích klíčů, které by si účastníci museli mezi sebou vyměnit.

Úvod I

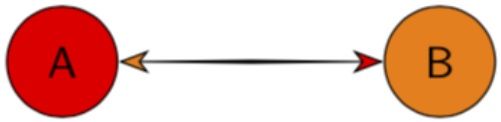
FI Doposud jsme pracovali se šifrovacími systémy následujících vlastností:

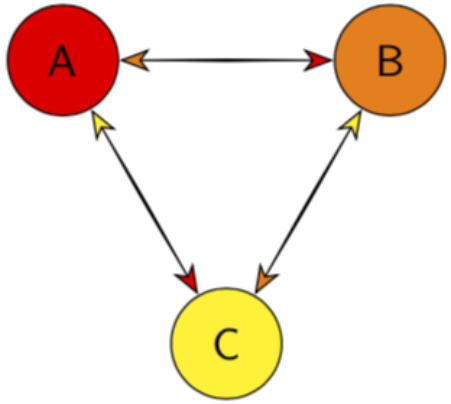
1. Kdo může zašifrovat zprávu, může ji i dešifrovat.
2. Každá dvojice partnerů musí mít svůj společný tajný klíč.

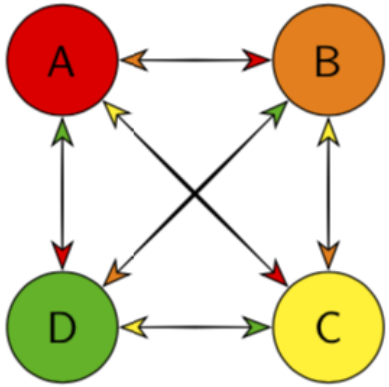
Druhá vlastnost je nepochybně nevýhodná. Pokud by počítačová síť měla n navzájem propojených účastníků, museli by používat $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ různých šifrovacích klíčů, které by si účastníci museli mezi sebou vyměnit.

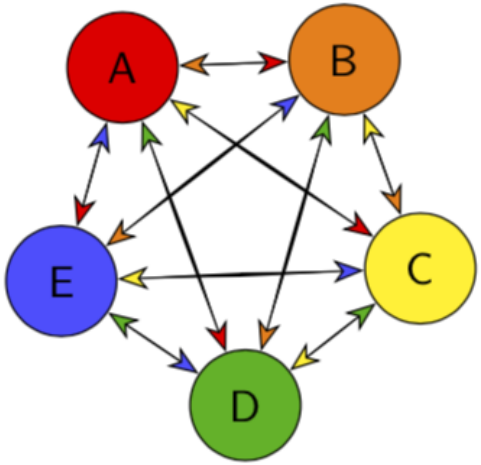
Zvolíme-li např. $n = 500$, bylo by nutno mít v systému cca 125000 klíčů. Vzhledem k nutné obnově za nové klíče bychom se dostali do prakticky nerealizovatelné situace.

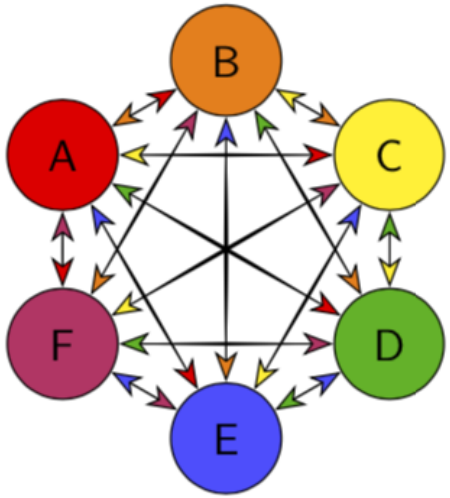
Úvod II











Úvod III

O šifrovacím systému s první vlastností pak obvykle mluvíme jako o **symetrickém** šifrovacím systému. První vlastnost můžeme považovat za výhodnou, protože lze k šifrování a dešifrování použít stejný stroj.

Úvod III

O šifrovacím systému s první vlastností pak obvykle mluvíme jako o **symetrickém** šifrovacím systému. První vlastnost můžeme považovat za výhodnou, protože lze k šifrování a dešifrování použít stejný stroj.

Asymetrické algoritmy se vyznačují tím, že jsou od první vlastnosti co nejvíce možná vzdáleny. Ukážeme, že takovéto systémy nemají druhou vlastnost a tedy práce s klíči je jednoduchá.

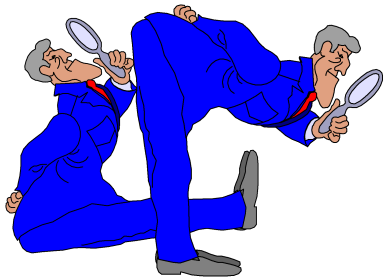
Úvod III

O šifrovacím systému s první vlastností pak obvykle mluvíme jako o **symetrickém** šifrovacím systému. První vlastnost můžeme považovat za výhodnou, protože lze k šifrování a dešifrování použít stejný stroj.

Asymetrické algoritmy se vyznačují tím, že jsou od první vlastnosti co nejvíce možná vzdáleny. Ukážeme, že takovéto systémy nemají druhou vlastnost a tedy práce s klíči je jednoduchá.

Budeme hlavně používat pojem **asymetrického algoritmu**; občas budeme mluvit o **public-key algoritmu**. Takovéto postupy byly vyvinuty v roce 1976 Whitfieldem **Diffiem** a Martinem **Hellmanem** v jejich práci *New Directions in Cryptography*, za kterou tito američtí matematici obdrželi v témže roce výroční cenu M.I.T.

O čem to bude



- Úvod

1. Veřejný klíč
2. Asymetrické šifrovací systémy
3. Elektronický podpis
4. Idea funkce s vlastností padacích dveří

Asymetrické šifrovací systémy I

Budeme předpokládat, že každý účastník **T** má ***dvojici*** klíčů, a to

Asymetrické šifrovací systémy I

Budeme předpokládat, že každý účastník **T** má ***dvojici*** klíčů, a to

- ***veřejný klíč*** $\mathbf{E} = \mathbf{E_T}$ k zašifrování;
- ***soukromý (tajný) klíč*** $\mathbf{D} = \mathbf{D_T}$ k dešifrování;

které se vyznačují následující vlastností: ***Ze znalosti klíče*** $\mathbf{E_T}$ ***nelze zjistit soukromý klíč*** $\mathbf{D_T}$***.***

Asymetrické šifrovací systémy I

Budeme předpokládat, že každý účastník **T** má ***dvojici*** klíčů, a to

- ***veřejný klíč*** $\mathbf{E} = \mathbf{E_T}$ k zašifrování;
- ***soukromý (tajný) klíč*** $\mathbf{D} = \mathbf{D_T}$ k dešifrování;

které se vyznačují následující vlastností: ***Ze znalosti klíče*** $\mathbf{E_T}$ ***nelze zjistit soukromý klíč*** $\mathbf{D_T}$***.***

Kryptosystém s touto vlastností se nazývá **asymetrický kryptosystém**.

Asymetrické šifrovací systémy I

Budeme předpokládat, že každý účastník **T** má ***dvojici*** klíčů, a to

- ***veřejný klíč*** $\mathbf{E} = \mathbf{E_T}$ k zašifrování;
- ***soukromý (tajný) klíč*** $\mathbf{D} = \mathbf{D_T}$ k dešifrování;

které se vyznačují následující vlastností: ***Ze znalosti klíče*** $\mathbf{E_T}$ ***nelze zjistit soukromý klíč*** $\mathbf{D_T}$***.***

Kryptosystém s touto vlastností se nazývá **asymetrický kryptosystém**.

Pokud navíc předpokládáme, že pro každou zprávu M platí

$$\mathbf{D}(\mathbf{E}(M)) = M,$$

mluvíme o **asymetrickém šifrovacím systému**.

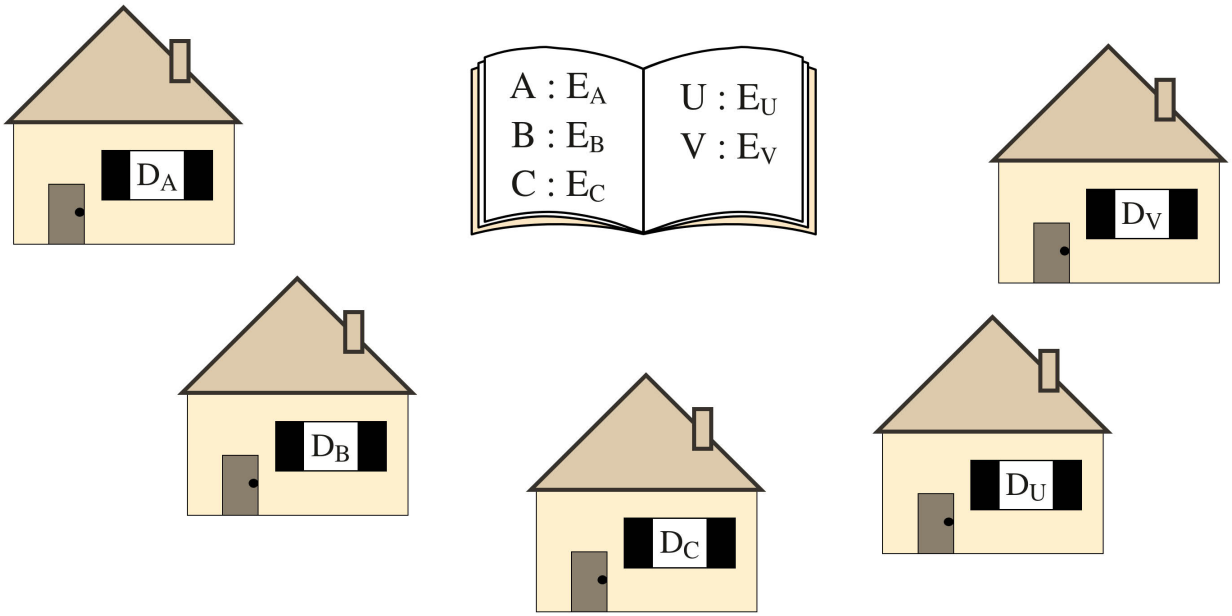
Asymetrické šifrovací systémy II

Asymetrický kryptosystém se nazývá ***asymetrické podpisovací schéma***, pokud pro každou zprávu M lze pomocí veřejného klíče **E** prověřit, zda se k sobě M a $\mathbf{D}(M)$ hodí.

Asymetrické šifrovací systémy II

Asymetrický kryptosystém se nazývá ***asymetrické podpisovací schéma***, pokud pro každou zprávu M lze pomocí veřejného klíče **E** prověřit, zda se k sobě M a $\mathbf{D}(M)$ hodí.

Všechny veřejné klíče jsou uloženy ve veřejně dostupném souboru (podobnému telefonnímu seznamu), zatímco soukromé klíče jsou tajné tj. známé pouze jejich vlastníkům.



Asymetrické šifrovací systémy III

Šifrování a dešifrování pomocí asymetrického šifrovacího systému probíhá ve 3 krocích:

1. Chce-li **A** zaslat **B** zprávu M, pak
   - najde veřejný klíč $\mathbf{E_B}$ pro **B**,
   - zašifruje zprávu M pomocí klíče $\mathbf{E_B}$ a
   - odešle $\mathbf{E_B}(M)$ k **B.**
2. **B** může kryptogram $\mathbf{E_B}(M)$ dešifrovat, protože zná jako jediný tajný klíč $\mathbf{D_B}$:

$$\mathbf{D_B}(\mathbf{E_B}(M)) = M.$$

3. Žádný jiný účastník nemůže $\mathbf{E_B}(M)$ rozluštit, protože podle předpokladu ze znalosti $\mathbf{E_B}$ a $\mathbf{E_B}(M)$ nelze získat znalost o $\mathbf{D_B}$.

Asymetrické šifrovací systémy - Výhody IV

- ***Není potřeba výměna klíčů***. Tímto je vyřešen hlavní problém symetrického algoritmu. Zejména je tedy s pomocí asymetrického algoritmu možná ***bezprostřední komunikace***. Můžeme tedy navzájem komunikovat, aniž bychom se složitě dohadovali o klíči. Asymetrické algoritmy jsou ideální pro ***otevřenou komunikaci***.

Asymetrické šifrovací systémy - Výhody IV

- ***Není potřeba výměna klíčů***. Tímto je vyřešen hlavní problém symetrického algoritmu. Zejména je tedy s pomocí asymetrického algoritmu možná ***bezprostřední komunikace***. Můžeme tedy navzájem komunikovat, aniž bychom se složitě dohadovali o klíči. Asymetrické algoritmy jsou ideální pro ***otevřenou komunikaci***.
- ***Není potřeba mnoho klíčů.*** U symetrického algoritmu se zvyšuje počet klíčů ***kvadraticky*** s počtem uživatelů, u asymetrického algoritmu je počet klíčů roven dvojnásobku počtu uživatelů.

Asymetrické šifrovací systémy - Výhody IV

- ***Není potřeba výměna klíčů***. Tímto je vyřešen hlavní problém symetrického algoritmu. Zejména je tedy s pomocí asymetrického algoritmu možná ***bezprostřední komunikace***. Můžeme tedy navzájem komunikovat, aniž bychom se složitě dohadovali o klíči. Asymetrické algoritmy jsou ideální pro ***otevřenou komunikaci***.
- ***Není potřeba mnoho klíčů.*** U symetrického algoritmu se zvyšuje počet klíčů ***kvadraticky*** s počtem uživatelů, u asymetrického algoritmu je počet klíčů roven dvojnásobku počtu uživatelů.
- ***Lze přijmout bez problémů nové uživatele.*** Je-li přijat nový účastník do symetrického systému, musí si s ním všichni původní účastníci vyměnit klíč. U asymetrického systému není naproti tomu nutno, aby původní účastníci aktualizovali svoje data.

Asymetrické šifrovací systémy - Výhody V

- ***Mnoho asymetrických systémů poskytuje skvělé možnosti pro elektronický podpis.***

Asymetrické šifrovací systémy - Výhody V

- ***Mnoho asymetrických systémů poskytuje skvělé možnosti pro elektronický podpis.***

Nevýhody asymetrického šifrovacího systému jsou pak:

- ***Doposud není znám žádný asymetrický kryptosystém, který by byl zároveň rychlý a bezpečný***. Postup, kterým se budeme hlavně zabývat, je tzv. RSA-algoritmus. V poslední době se také pracuje s algoritmy, které spočívají na "***diskrétních logaritmech***".

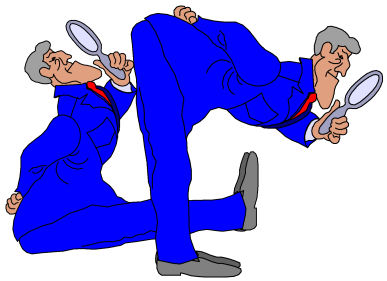
Asymetrické šifrovací systémy - Výhody V

- ***Mnoho asymetrických systémů poskytuje skvělé možnosti pro elektronický podpis.***

Nevýhody asymetrického šifrovacího systému jsou pak:

- ***Doposud není znám žádný asymetrický kryptosystém, který by byl zároveň rychlý a bezpečný***. Postup, kterým se budeme hlavně zabývat, je tzv. RSA-algoritmus. V poslední době se také pracuje s algoritmy, které spočívají na "***diskrétních logaritmech***".
- ***Asymetrické algoritmy potřebují jistý dohled nad klíči.*** Může se totiž stát, že Mr. X opatří svoji schránku s falešným jménem, ke kterému se však hodí jeho klíč. Pak může zachytit všechny zprávy, které byly adresovány původnímu adresátovi.

O čem to bude



Elektronický podpis I

Další důležitou myšlenkou **Diffieho** a **Hellmana** je ***elektronický*** neboli ***digitální podpis***. Nejdříve si ujasněme vlastnosti obvyklého podpisu rukou.

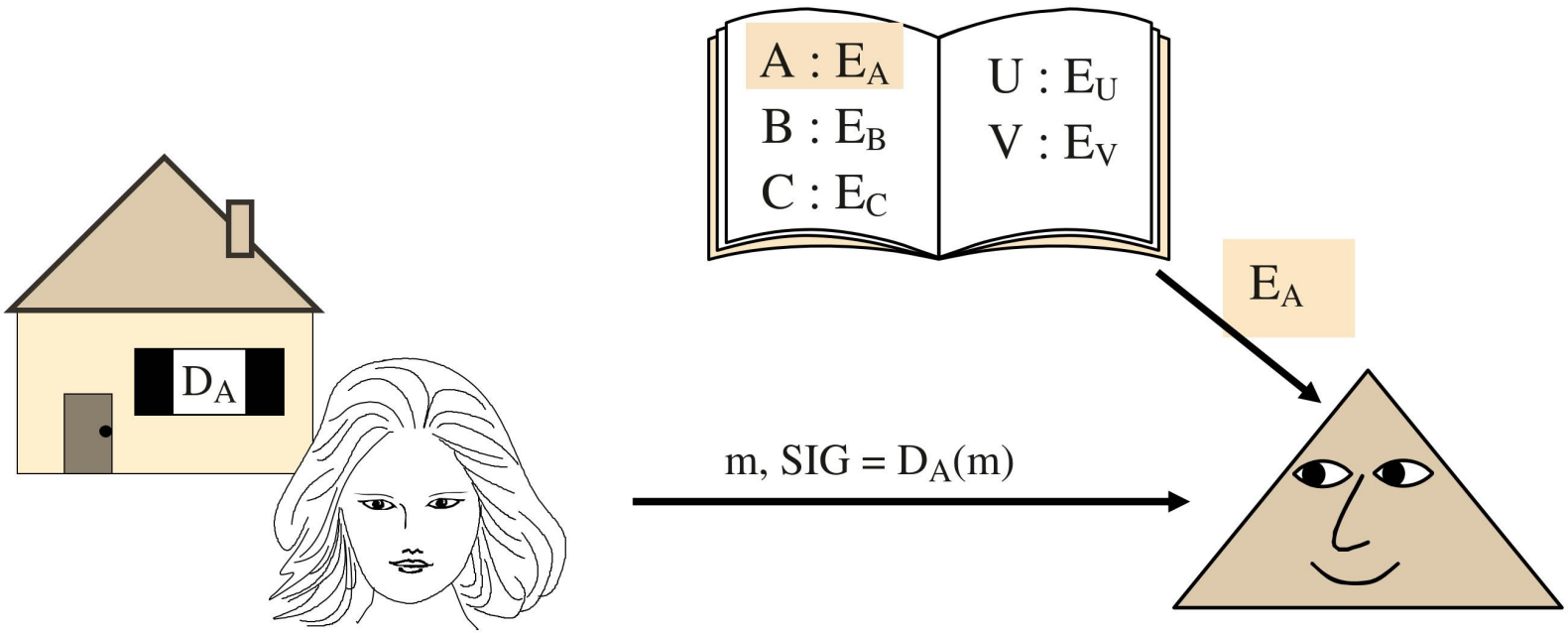
Elektronický podpis I

Další důležitou myšlenkou **Diffieho** a **Hellmana** je ***elektronický*** neboli ***digitální podpis***. Nejdříve si ujasněme vlastnosti obvyklého podpisu rukou.

Předpokládejme, že osoba A se podepsala rukou na nějaký dokument D. Pak má tento podpis v ideálním případu následující vlastnosti:

- ***Pouze osoba A*** může vytvořit tento podpis.
- ***Každý jiný účastník*** může prověřit, že se opravdu jedná o podpis osoby A.

Elektronický podpis II



Elektronický podpis III

Diskutujme nejprve digitální podpis s použitím symetrického šifrovacího systému (např. DES). Popíšeme dva možné přístupy.

Diffie-Lamportovo schéma

Odesílatel A, který si přeje podepsat n-bitovou binární zprávu

$$M = M_1 \dots M_n,$$

si předem vybere $2n$ klíčů šifrovacího systému $\langle \mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C} \rangle$. Označme je po řadě jako

$$a_1, \dots, a_n; \qquad b_1, \dots, b_n.$$

Elektronický podpis III

Diskutujme nejprve digitální podpis s použitím symetrického šifrovacího systému (např. DES). Popíšeme dva možné přístupy.

Diffie-Lamportovo schéma

Odesílatel A, který si přeje podepsat n-bitovou binární zprávu

$$M = M_1 \dots M_n,$$

si předem vybere $2n$ klíčů šifrovacího systému $\langle \mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C} \rangle$. Označme je po řadě jako

$$a_1, \dots, a_n; \qquad b_1, \dots, b_n.$$

Tyto klíče jsou ***tajné***.

Elektronický podpis IV

Je-li šifrovací algoritmus e, osoba A vygeneruje $4n$ ***parametrů*** $\{(X_i, Y_i, U_i, V_i) : 1 \leq i \leq n\}$, kde X_i, Y_i leží v definičním oboru e a

$$U_i = e(X_i, a_i) \quad \text{a} \quad V_i = e(Y_i, b_i) \quad (1 \leq i \leq n). \tag{3.1}$$

Elektronický podpis IV

Je-li šifrovací algoritmus e, osoba A vygeneruje $4n$ ***parametrů*** $\{(X_i, Y_i, U_i, V_i) : 1 \leq i \leq n\}$, kde X_i, Y_i leží v definičním oboru e a

$$U_i = e(X_i, a_i) \quad \text{a} \quad V_i = e(Y_i, b_i) \quad (1 \leq i \leq n). \tag{3.1}$$

Tyto parametry jsou dopředu zaslány příjemci a zároveň jsou odeslány nezávislému prověřovateli (veřejný registr).
Nyní předpokládejme, že osoba A chce odeslat podepsanou n-bitovou zprávu $M = M_1 \ldots M_n$. Bude postupovat podle následující procedury. Jejím podpisem bude řetězec

$$S = S_1 \ldots S_n,$$

kde pro všechna $i, 1 \leq i \leq n$ platí

$$S_i = \begin{cases} a_i & \text{pokud} \quad M_i = 0, \\ b_i & \text{pokud} \quad M_i = 1. \end{cases}$$

Elektronický podpis IV

Ověřovací protokol osoby B probíhá následovně: pro všechna i ($1 \leq i \leq n$) použije osoba B bit M_i a klíč S_i, aby ověřila, že

$$\begin{cases} \text{pokud} \quad M_i = 0 & \text{pak} \quad e(X_i, S_i) = U_i, \\ \text{pokud} \quad M_i = 1 & \text{pak} \quad e(Y_i, S_i) = V_i. \end{cases}$$

Osoba B pak akceptuje podepsanou zprávu ***pouze za předpokladu***, že ověřovací protokol ***je splněn pro všechna*** i.

Elektronický podpis IV

Ověřovací protokol osoby B probíhá následovně: pro všechna i ($1 \leq i \leq n$) použije osoba B bit M_i a klíč S_i, aby ověřila, že

$$\begin{cases} \text{pokud} \quad M_i = 0 & \text{pak} \quad e(X_i, S_i) = U_i, \\ \text{pokud} \quad M_i = 1 & \text{pak} \quad e(Y_i, S_i) = V_i. \end{cases}$$

Osoba B pak akceptuje podepsanou zprávu ***pouze za předpokladu***, že ověřovací protokol ***je splněn pro všechna*** i.

Ačkoliv tento systém je jednoduchý pro použití a snadno pochopitelný, má minimálně dvě nevýhody. První je nutná předběžná komunikace s parametry. Důležitější je však zvýšení rozměru zprávy – např. v případě DESu, kdy klíče mají délku 64 bitů, by se zpráva zvětšila 64-krát.

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma I

Rabin (1978) navrhl jiný přístup. Buď e šifrovací funkce nějakého šifrovacího systému $\langle \mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C} \rangle$.

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma I

Rabin (1978) navrhl jiný přístup. Buď e šifrovací funkce nějakého šifrovacího systému $\langle \mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C} \rangle$.

Buď dále $(K_i : 1 \leq i \leq 2r)$ posloupnost náhodně vybraných klíčů, které odesílatel A uchová v tajnosti. Příjemce B obdrží seznam $2r$ parametrů $(X_i, U_i),\ (1 \leq i \leq 2r)$, kde

$$e(X_i, K_i) = U_i \quad (1 \leq i \leq 2r), \tag{3.2}$$

a tyto parametry jsou uloženy na nějakém veřejně přístupném místě.

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma II

Předpokládejme nyní, že osoba A si přeje podepsat zprávu M. Jejím podpisem pak bude řetězec

$$S = S_1 S_2 \dots S_{2r},$$

kde pro všechna i, $(1 \leq i \leq 2r)$ platí

$$S_i = e(M, K_i).$$

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma II

Předpokládejme nyní, že osoba A si přeje podepsat zprávu M. Jejím podpisem pak bude řetězec

$$S = S_1 S_2 \dots S_{2r},$$

kde pro všechna i, $(1 \leq i \leq 2r)$ platí

$$S_i = e(M, K_i).$$

Osoba B pak pokračuje následovně: nejprve vybere náhodně či jinak r klíčů, které si přeje uveřejnit. Nechť to jsou klíče

$$K_{i_1}, K_{i_2}, \dots, K_{i_r}.$$

Pak po obdržení těchto klíčů osoba B prověří, že platí

$$e(M, K_{i_j}) = S_{i_j}, \qquad e(X_{i_j}, K_{i_j}) = U_{i_j} \quad (1 \leq j \leq r).$$

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma III

Osoba B akceptuje podpis jako podpis osoby A, pokud všechny tyto rovnosti platí. Je zřejmé, že bezpečnost příjemce závisí na jeho důvěře, že ***jedině osoba vlastnící tajné klíče*** mu mohla poslat tuto podepsanou zprávu.

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma III

Osoba B akceptuje podpis jako podpis osoby A, pokud všechny tyto rovnosti platí. Je zřejmé, že bezpečnost příjemce závisí na jeho důvěře, že ***jedině osoba vlastnící tajné klíče*** mu mohla poslat tuto podepsanou zprávu.

Předpokládejme, že si osoba A chce podrobit kritice zprávu, o které se tvrdí, že ji podepsala a kterou B zkontroloval. Protokol A je jasný; musí vytvořit před kontrolorem svých $2r$ tajných klíčů

$$S = K_1, K_2 \ldots K_{2r},$$

a veřejně prověřit rovnosti

$$e(M, K_i) = S_i, \qquad e(X_i, K_i) = U_i \quad (1 \leq i \leq 2r).$$

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma IV

Protokol Rabinova systému se řídí pravidlem, že kritika je oprávněná, pouze v případě, že všechna U_i a S_i s vyjímkou nejvýše r kontrol S_i souhlasí. Uvažme, co může nastat:

Rabinovo pravděpodobnostní podpisovací schéma IV

Protokol Rabinova systému se řídí pravidlem, že kritika je oprávněná, pouze v případě, že všechna U_i a S_i s vyjímkou nejvýše r kontrol S_i souhlasí. Uvažme, co může nastat:

(a) **Platí méně než r kontrol S_i**. V tomto případě neměla osoba B akceptovat (M, S) jako správně podepsanou zprávu.

(b) **Platí právě r kontrol S_i**. V tomto případě, když si osoba B vybrala r klíčů k zveřejnění, musela si vybrat právě tyto klíče. Pravděpodobnost výběru takovéto množiny je určena předpisem

$$p_r = \frac{1}{\binom{2r}{r}}$$

a $p_r \sim 10^{-10}$ pro $r = 18$.

(c) **Platí $r + 1$ kontrol S_i či více**. V tomto případě je příjemce v právu.

Asymetrické šifrování a podpisy I

Vraťme se nyní k asymetrickému šifrování. Pak můžeme digitální podpis realizovat následujícím způsobem:

Asymetrické šifrování a podpisy I

Vraťme se nyní k asymetrickému šifrování. Pak můžeme digitální podpis realizovat následujícím způsobem:

1. Chce-li osoba A **podepsat** zprávu M, tak
   - "zašifruje" M pomocí svého tajného soukromého klíče $\mathbf{D_A}$,
   - uveřejní podepsanou zprávu $\mathbf{D_A}(M)$.

Asymetrické šifrování a podpisy I

Vraťme se nyní k asymetrickému šifrování. Pak můžeme digitální podpis realizovat následujícím způsobem:

1. Chce-li osoba A **podepsat** zprávu M, tak
   - "zašifruje" M pomocí svého tajného soukromého klíče $\mathbf{D_A}$,
   - uveřejní podepsanou zprávu $\mathbf{D_A}(M)$.
2. Každý jiný účastník může tento **podpis** $\mathbf{D_A}(M)$ zkontrolovat tím, že pomocí veřejného klíče $\mathbf{E_A}$ prověří, zda se k sobě hodí M a $\mathbf{D_A}(M)$.

Asymetrické šifrování a podpisy I

Vraťme se nyní k asymetrickému šifrování. Pak můžeme digitální podpis realizovat následujícím způsobem:

1. Chce-li osoba A **podepsat** zprávu M, tak
   - "zašifruje" M pomocí svého tajného soukromého klíče $\mathbf{D_A}$,
   - uveřejní podepsanou zprávu $\mathbf{D_A}(M)$.
2. Každý jiný účastník může tento **podpis** $\mathbf{D_A}(M)$ zkontrolovat tím, že pomocí veřejného klíče $\mathbf{E_A}$ prověří, zda se k sobě hodí M a $\mathbf{D_A}(M)$.

Např. u RSA algoritmu se prověří, zda platí

$$\mathbf{E_A}(\mathbf{D_A}(M)) = M.$$

Asymetrické šifrování a podpisy II

V takovém případě je někdy i jiná možnost kontroly digitálního podpisu: podepsaná osoba A zveřejní jen $\mathbf{D_A}(M)$, ale ne zprávu M.

Asymetrické šifrování a podpisy II

V takovém případě je někdy i jiná možnost kontroly digitálního podpisu: podepsaná osoba A zveřejní jen $\mathbf{D_A}(M)$, ale ne zprávu M.

Pokud osoba B ***obdrží při aplikaci*** $\mathbf{E_A}$ ***smysluplnou zprávu, považuje to za důkaz správnosti digitálního podpisu***.
Všimněme si, že při vytvoření a kontrole správnosti digitálního podpisu byly použity pouze klíče patřící odesílateli A.

Asymetrické šifrování a podpisy II

V takovém případě je někdy i jiná možnost kontroly digitálního podpisu: podepsaná osoba A zveřejní jen $\mathbf{D_A}(M)$, ale ne zprávu M.

Pokud osoba B ***obdrží při aplikaci*** $\mathbf{E_A}$ ***smysluplnou zprávu, považuje to za důkaz správnosti digitálního podpisu***. Všimněme si, že při vytvoření a kontrole správnosti digitálního podpisu byly použity pouze klíče patřící odesílateli A.

Každý účastník může prověřit digitální podpis. Rozhodující rozdíl mezi digitálním a obyčejným podpisem je, že digitální podpis $\mathbf{D_A}(M)$ je neoddělitelně spjat se zprávou M. Naproti tomu je obyčejný podpis připojen na konec zprávy.

Asymetrické šifrování a podpisy II

V takovém případě je někdy i jiná možnost kontroly digitálního podpisu: podepsaná osoba A zveřejní jen $\mathbf{D_A}(M)$, ale ne zprávu M.

Pokud osoba B ***obdrží při aplikaci*** $\mathbf{E_A}$ ***smysluplnou zprávu, považuje to za důkaz správnosti digitálního podpisu***. Všimněme si, že při vytvoření a kontrole správnosti digitálního podpisu byly použity pouze klíče patřící odesílateli A.

Každý účastník může prověřit digitální podpis. Rozhodující rozdíl mezi digitálním a obyčejným podpisem je, že digitální podpis $\mathbf{D_A}(M)$ je neoddělitelně spjat se zprávou M. Naproti tomu je obyčejný podpis připojen na konec zprávy.

Důsledkem je pak, že při změně $\mathbf{D_A}(M)$ na $(\mathbf{D_A}(M)'$ se změní i $\mathbf{E}(\mathbf{D_A}(M))$ a tedy zpráva M a $\mathbf{E}(\mathbf{D_A}(M)')$ spolu nesouhlasí.

Asymetrické šifrování a podpisy III

Předpokládejme, že máme šifrovací systém s veřejným klíčem s vlastností, že pro každého uživatele l šifrovací a dešifrovací funkce komutují tj. že

$$e_l(d_l(M)) = M. \tag{3.3}$$

Asymetrické šifrování a podpisy III

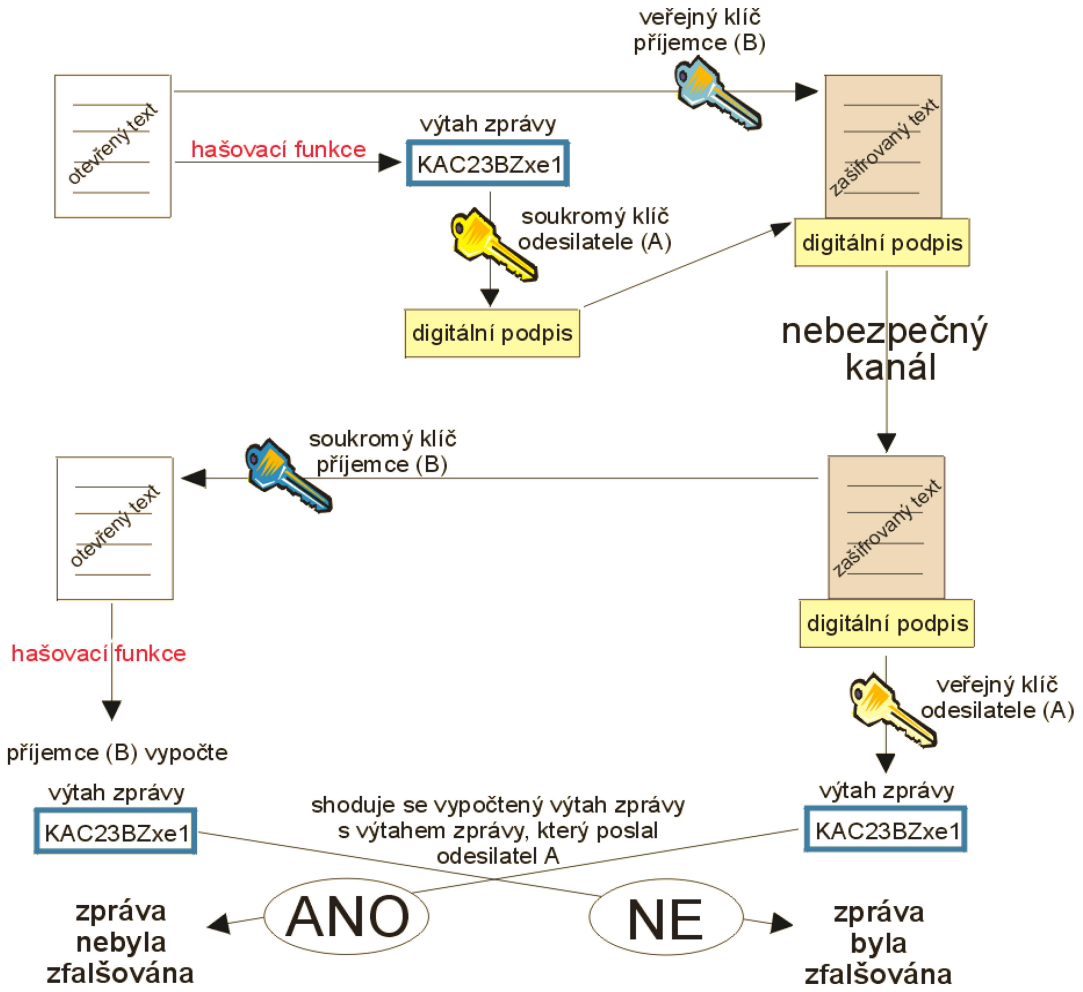
Předpokládejme, že máme šifrovací systém s veřejným klíčem s vlastností, že pro každého uživatele I šifrovací a dešifrovací funkce komutují tj. že

$$e_I(d_I(M)) = M. \tag{3.3}$$

Uvažme následující algoritmus.

1. Odesílatel A vypočte podpis S zprávy M užitím svého vlastního soukromého klíče a obdrží $S = d_A(M)$.
2. Užitím veřejného klíče příjemce B vypočte A kryptogram
$$C = e_B(S).$$
3. Příjemce B vypočte podpis S z kryptogramu C užitím svého vlastního soukromého klíče a obdrží
$$S = d_B(C).$$
4. Užitím veřejného klíče odesílatele A vypočte B zprávu
$$M = e_A(S).$$

Asymetrické šifrování a podpisy IV



Asymetrické šifrování a podpisy V

Nyní je příjemce B ve velmi výhodné pozici. Vlastní dvojici (M, S). V případě sporu, potřebuje-li přesvědčit soudce, že odesílatel A opravdu odeslal zprávu, požádá A o vytvoření jeho soukromého klíče K_A.

Asymetrické šifrování a podpisy V

Nyní je příjemce B ve velmi výhodné pozici. Vlastní dvojici (M, S). V případě sporu, potřebuje-li přesvědčit soudce, že odesílatel A opravdu odeslal zprávu, požádá A o vytvoření jeho soukromého klíče K_A.

Odesílatel A musí opravdu vytvořit svůj soukromý klíč K_A, protože ho lze otestovat na identitě $e_A(d_A(M)) = M$. Soudci pak pouze stačí prověřit, že $S = d_A(M)$.

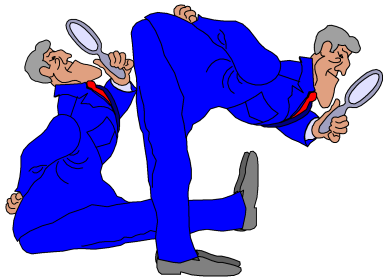
Asymetrické šifrování a podpisy V

Nyní je příjemce B ve velmi výhodné pozici. Vlastní dvojici (M, S). V případě sporu, potřebuje-li přesvědčit soudce, že odesílatel A opravdu odeslal zprávu, požádá A o vytvoření jeho soukromého klíče K_A.

Odesílatel A musí opravdu vytvořit svůj soukromý klíč K_A, protože ho lze otestovat na identitě $e_A(d_A(M)) = M$. Soudci pak pouze stačí prověřit, že $S = d_A(M)$.

Ze stejného důvodu musí příjemce B zůstat poctivý. Předpokládejme, že změnil zprávu M na zprávu M'. Pak by ale musel být schopen změnit podpis S na S', aby platilo, že $S' = d_A(M')$. Ale to může provést pouze A.

O čem to bude



Shrnutí I

Zopakujme si vlastnosti systému s veřejným klíčem z odstavce 2 - Asymetrické šifrovací systémy.

Shrnutí I

Zopakujme si vlastnosti systému s veřejným klíčem z odstavce 2 - Asymetrické šifrovací systémy.

Všichni uživatelé systému, kteří si přejí navzájem komunikovat, používají tentýž šifrovací algoritmus e a tentýž dešifrovací algoritmus d. Každý uživatel U_i má dvojici klíčů (K_i, L_i) tak, že pro každou možnou zprávu M platí identita

$$d(e(M, K_i), L_i) = M, \tag{4.1}$$

kde K_i je zveřejněn a uložen ve veřejném souboru; L_i zůstane utajen a mluvíme o něm jako o ***soukromém klíči***; K_i se nazývá ***veřejný klíč***.

Shrnutí II

Pokud chce jiný uživatel U_j odeslat uživateli U_i zprávu M, postupuje následovně.

(a) Uživatel U_j najde veřejný klíč K_i uživatel U_i ve veřejném souboru.

Shrnutí II

Pokud chce jiný uživatel U_j odeslat uživateli U_i zprávu M, postupuje následovně.

(a) Uživatel U_j najde veřejný klíč K_i uživatel U_i ve veřejném souboru.

(b) Uživatel U_j odešle kryptogram

$$C = e(M, K_i)$$

k uživateli U_i veřejným kanálem.

Shrnutí II

Pokud chce jiný uživatel U_j odeslat uživateli U_i zprávu M, postupuje následovně.

(a) Uživatel U_j najde veřejný klíč K_i uživatel U_i ve veřejném souboru.

(b) Uživatel U_j odešle kryptogram

$$C = e(M, K_i)$$

k uživateli U_i veřejným kanálem.

Bezpečnost systému závisí na funkcích e a d, které mají následující vlastnosti.

Shrnutí II

Pokud chce jiný uživatel U_j odeslat uživateli U_i zprávu M, postupuje následovně.

(a) Uživatel U_j najde veřejný klíč K_i uživatel U_i ve veřejném souboru.

(b) Uživatel U_j odešle kryptogram

$$C = e(M, K_i)$$

k uživateli U_i veřejným kanálem.

Bezpečnost systému závisí na funkcích e a d, které mají následující vlastnosti.

Vlastnost 1 Známe-li M a K, mělo by ***být snadné vypočíst*** $C = e(M, K)$.

Shrnutí II

Pokud chce jiný uživatel U_j odeslat uživateli U_i zprávu M, postupuje následovně.

(a) Uživatel U_j najde veřejný klíč K_i uživatel U_i ve veřejném souboru.

(b) Uživatel U_j odešle kryptogram

$$C = e(M, K_i)$$

k uživateli U_i veřejným kanálem.

Bezpečnost systému závisí na funkcích e a d, které mají následující vlastnosti.

Vlastnost 1 Známe-li M a K, mělo by ***být snadné vypočíst*** $C = e(M, K)$.

Vlastnost 2 Je-li dán pouze kryptogram C, ***není snadné výpočetně najít*** M.

Shrnutí II

Pokud chce jiný uživatel U_j odeslat uživateli U_i zprávu M, postupuje následovně.

(a) Uživatel U_j najde veřejný klíč K_i uživatel U_i ve veřejném souboru.

(b) Uživatel U_j odešle kryptogram

$$C = e(M, K_i)$$

k uživateli U_i veřejným kanálem.

Bezpečnost systému závisí na funkcích e a d, které mají následující vlastnosti.

Vlastnost 1 Známe-li M a K, mělo by ***být snadné vypočíst*** $C = e(M, K)$.

Vlastnost 2 Je-li dán pouze kryptogram C, ***není snadné výpočetně najít*** M.

Vlastnost 3 Je-li znám kryptogram C *a* tajný klíč L_i, ***je snadné určit zprávu*** M.

Vlastnost padacích dveří I

Jinak řečeno, vlastnosti 1 a 2 tvrdí, že šifrovací funkce e používající veřejný klíč by měla být ***jednosměrná***, ale vlastnost 3 požaduje navíc existenci "veřejného klíče". Takováto jednosměrná funkce se nazývá *funkce s vlastností padacích dveří*.

Vlastnost padacích dveří I

Jinak řečeno, vlastnosti 1 a 2 tvrdí, že šifrovací funkce e používající veřejný klíč by měla být ***jednosměrná***, ale vlastnost 3 požaduje navíc existenci "veřejného klíče". Takováto jednosměrná funkce se nazývá *funkce s vlastností padacích dveří*.

Aby byl takovýto systém prakticky použitelný, je nutné splnění následující podmínky.

Vlastnost 4 Mělo by být snadné generovat "náhodné" dvojice veřejný/soukromý klíč (K_i, L_i).

Vlastnost padacích dveří I

Jinak řečeno, vlastnosti 1 a 2 tvrdí, že šifrovací funkce e používající veřejný klíč by měla být ***jednosměrná***, ale vlastnost 3 požaduje navíc existenci "veřejného klíče". Takováto jednosměrná funkce se nazývá *funkce s vlastností padacích dveří*.

Aby byl takovýto systém prakticky použitelný, je nutné splnění následující podmínky.

Vlastnost 4 Mělo by být snadné generovat "náhodné" dvojice veřejný/soukromý klíč (K_i, L_i).

Jinak řečeno, mělo by být dostatečně "mnoho" dvojic (K, L) tak, že je pro $\mathrm{Mr.\ X}$ nemožné sestrojit tabulku vhodných funkčních hodnot.

Vlastnost padacích dveří II

$$(f, t) = \mathbf{Gen}\,(1^n)$$

$$f : D \rightarrow R$$