

1 Z rozvoji, které jste už získali dříve ve cvičení, hbitě vypočtete:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$; 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$; 3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$; 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

2 Vhodným rozvojem vyčíslete limity:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin ax - \cos ax}$; 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$; 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$;
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x} \sqrt[3]{\cos 3x}}{x^2}$; 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$; 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}$.

3 Limity, kde jde x do nekonečna, můžeme vyčíslit pomocí podobného triku, jaký jsme používali při rozvoji: jde-li x do nekonečna a je tedy velmi velké, pak $1/x$ je určitě velmi malé. Můžeme pak rozvíjet podle $1/x$.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$; 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x\right)$; 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x^2 - 2x}\right)$;

4 Nakonec můžeme vyčíslovat i limity, kde x jde k nějakému jinému číslu než nule či nekonečnu. Prostě stačí vhodně x nahradit jinou proměnnou tak, aby ta jiná proměnná šla už do nuly. Vyzkoušejte si to na následujících příkladech:

1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; 2. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$; 3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{m}{1-x^m} - \frac{n}{1-x^n}\right)$; 4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln x - \ln a}{x - a}$.