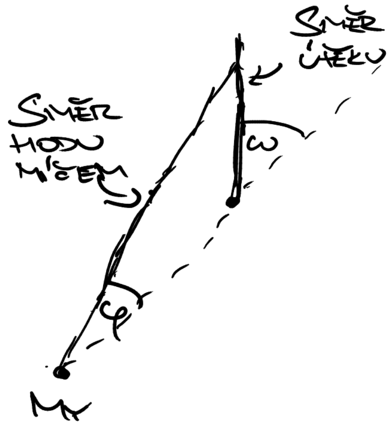
1 Na lodi, která právě pluje na moři, zjistili, že pobřežní pevnost je od nich přesně na východoseverovýchod. Po čtyř kilometrech plavby přímo na východ se ukázalo, že táž pevnost je směrem na severoseverovýchod. Jak daleko byla loď od pevnosti v obou těchto okamžicích?

2 Později toho dne, už v noci, viděl námořník konající službu ve strážním koši (ve výšce h_s nad hladinou vody), že se světlo vzdáleného majáku právě vyhouplo zpoza obzoru, z paluby ale nebylo vidět. Po nějaké době plavby směrem přímo k majáku světlo uviděli přesně na obzoru i ti, kteří stáli na palubě (ve výšce h_p nad hladinou vody). Jakou vzdálenost loď mezitím urazila? Výsledný výraz je dost komplikovaný; pokuste se ho nějakou aproximací zjednodušit.

---

3 Při vybíjené jsme se zmocnili míče a teď s ním chceme vybít protihráče. Ten se dá na útěk, ale ne směrem přímo od nás, nýbrž o úhel ω vlevo od tohoto směru (viz obrázek níže).
1. O jaký úhel vlevo máme hodit míč (na obrázku φ), abychom ho trefili, jestliže míč hodíme k-krát rychleji, než náš protihráč běží?
2. Pepíček mrskl míč čtyřnásobkem rychlosti svého protihráče o 15° vlevo od jeho stávající polohy. Ukažte, že to Pepíček zvoral a že se určitě netrefí. (Klidně si vypomozte kalkulačkou.)



4 Za jasné měsíčné noci stojíte na pobřežním útesu ve výšce h nad hladinou moře, koukáte, jak se měsíc zrcadlí na klidné vodní hladině a přemýšlíte o tom, jak daleko je asi Měsíc od Země. Jak to můžete zjistit, jestliže jste s pomocí teodolitu, který u sebe čirou náhodou máte, zjistili, že Měsíc je ve výšce α nad obzorem a jeho odraz v hloubce β pod obzorem? (Můžete se taky zamyslet nad tím, jestli je to dobrá metoda měření ◡̈.)

---

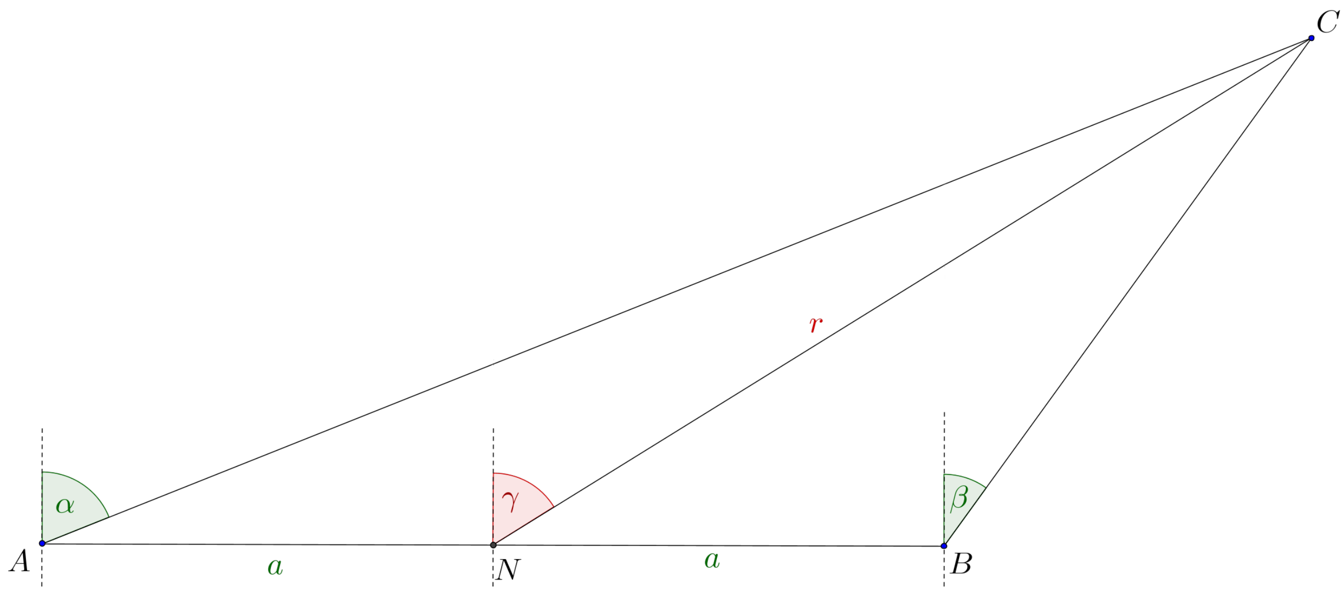
5 Za druhé světové války hledalo gestapo tajné vysílačky tak, že jezdili v autech s takzvanými „goniometry“. To byly jednoduché otočné přijímače, kterými gestapáci ručně točili a tím směrem, kde byl signál nejsilnější, patrně byla vysílačka.
Jedno auto zaměřilo vysílačku na asimutu φ. Druhé, které je od něj ve vzdálenosti r pod asimutem α, zaměřilo tu stejnou vysílačku na asimutu ψ. Jak daleko od prvního auta se vysílačka ukrývá?

6 Stojíte na břehu široké řeky, na jejímž druhém břehu je šedesátimetrový podstavec a na něm devítimetrová socha. Všimli jste si, že sochu vidíte pod právě stejným úhlem jako člověka, který stojí u paty podstavce a měří dva metry (pro jednoduchost). Jak široká je řeka?

---

7 Blížíme se po rovině k vzdálené hoře. Nejdřív jsme viděli, že vrchol hory je 15° nad obzorem. Po kilometru chůze směrem přímo k hoře se ukázalo, že vrchol hory je už 30° nad obzorem. Jak je vrchol vysoko nad rovinou?

8 Víte, proč má člověk dvě oči a ne třeba jenom jedno? Pokud ne, tak se to v této úloze dozvíte. Nejdřív se ale podívejte na pěkný obrázek:



Máte dvě oči (na obrázku body A, B) ve vzdálenosti $2a$ od sebe a jimi sledujete nějaký předmět (bod C). Vaše levé oko vidí předmět pod úhlem α, zatímco pravé oko jej vidí pod úhlem β. Oba úhly se berou jako odchylka od přímého směru, která je směrem doprava kladná a doleva záporná. Jak je předmět daleko od Vašeho nosu (bodu N uprostřed mezi očima)?

---

9 Loď pluje v noci poblíž dvou majáků, které jsou od sebe vzdáleny 10 kilometrů. Oba dva majáky jsou teď v zákrytu, od lodi směrem přesně na západ. Po hodinové plavbě severním směrem vyjde najevo, že jeden maják je přesně na jihozápadě, druhý na jihojihozápadě. Jak rychle loď pluje?

10 Je potřeba zaměřit dělo na cíl, který je schován za kopcem. Aby se to podařilo, zřídili vojáci dvě pozorovatelny P_1 a P_2, ze kterých je vidět jak dělo, tak cíl. Dělo a obě pozorovatelny jsou na jedné přímce, přičemž jsou známy vzdálenosti od děla k oběma pozorovatelnám. Obě pozorovatelny teď změří úhel mezi dělem a cílem ze svého pohledu. Jak z těchto údajů zaměříte dělo? Musíte zjistit jak směr, ve kterém se cíl nachází, tak i jeho vzdálenost.

---

11 Papír A4 (stejně jako všechny ostatní papíry „A(něco)“) má poměr stran $\sqrt{2}$ ku jedné. Dovedli byste pouhým překládáním papíru s těmito úlohami (nebo nějaké jiné A4, A5 apod.) dokázat, že $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$? Dám Vám k tomu dvě rady:

1. Zamyslete se nad tím, jak na delší straně (o délce $\sqrt{2}$) vyznačit bod, který je od konce vzdálen přesně o délku kratší strany (1).
2. Vymyslete, jak se dá pomocí překládání rozpůlit úhel. Též si uvědomte, že $\pi/8$ je čtvrtina pravého úhlu (který je v rozích papíru).

12 Zdálky se koukáme na šikmou věž, která se naklání přesně směrem od nás. Ve vzdálenosti a od paty věže jsme ji viděli pod úhlem α, ve vzdálenosti b jsme ji viděli pod úhlem β. O jaký úhel θ se věž naklání směrem od svislice?

---

13 Na Mendláku teď nově postavili nové přístřešky. Mají podobu čtverce 2×2 metry, který spočívá na jednom středovém sloupu o výšce 2,5 metru. Středy stran čtverce míří přesně do čtyř světových stran. Dokažte, že pod takovým přitroublým přístřeškem je nemožné se schovat před sluncem, víte-li, že o letním slunovratu v poledne je slunce asi 63° nad obzorem. Jakou plochu zabere stín takového přístřešku?

14 Člověk o výšce h stojí na svahu o sklonu α. Jak dlouhý stín vrhá, je-li výška Slunce nad obzorem β? Jakou plochu zabere jeho stín, je-li plocha člověka S (tím je míněno, že když by si lehl na zem, zabral by právě takovou plochu)?

---

15 Déšť dopadá kolmo na nějakou plochu tak, že na jednotku plochy a jednotku času připadá objem vody I. (Takové veličině se ve fysice říká *intensita.*) Jak se intensita změní, jestliže bude déšť dopadat nikoli kolmo, ale pod úhlem α (měřeno mezi kolmicí a směrem deště)? (Pro začátek uvažte rovnoběžný proud vody omezený dvěma přímkami o jisté vzdálenosti. Jakou část šikmo natočené plochy takový proud zasáhne?)

16 Na vodorovné střeše je čtvercový otvor krytý stejně velkým střešním oknem. Po jedné straně čtverce jsou panty a okno je otevřeno tak, že v pantech svírá úhel α s vodorovnou rovinou. Začne pršet pod úhlem β od kolmice, a to přímo proti straně, jež je nejvíc otevřena. Kolik naprší dovnitř? Odpověď vyjádřete jako násobek toho, co by dovnitř napršelo, kdyby ve střeše byla jen díra a okno žádné. Kapky, které trefí okno zevnitř, nakonec také stečou do pokoje a počítají se rovněž.

---

17 Pravidelný n-úhelník umístíme do roviny tak, že jeho střed je v bodě $[0; 0]$. Ukažte, že sečteme-li x-ové souřadnice všech vrcholů, dostaneme nulu, a totéž platí i pro y-ové. *(Řekněme, že by těžiště bylo v jiném bodě T. Pak natočíme celý obrázek o $2\pi/n$. Co se stane s mnohoúhelníkem? A co s bodem T? Obdržte spor.)*

18 Pravidelný pětiúhelník položíme středem do počátku. Jeho jeden vrchol je v bodě $[1; 0]$. Z toho, že součet x-ových souřadnic všech pěti bodů musí být 0, zjistěte hodnotu $\cos \frac{2\pi}{5}$.

19 Na poutích kdysi bývala taková hra o ceny, ve které se měl fixní kruh o poloměru R celý pokrýt pěti stejnými menšími disky tak, aby z něj nic nekoukalo. Jaký musí být nejméně poloměr r menších disků, aby to vůbec šlo udělat? *(Zkuste rozdělit fixní kruh na 5 stejných výsečí a každou výseč pokrýt jedním diskem.)*

---

20 Na kulové Zemi o poloměru R stojí věž o poloměru h. Jinak na Zemi už nic není. Jak daleko bude vidět z věže (měřeno podél povrchu Země)?

21 Dva lidé o osobní výšce h se chtějí přesvědčit o tom, že Země je opravdu kulatá. Proto se v noci postaví na dvě protilehlá místa na břehu velkého jezera a každý zapálí na svém břehu oheň. Oba zjistí, že vstoje oheň na druhém břehu vidí, ale jestliže si dřepnou do výšky h', vidět ho přestanou (přitom v cestě není žádný strom, kámen ani nic takového). Napište, jakou nerovnost musí splňovat vzdálenost d obou lidí a poloměr Země R, aby to bylo možné. Zkuste si pak dosadit nějaké realistické hodnoty pro h, h' a $R = 6\,738$ km.