

# M1712 Rovnoběžná promítání

## Pracovní listy

Mongeova zobrazovací metoda – základní úlohy



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

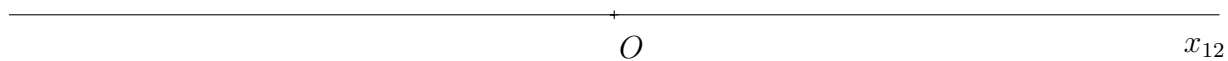


OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

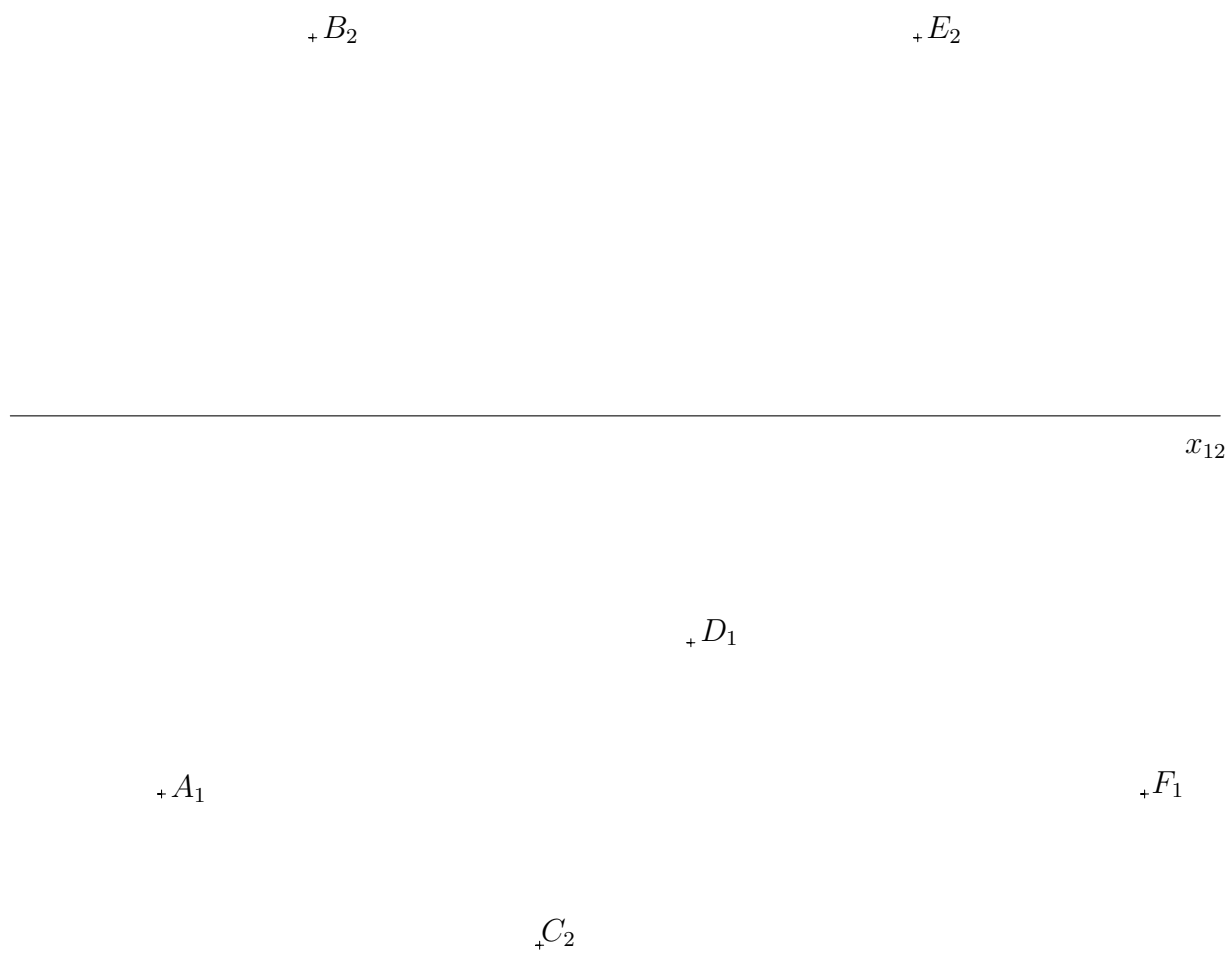


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Příklad 1.** Sestrojte sdružené průměty bodů  $A[4; 5; 5; 2]$ ,  $B[-3; 0; 0]$ ,  $C[7; 11; -3]$ ,  $D[2; -2; 9]$ ,  $E[-6; 10; -10]$ . Určete polohu těchto bodů v prostoru (ve kterém leží kvadrantu).



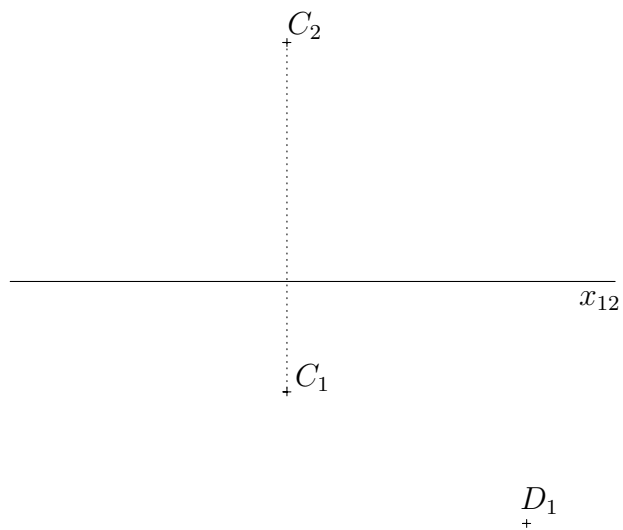
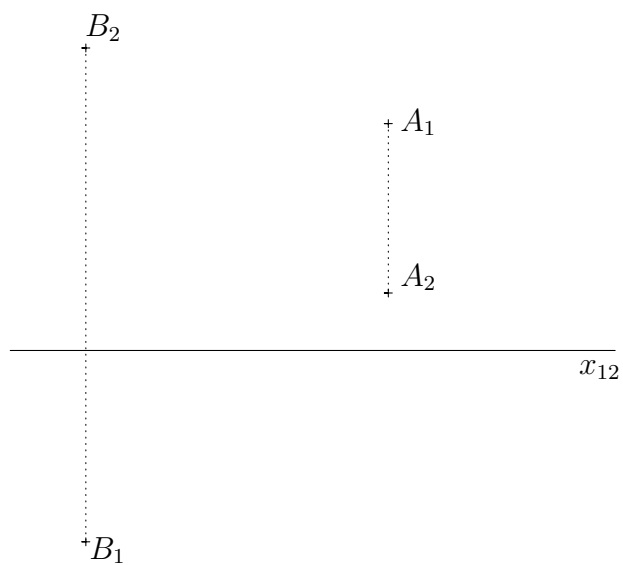
**Příklad 2.** Určete chybějící průměty bodů tak, aby bod  $A$  ležel v I. kvadrantu, bod  $B$  ve II. kvadrantu, bod  $C$  ve III. kvadrantu, bod  $D$  ve IV. kvadrantu, bod  $E$  v rovině symetrie a bod  $F$  v rovině totožnosti.



**Příklad 3.** Zobrazte sdružené průměty přímek  $a, b, c, d$ , víte-li:

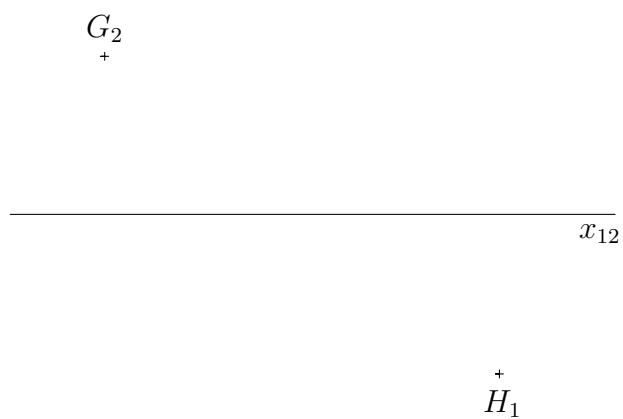
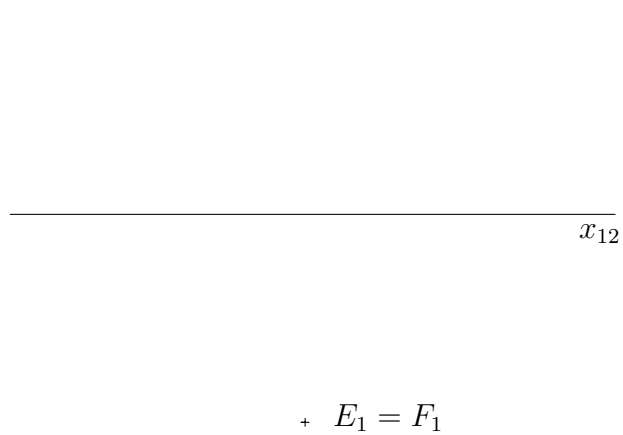
a)  $a \leftrightarrow AB$

b)  $b \leftrightarrow CD \wedge b \parallel \pi$



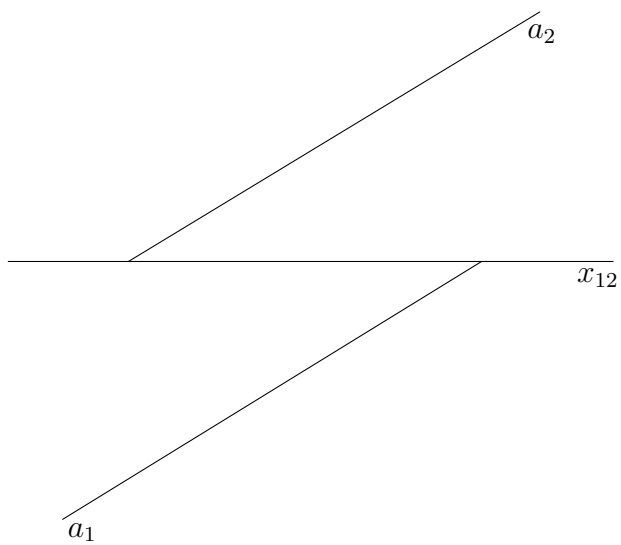
c)  $c \leftrightarrow EF \wedge c \perp \pi$

d)  $d \leftrightarrow GH \wedge d \parallel x$

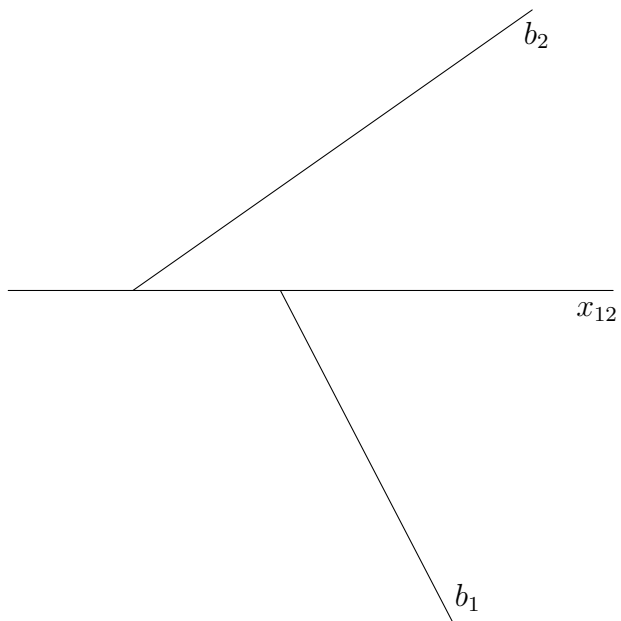


**Příklad 4.** Zobrazte stopníky přímek  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ :

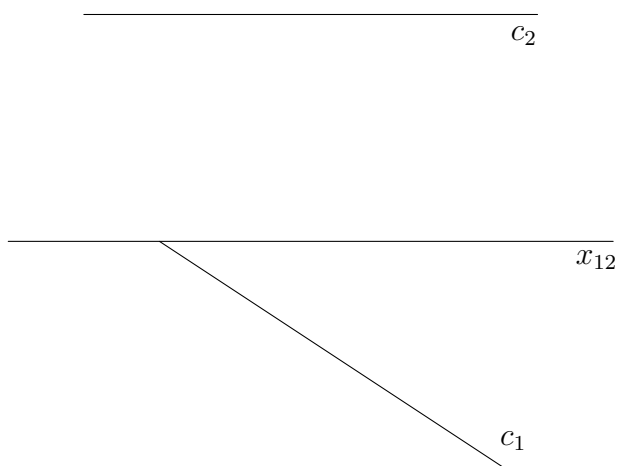
a)



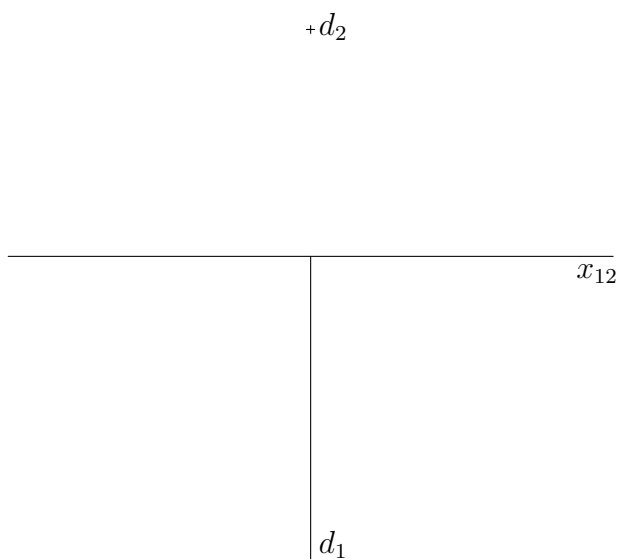
b)



c)



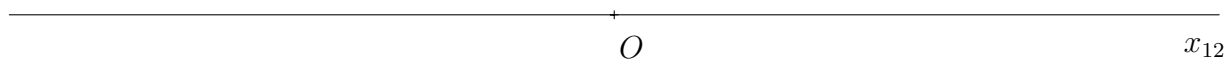
d)



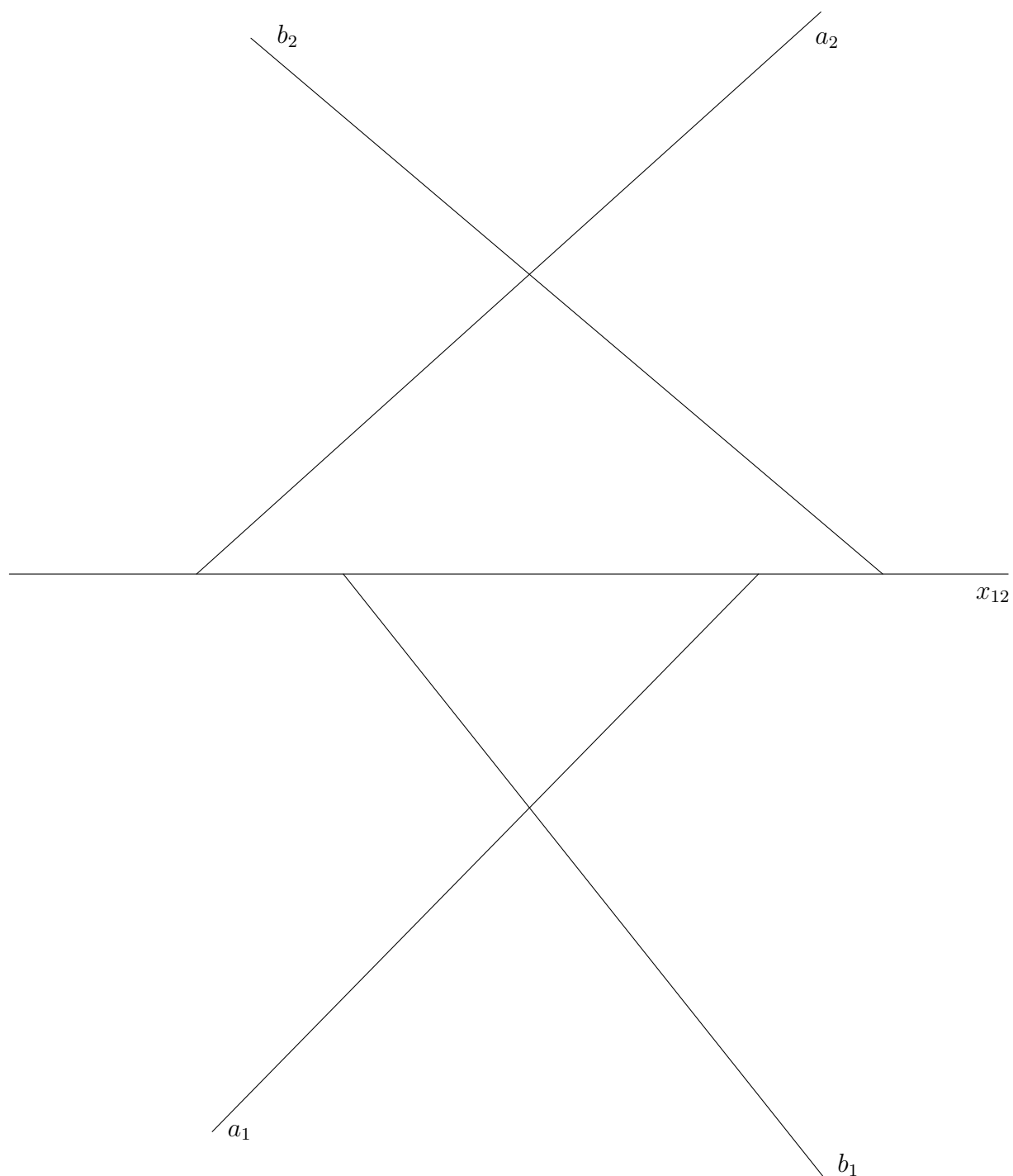
**Příklad 5.** Sestrojte libovolnou přímku  $a$ , která prochází bodem  $A$  a je rovnoběžná s nárýsnou  $\nu$ . Určete její stopníky. Ve kterém leží tato přímka kvadrantu?



**Příklad 6.** Zobrazte stopy rovin  $\alpha(-5; 6; 7)$ ,  $\beta(2; \infty; 1)$ ,  $\gamma(-3; 5; \infty)$ ,  $\delta(\infty; 7; 8)$ ,  $\epsilon(\infty; \infty; 6)$ ,  $\zeta(\infty; 8; \infty)$ ,  $\kappa(5; \infty; \infty)$  a  $\lambda(6; -5; -6)$ .

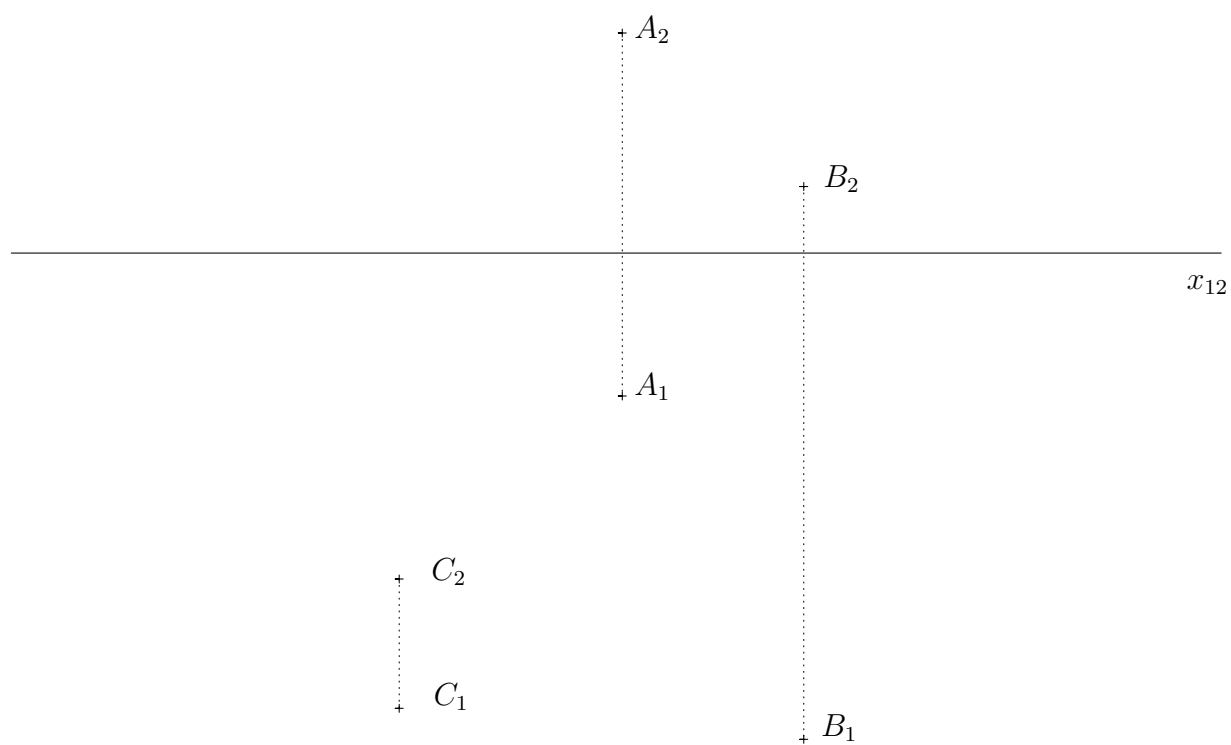


**Příklad 7.** Zobrazte stopy roviny  $\varrho = (a, b)$ .



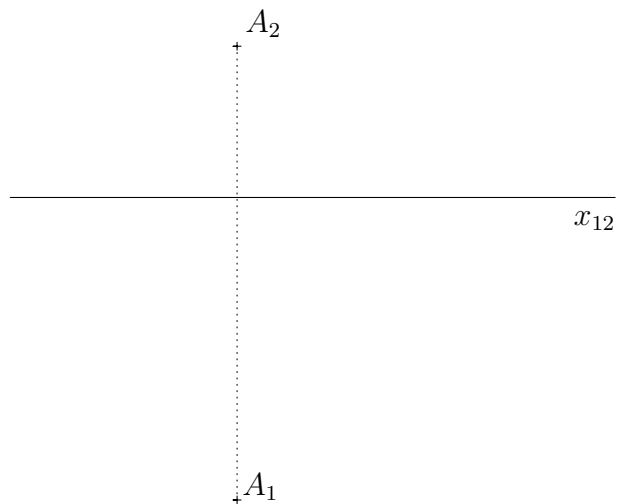


**Příklad 8.** Zobrazte stopy roviny  $\varrho = (ABC)$ .

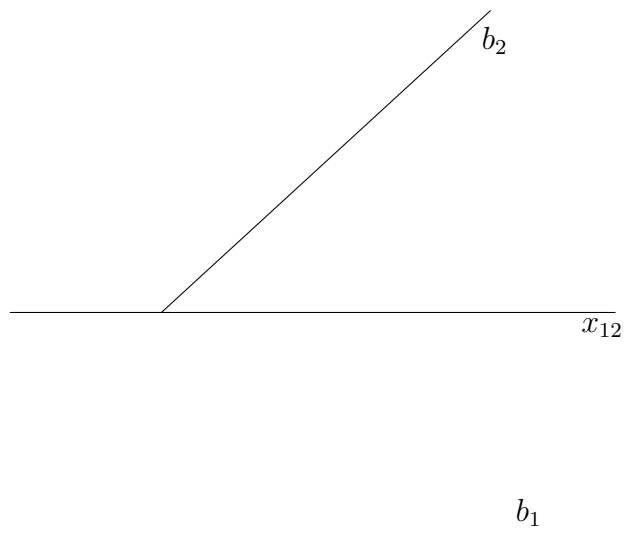


**Příklad 9.** Zobrazte stopy rovin  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ , víte-li:

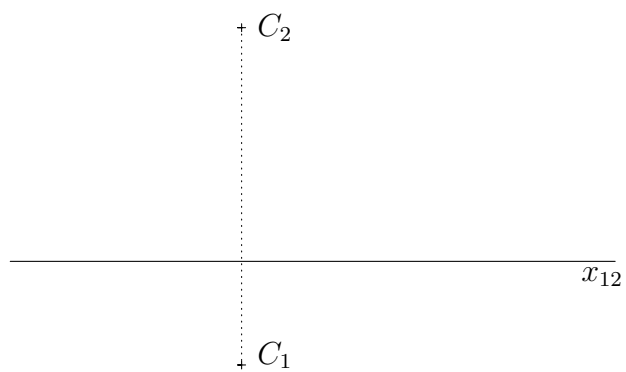
a)  $A \in \alpha \wedge \alpha \parallel \pi$



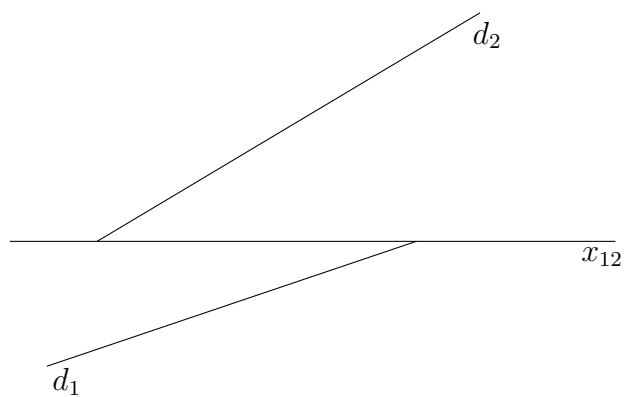
b)  $b \subset \beta \wedge \beta \parallel \nu$



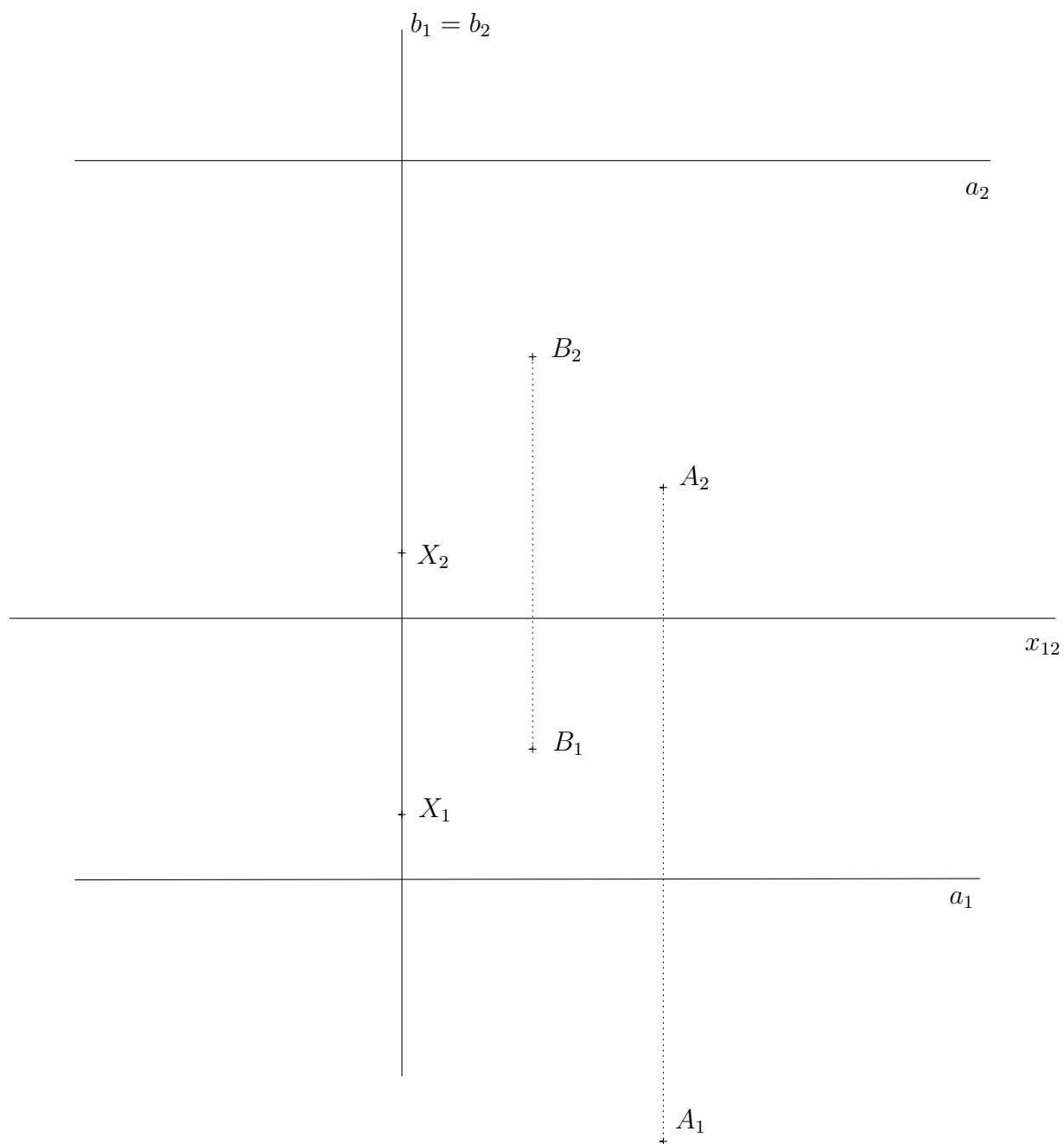
c)  $C \in \gamma \wedge \gamma \perp x$



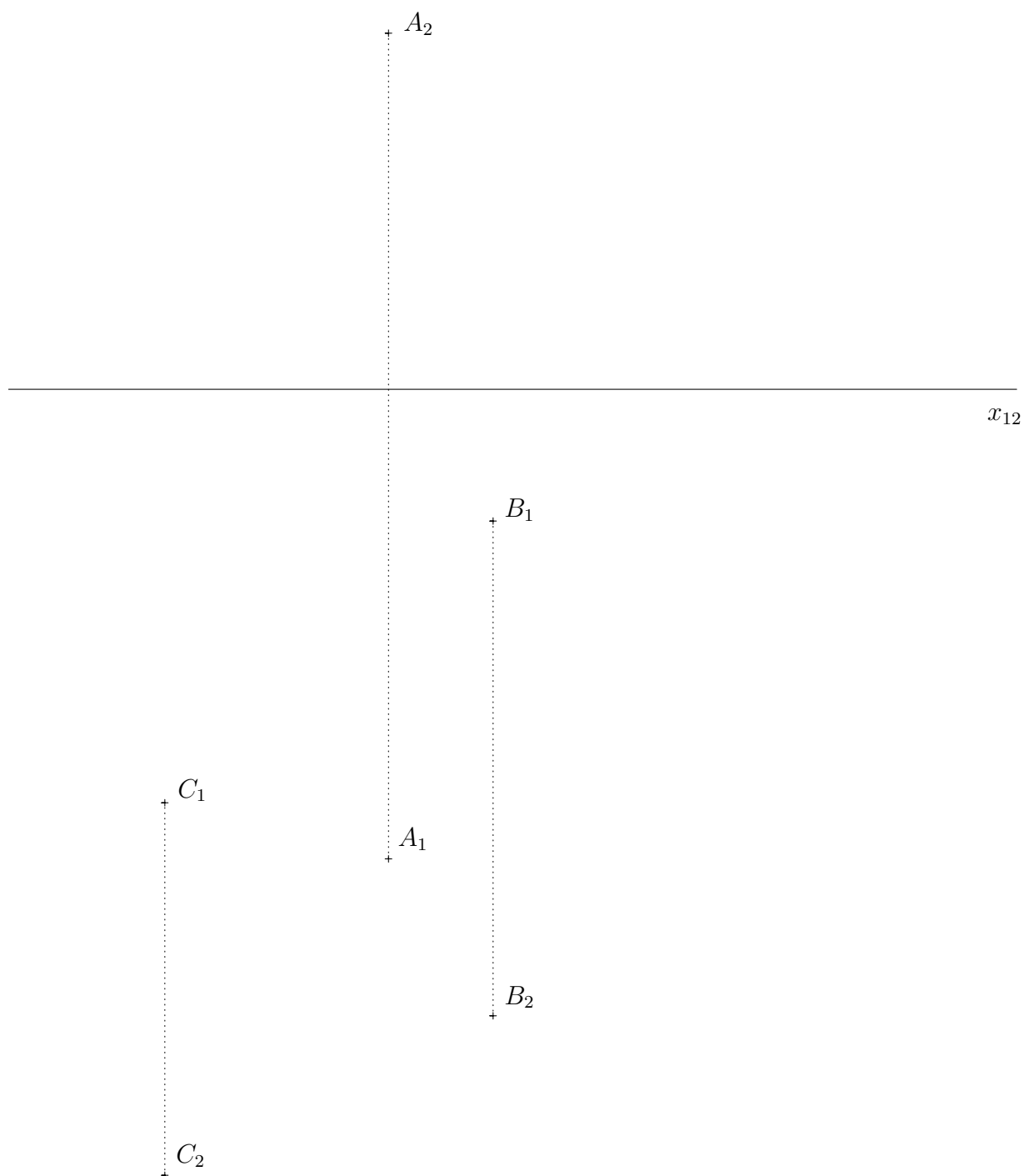
d)  $d \subset \delta \wedge \delta \parallel x$



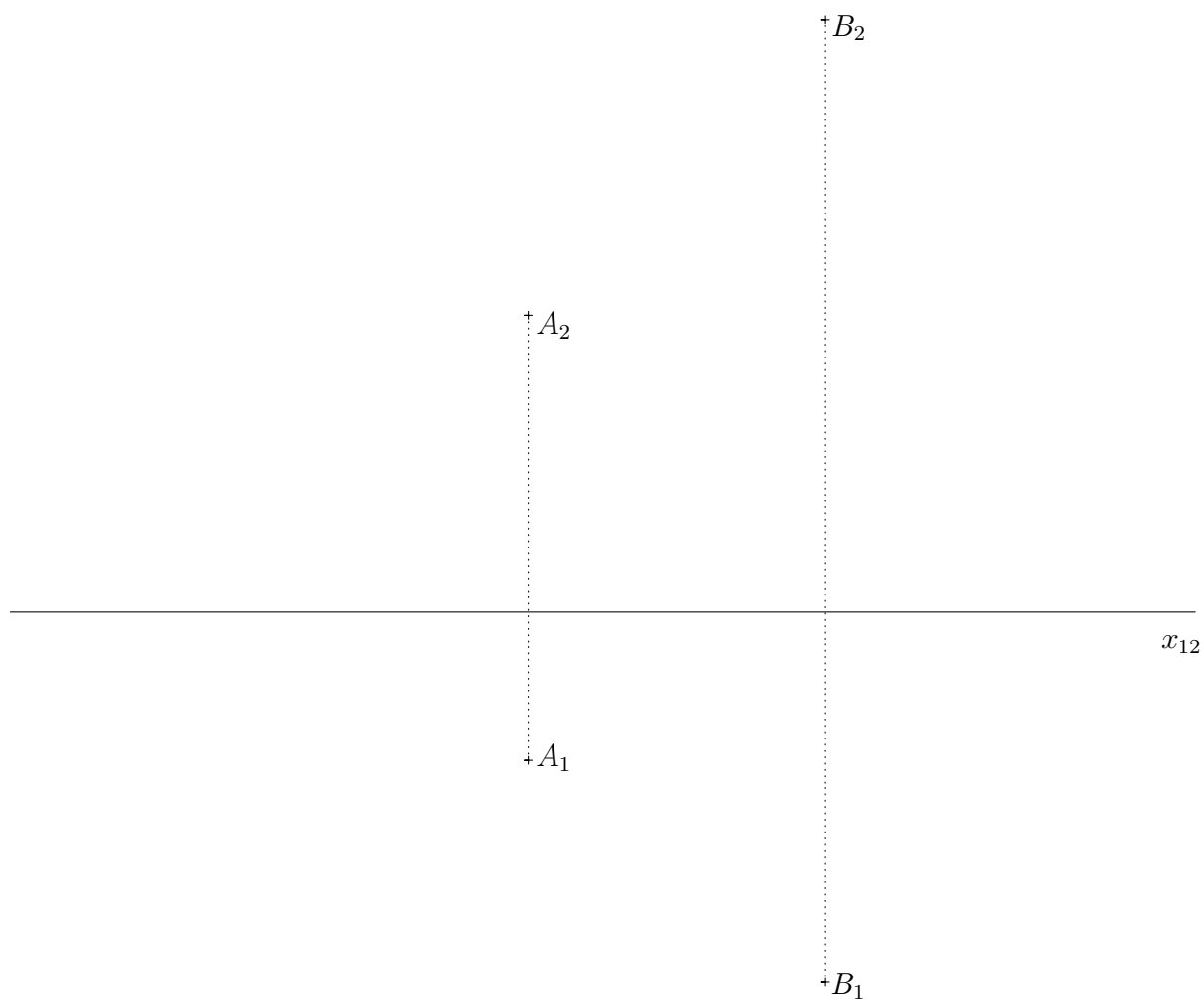
**Příklad 10.** Zobrazte stopy rovin  $\alpha = (a, A)$  a  $\beta = (b, B)$ , jestliže  $X \in b$  a  $b, x$  jsou různoběžky.



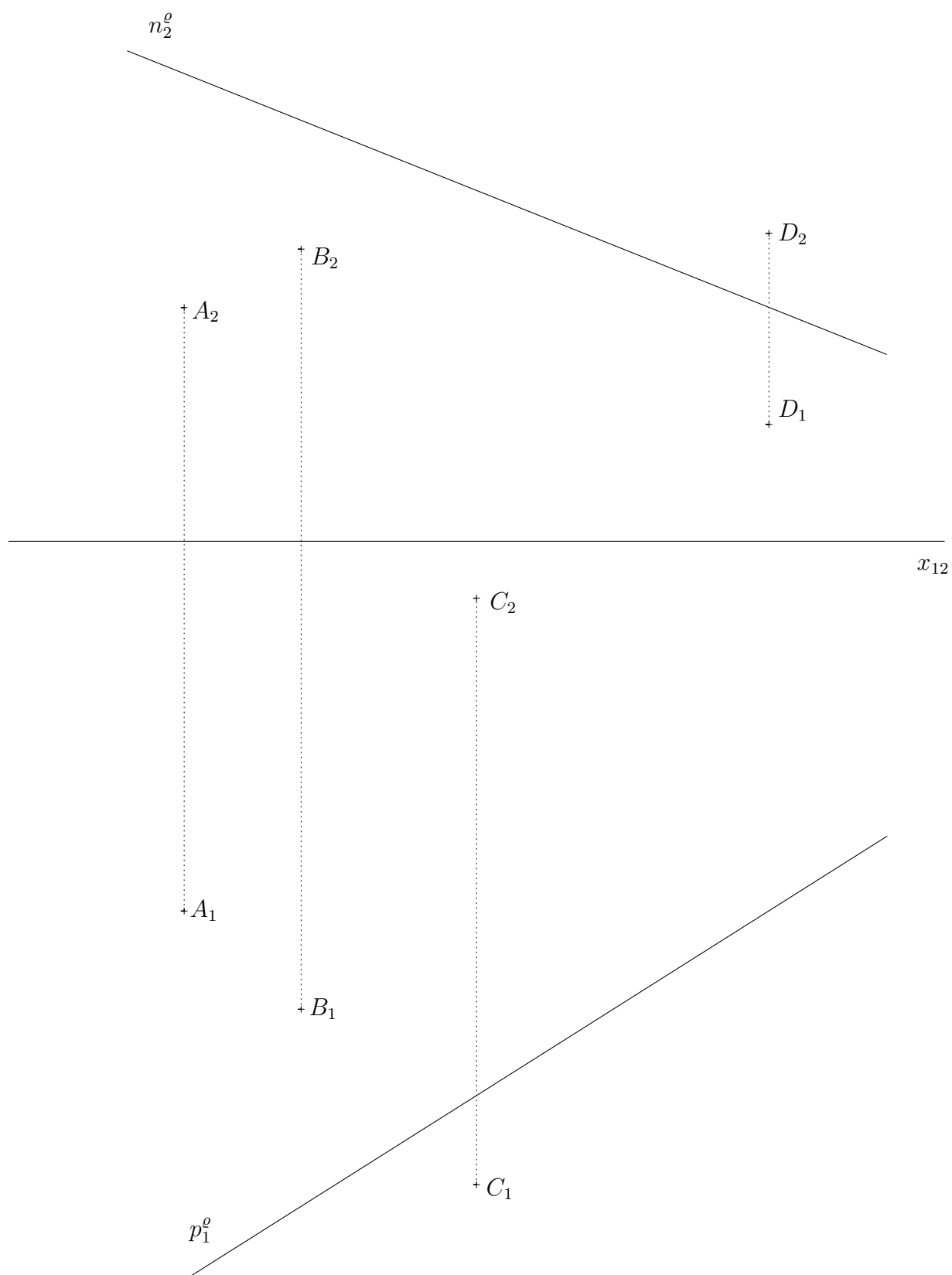
**Příklad 11.** Sestrojte hlavní a spádové přímky obou osnov roviny  $\varrho = (ABC)$  procházející bodem  $A$ .



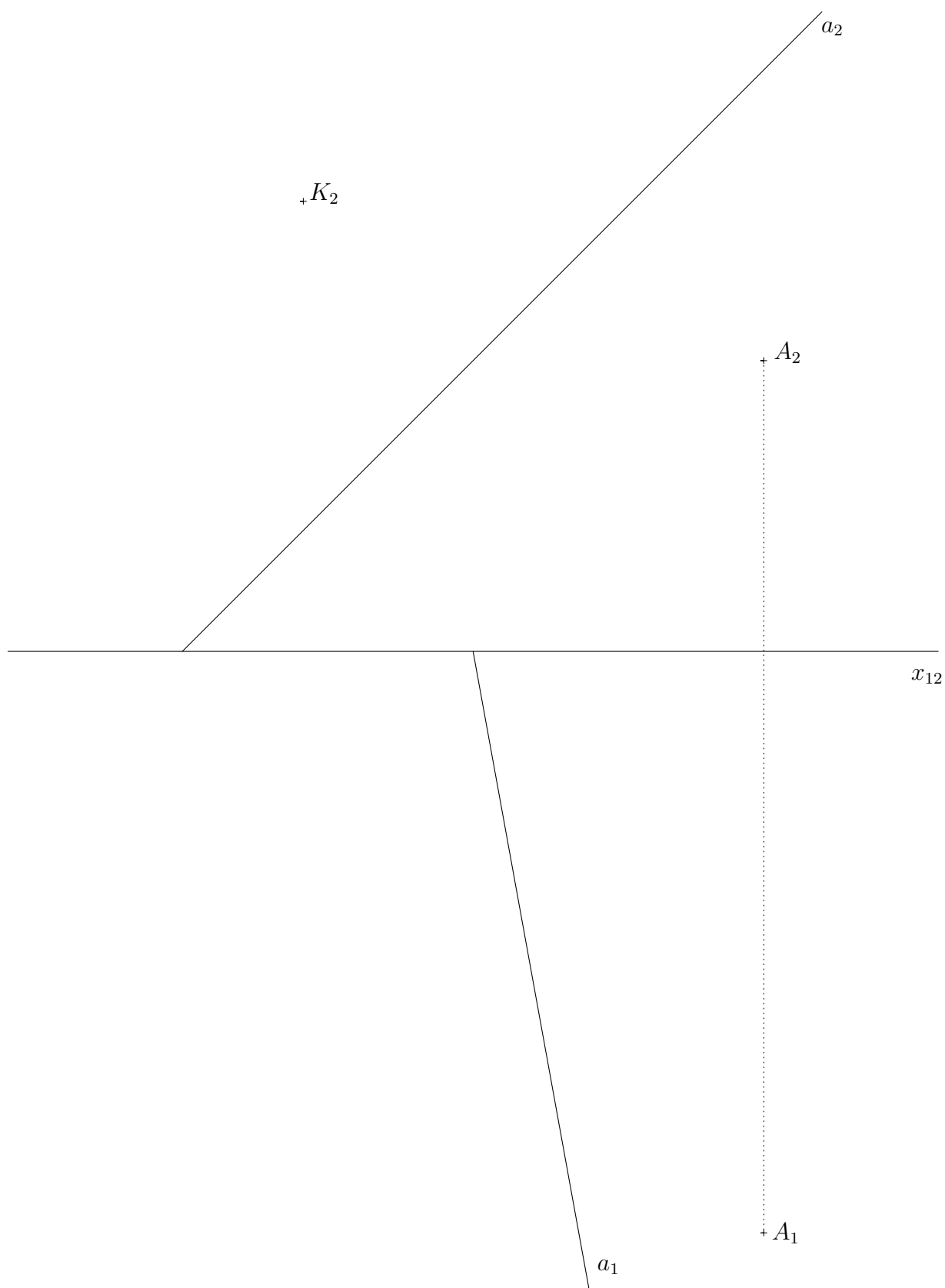
**Příklad 12.** Sestrojte horizontální hlavní přímky roviny  $\rho$  jdoucí body  $A$  a  $B$ , víte-li, že rovina  $\rho$  je kolmá k půdorysně  $\pi$ .



**Příklad 13.** Rozhodněte, zda body  $A, \dots, D$  leží v rovině  $\varrho$ .

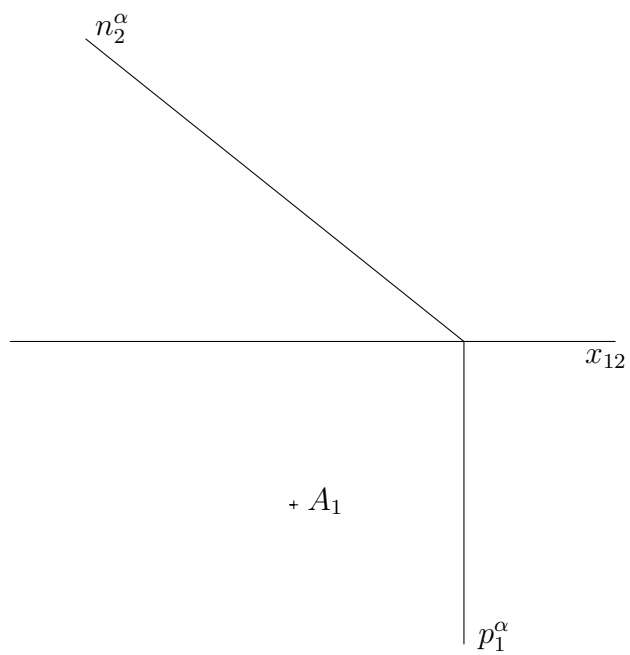


**Příklad 14.** Určete chybějící průmět bodu  $K$ , víte-li, že bod  $K$  leží v rovině  $\varrho = (a, A)$ .

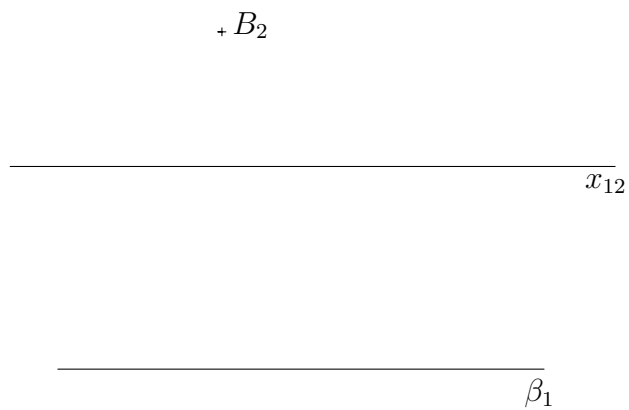


**Příklad 15.** Určete chybějící průměty bodů  $A, B, C, D$ , o nichž víte, že leží v dané rovině:

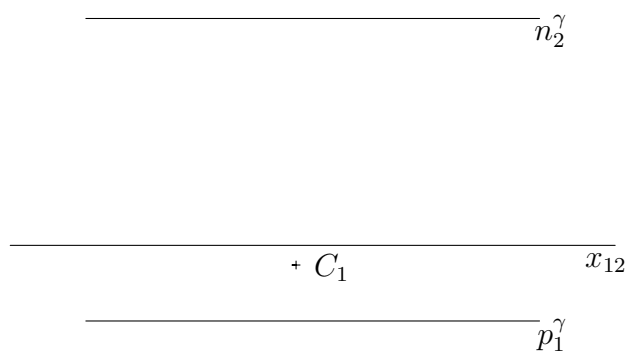
a)



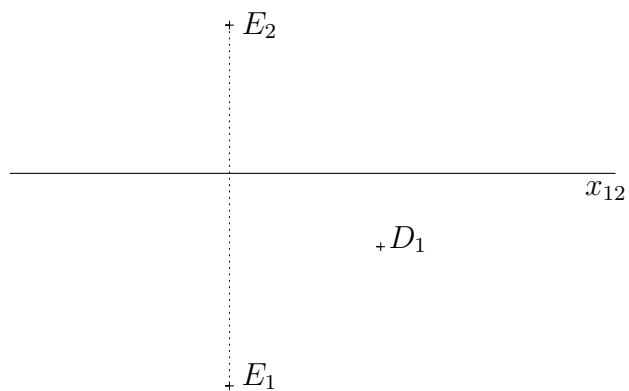
b)



c)

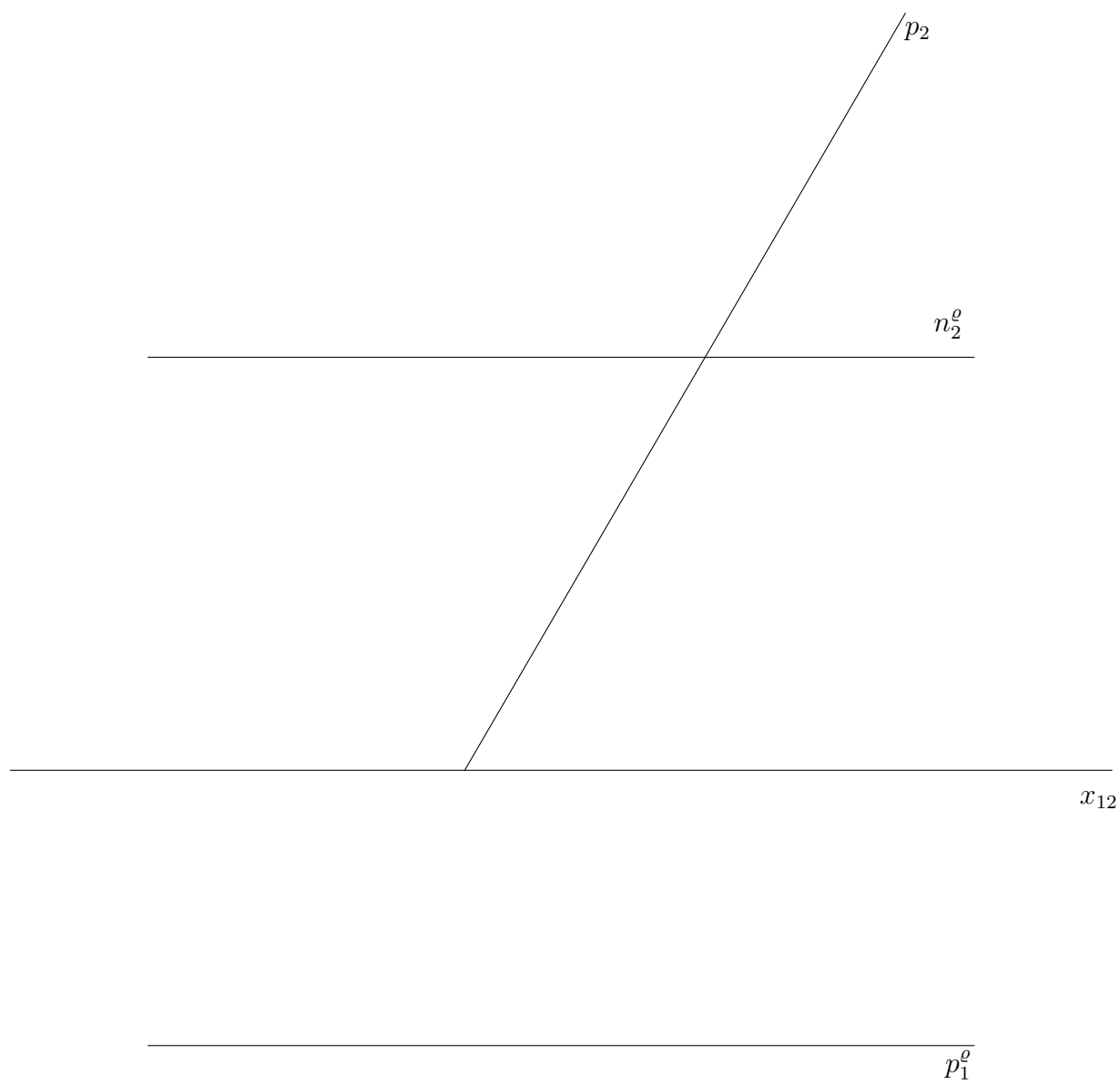


d)  $\leftrightarrow DE \subset \delta \wedge \delta \parallel \pi$

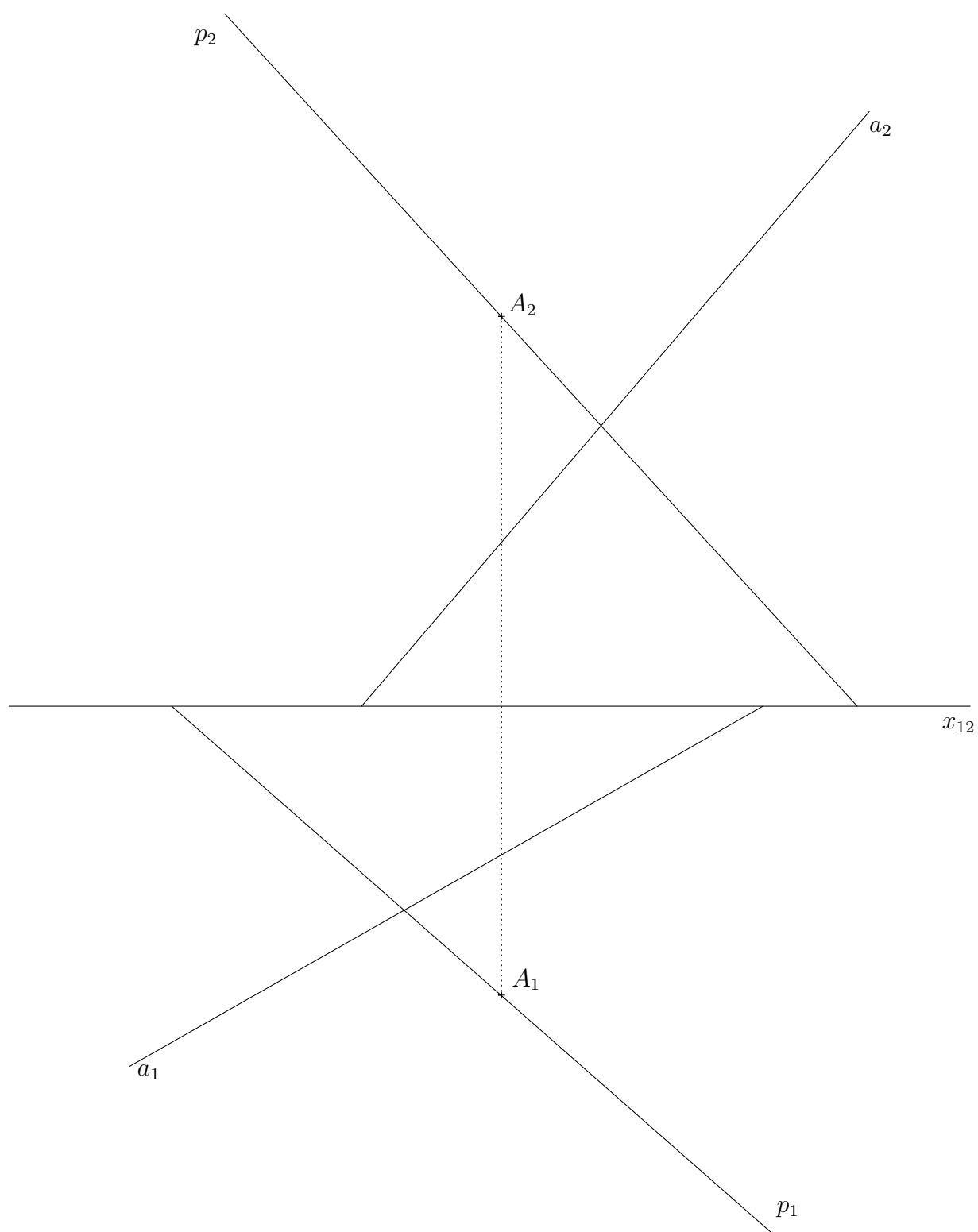




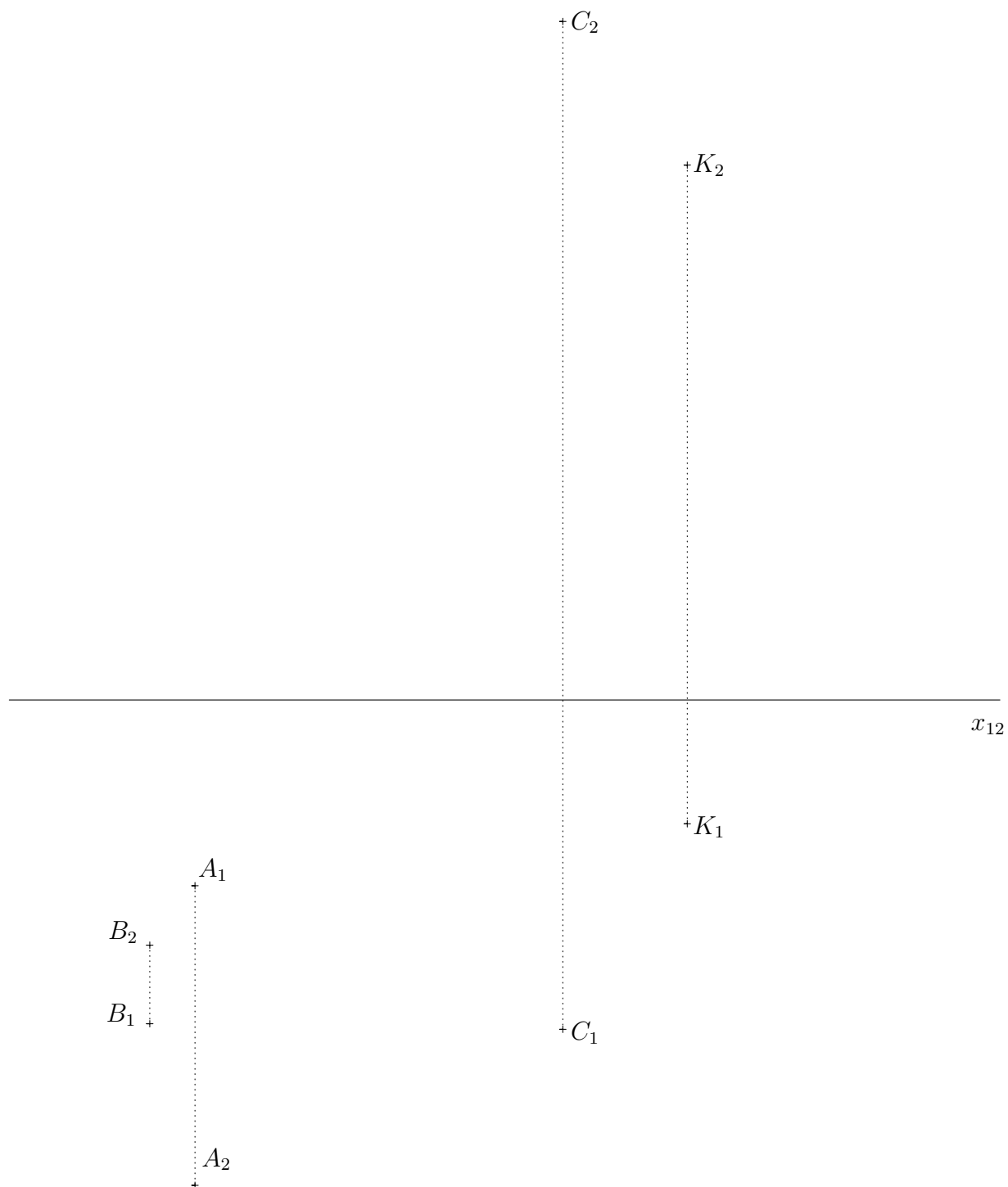
**Příklad 16.** Určete chybějící průmět přímky  $p$ , víte-li, že přímka  $p$  leží v rovině  $\rho$ .



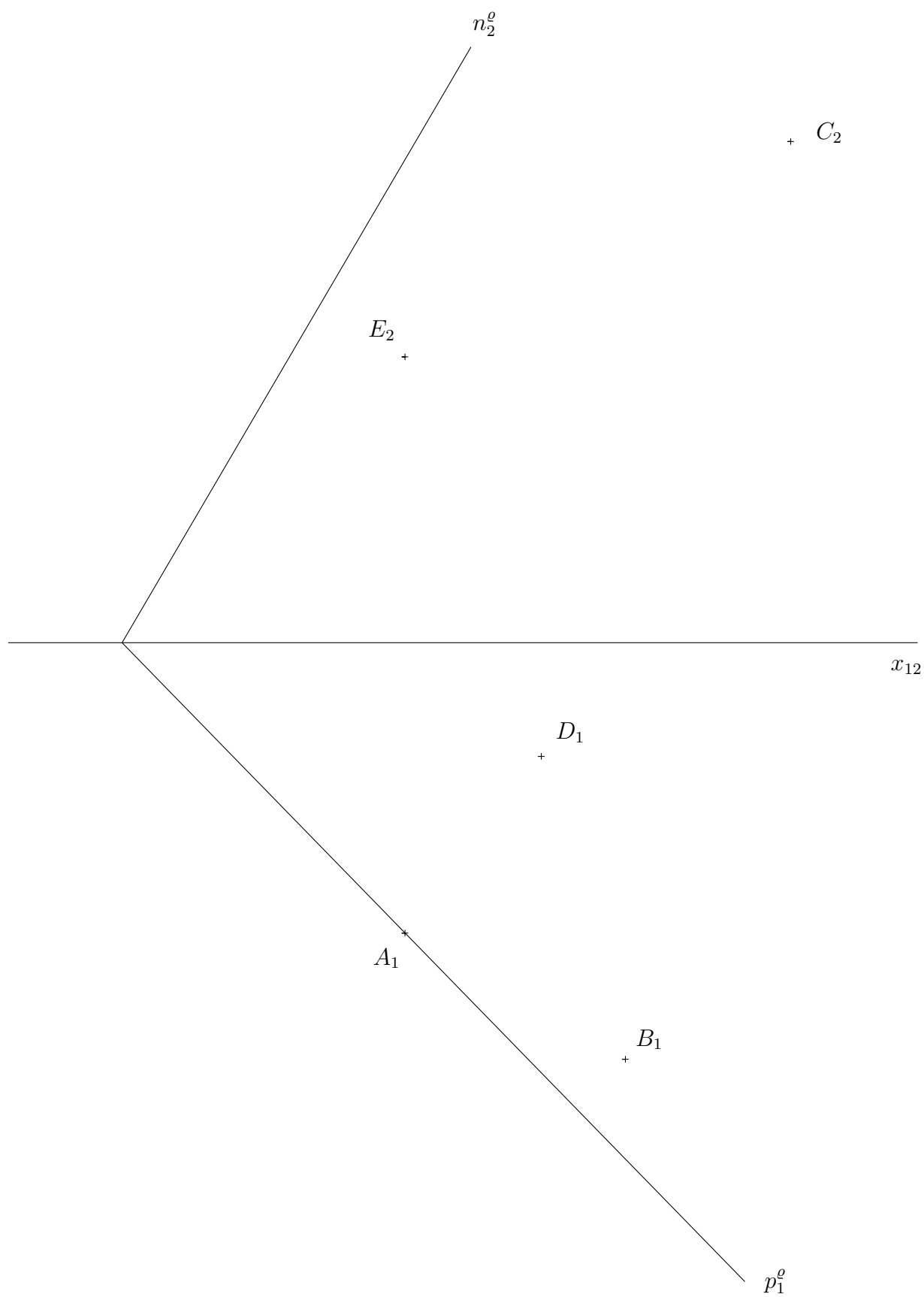
**Příklad 17.** Rozhodněte, zda přímka  $p$  leží v rovině  $\varrho = (a, A)$ .



**Příklad 18.** Rozhodněte, zda bod  $K$  leží v rovině  $\varrho = (ABC)$ .

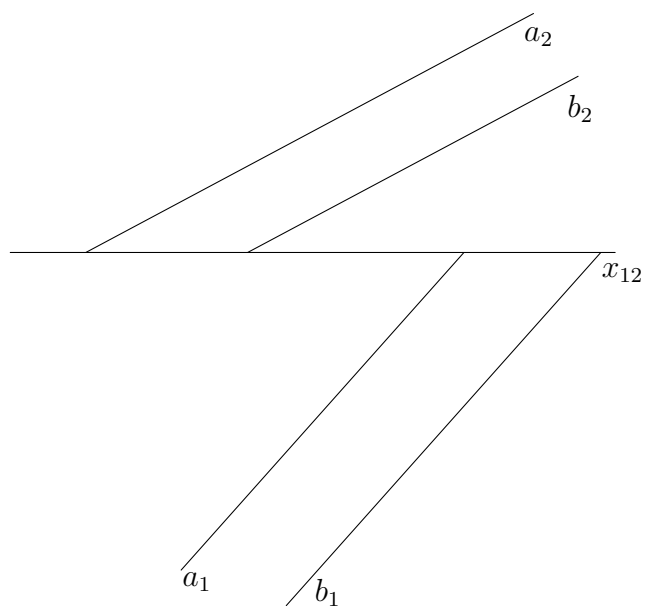


**Příklad 19.** Sestrojte sdružené obrazy pětiúhelníku  $ABCDE$ , o kterém víte, že leží v rovině  $\rho$ .

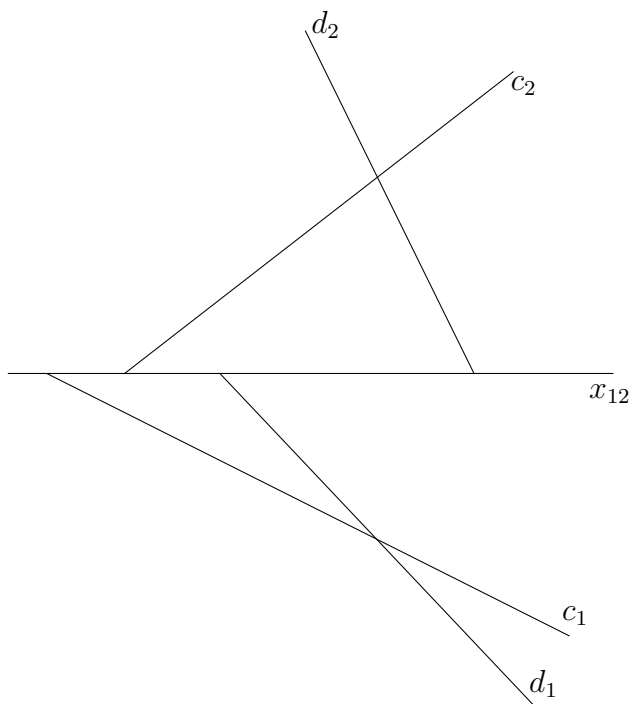


**Příklad 20.** Rozhodněte o vzájemné poloze přímek:

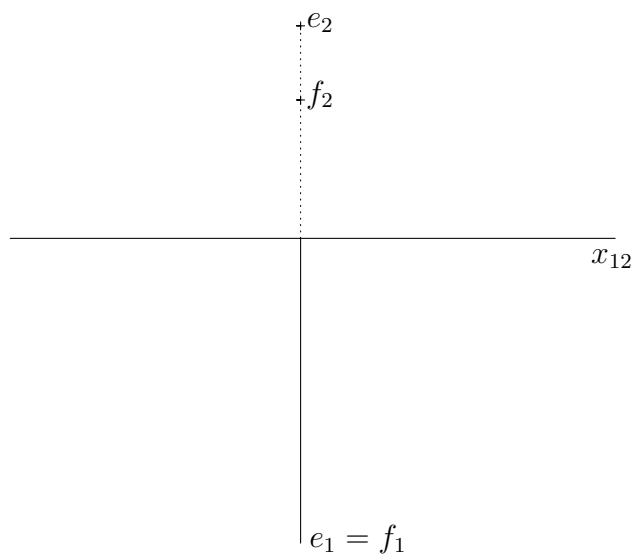
a)  $a, b$



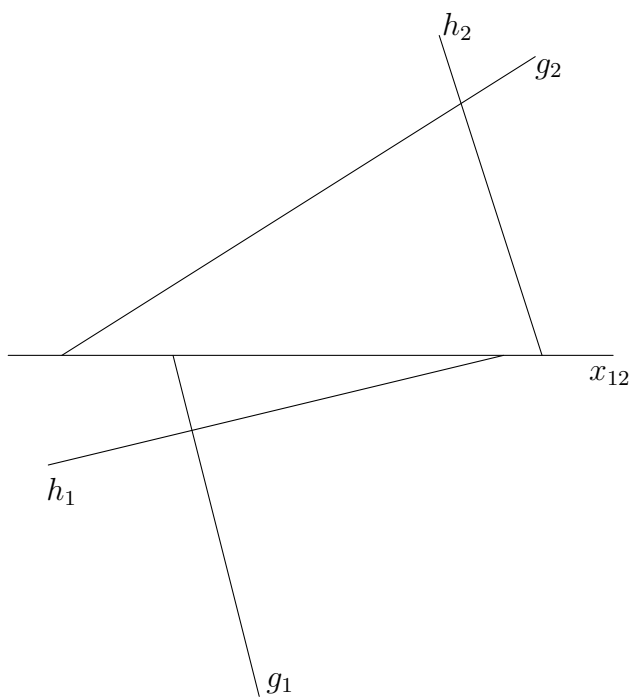
b)  $c, d$



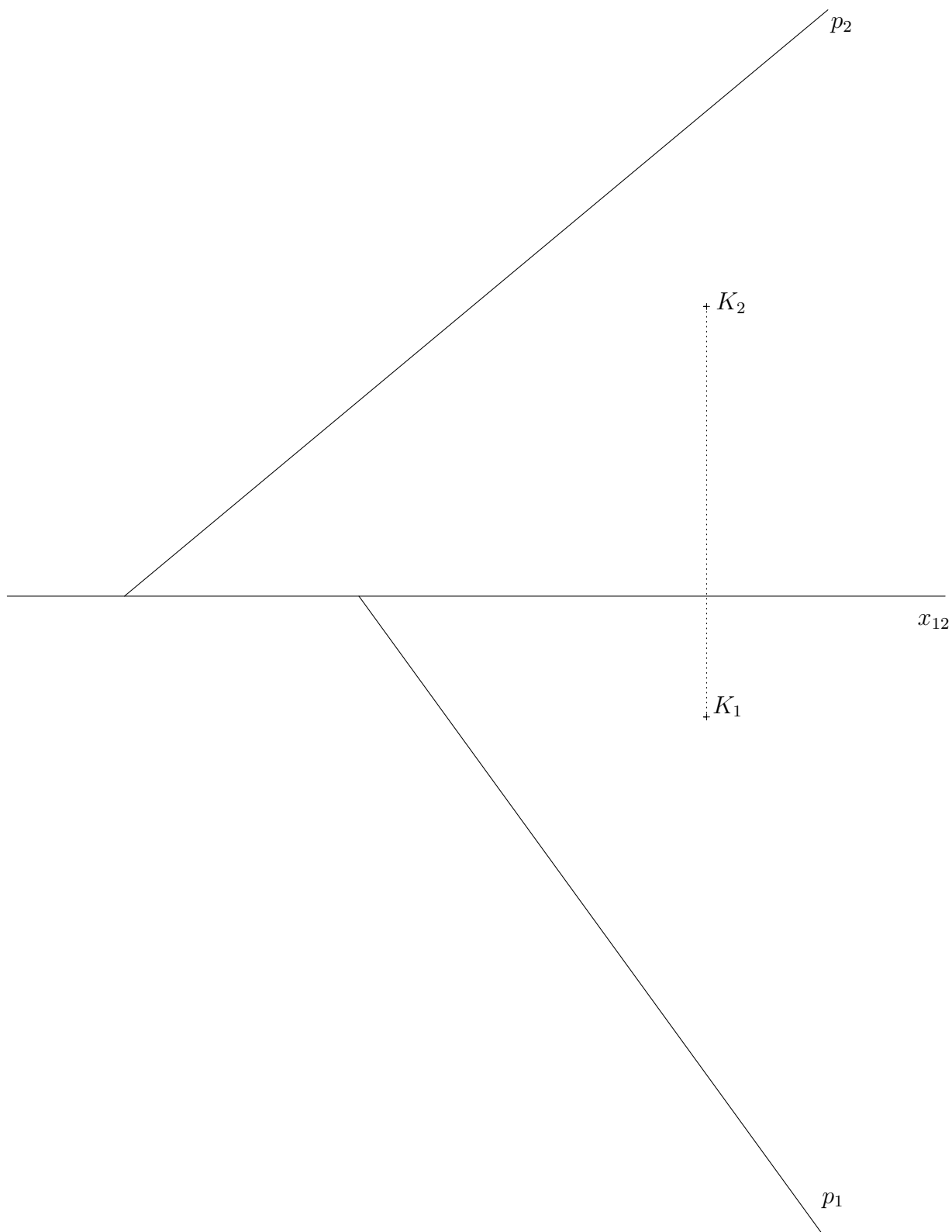
c)  $e, f$



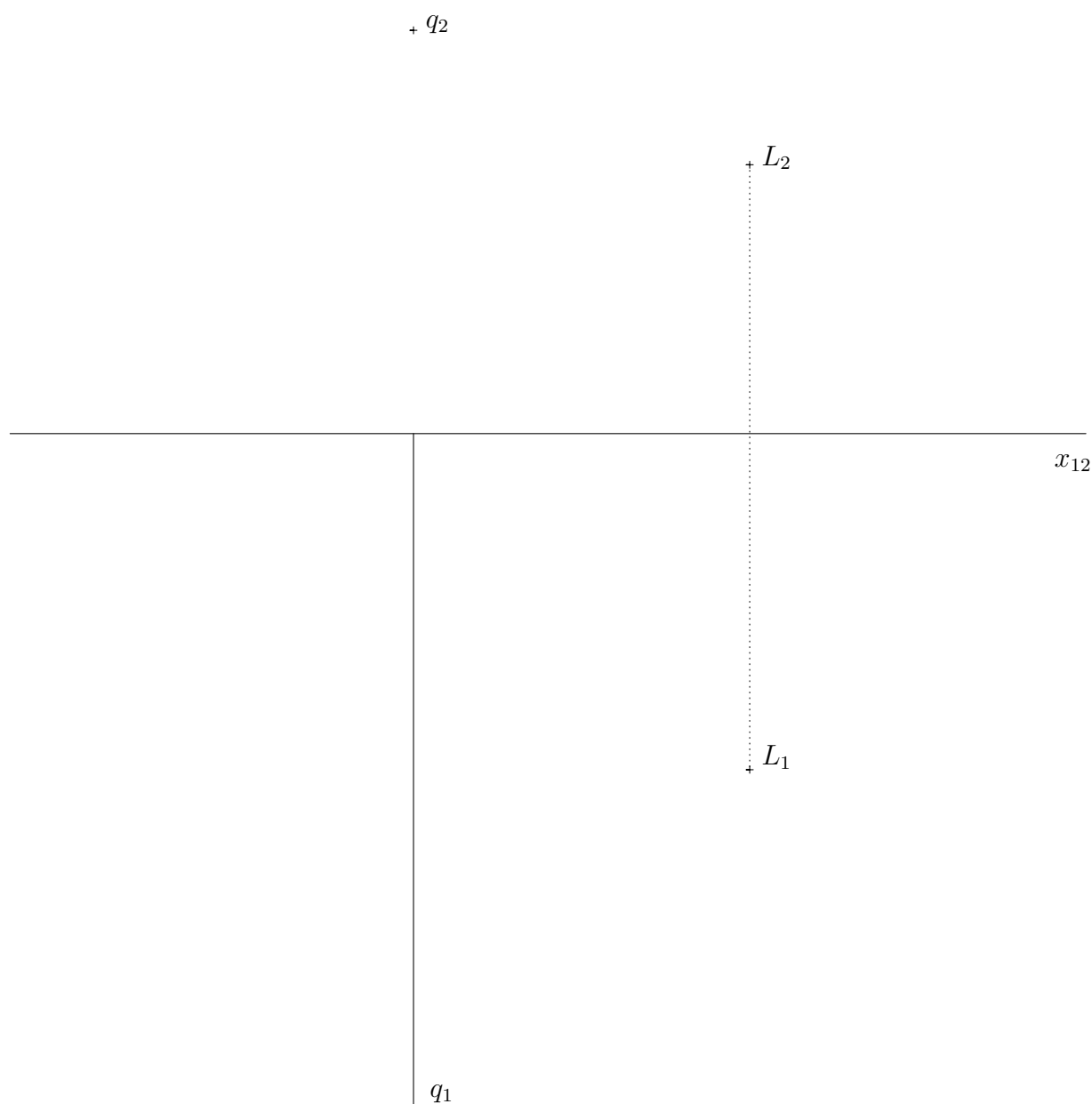
d)  $g, h$



**Příklad 21.** Necht' je dána přímka  $p$  a bod  $K$ . Bodem  $K$  veďte libovolnou přímku  $a \parallel p$ , přímku  $b \not\perp p$  a přímku  $c$ , která je s danou přímkou  $p$  mimoběžná.



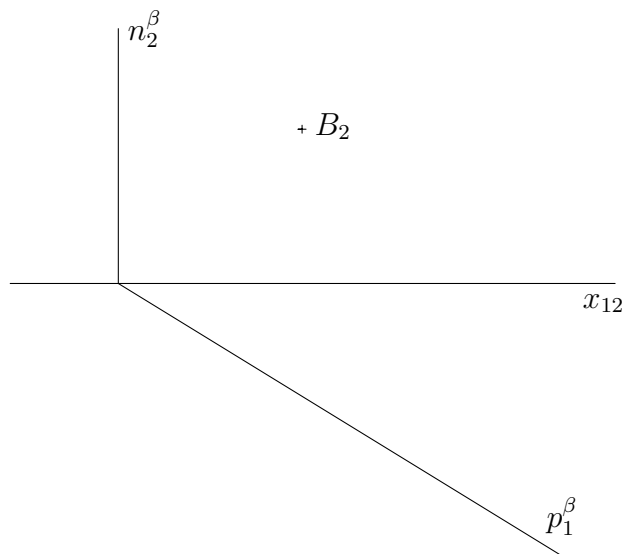
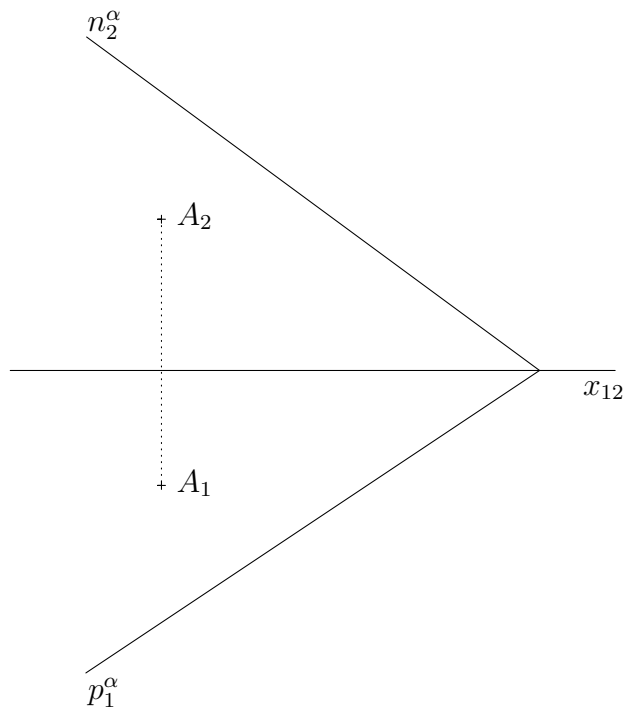
**Příklad 22.** Necht' je dána přímka  $q$  a bod  $L$ . Bodem  $L$  ved'te libovolnou přímku  $a$  totožnou s přímkou  $q$ , přímku  $b \parallel q$ , přímku  $c \not\parallel q$  a přímku  $d$ , která je s danou přímkou  $q$  mimoběžná.



**Příklad 23.** Sestrojte libovolnou přímku  $p$  tak, aby procházela daným bodem a ležela v dané rovině:

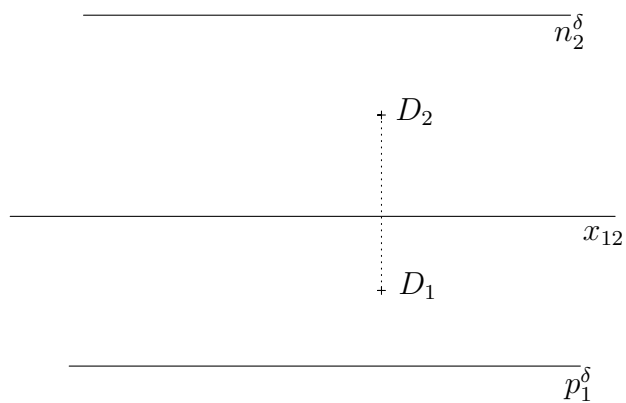
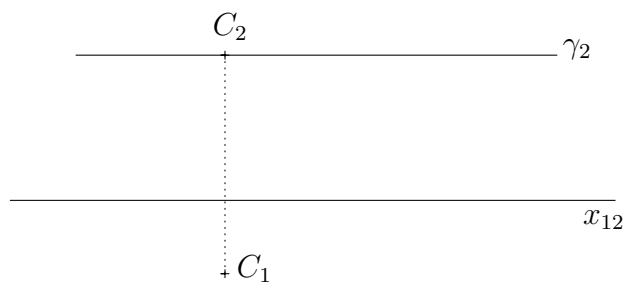
a)  $A \in p \wedge p \subset \alpha$

b)  $B \in p \wedge p \subset \beta$



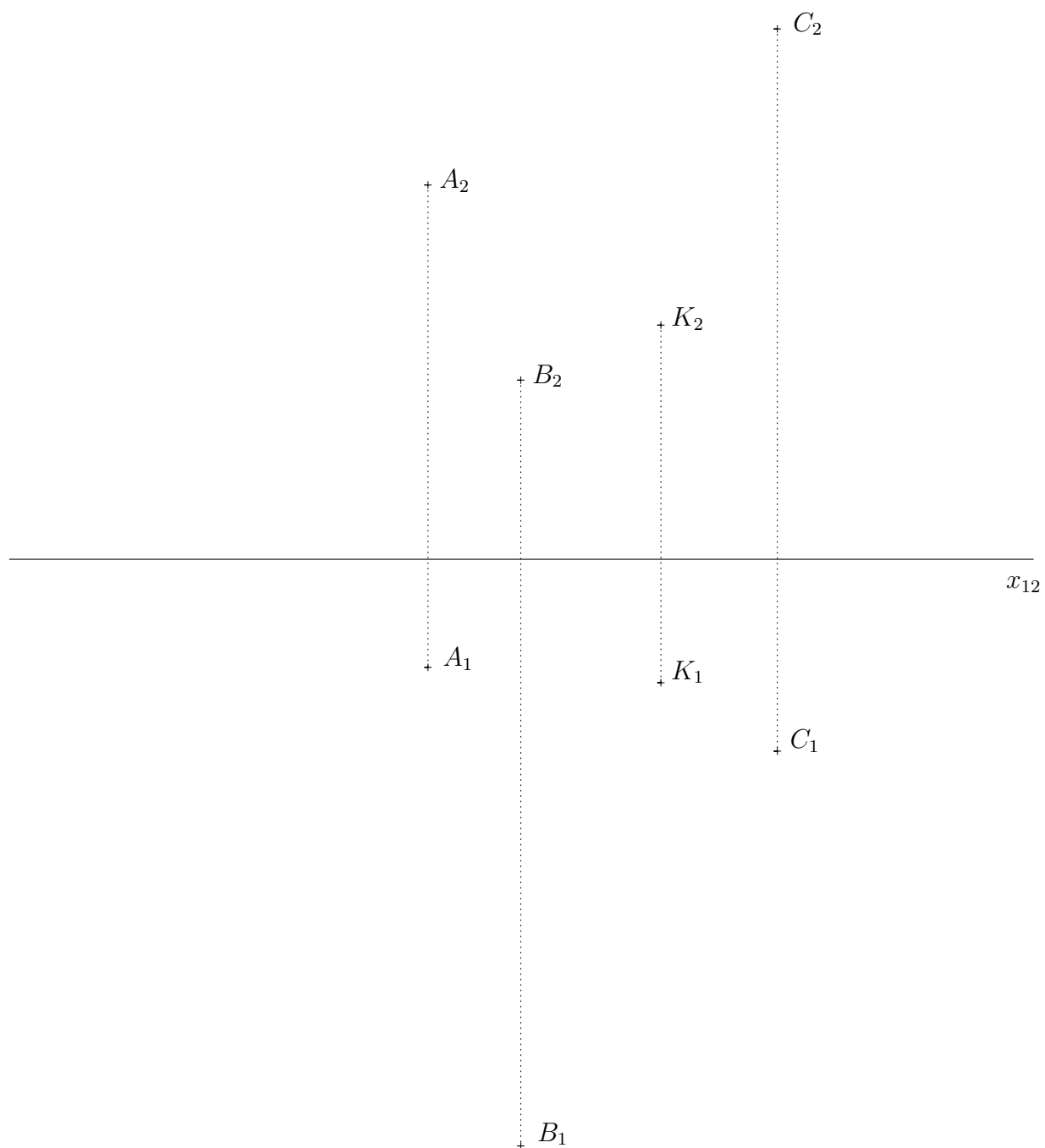
c)  $C \in p \wedge p \subset \gamma$

d)  $D \in p \wedge p \subset \delta$

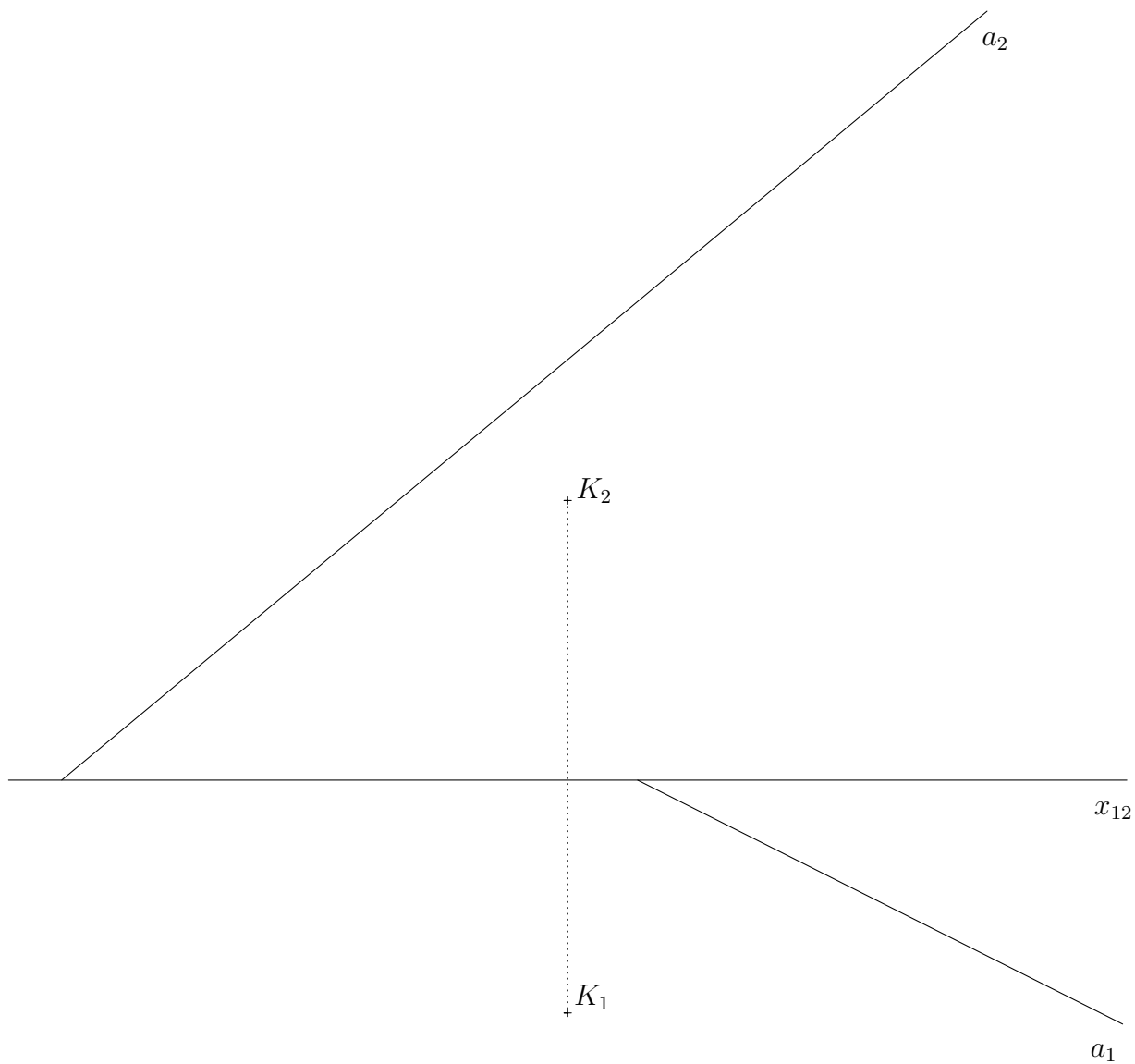




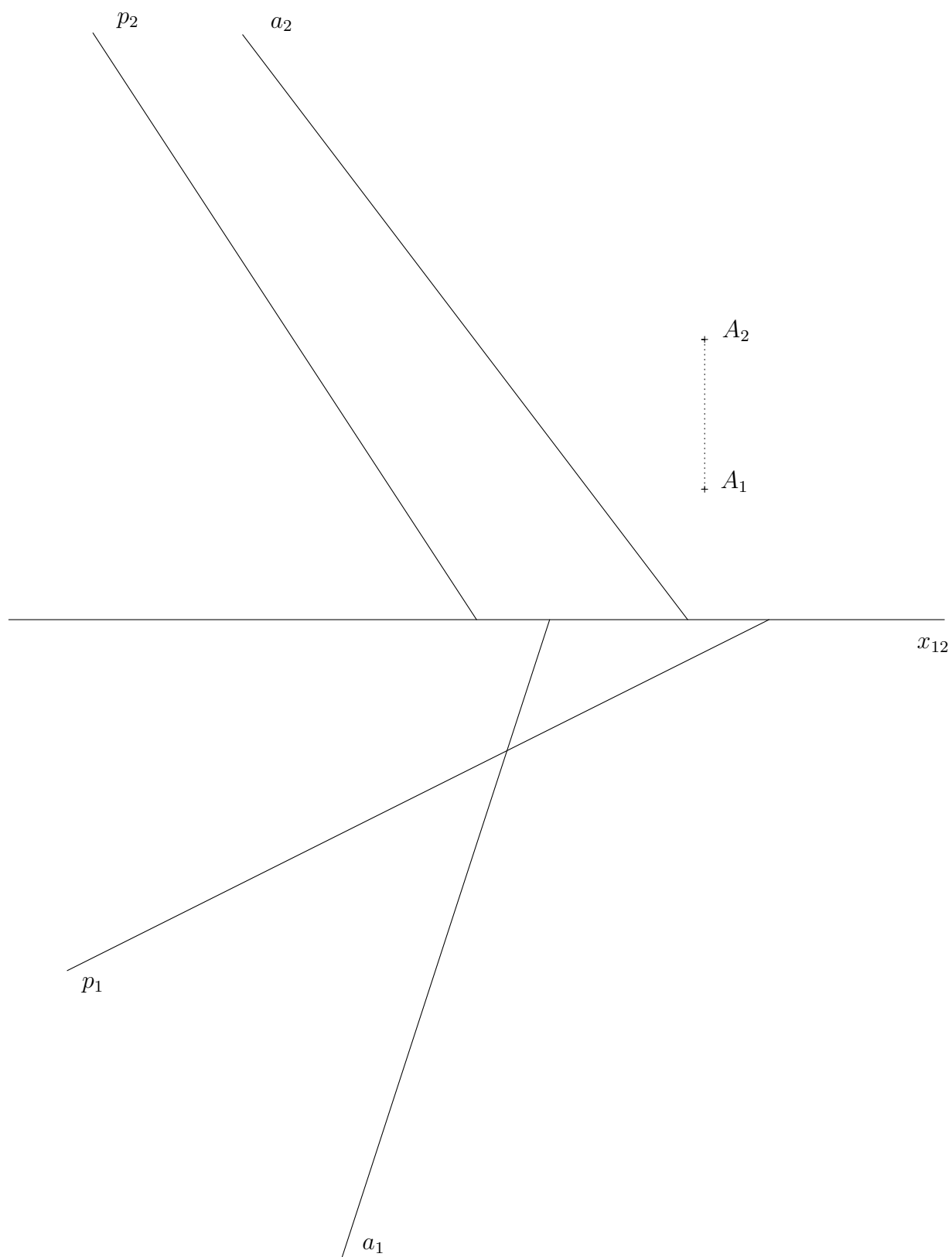
**Příklad 24.** Sestrojte libovolnou přímku  $p$  jdoucí bodem  $K$ , která je rovnoběžná s rovinou  $\varrho = (ABC)$ .



**Příklad 25.** Sestrojte libovolnou rovinu  $\rho$  jdoucí bodem  $K$ , která je rovnoběžná s danou přímkou  $a$ . Kolik existuje takových rovin?

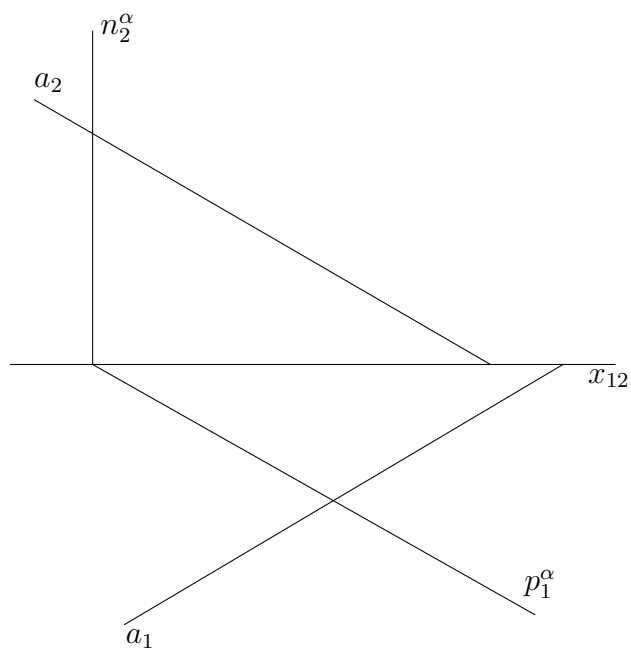


**Příklad 26.** Určete průsečík roviny  $\varrho = (a, A)$  s přímkou  $p$ .

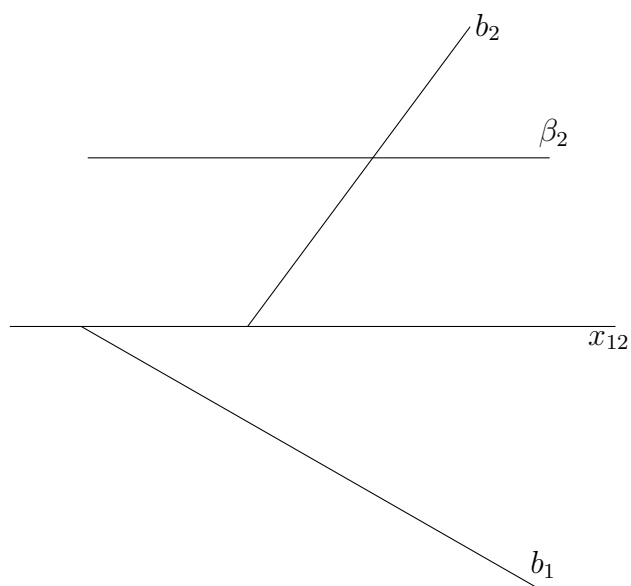


**Příklad 27.** Určete průsečíky daných přímek a rovin:

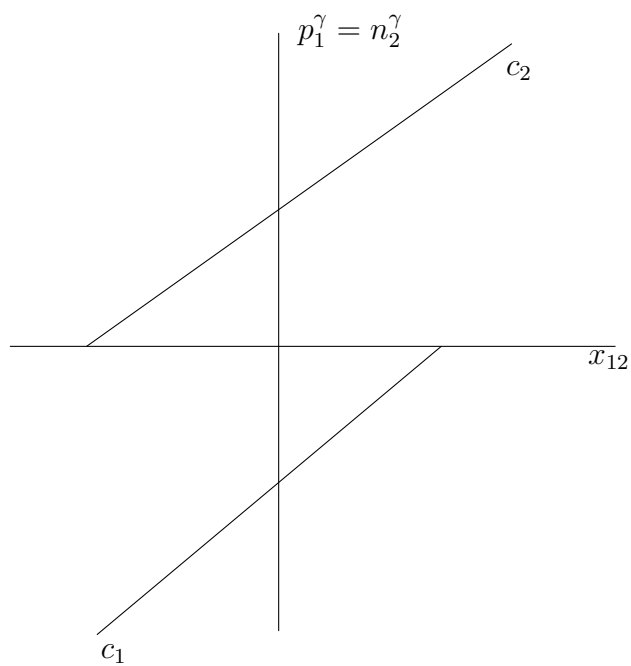
a)



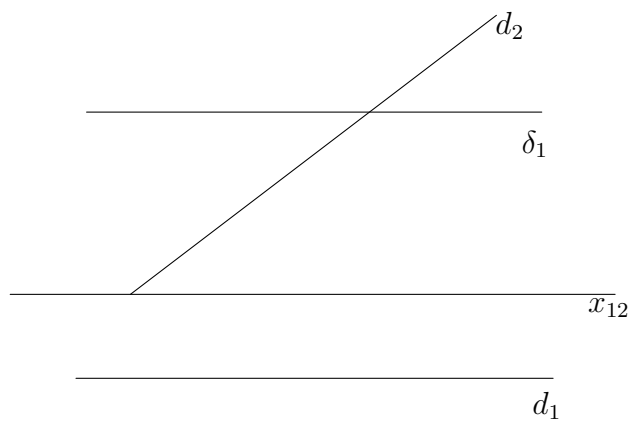
b)



c)

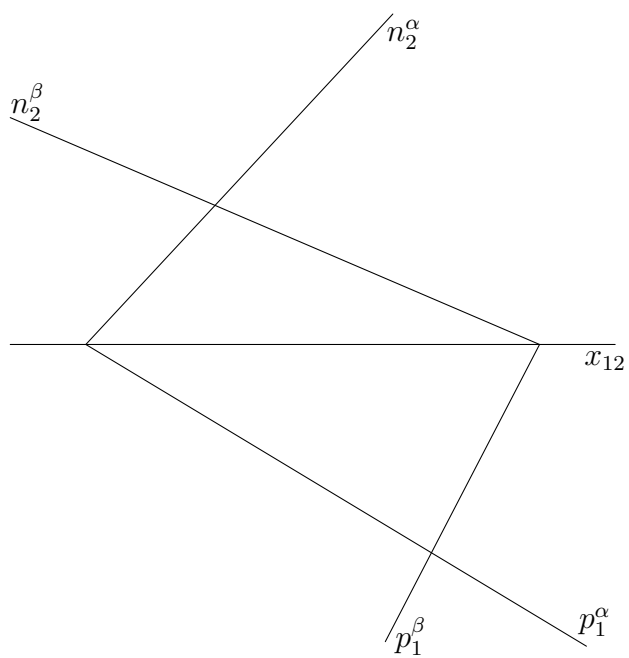


d)

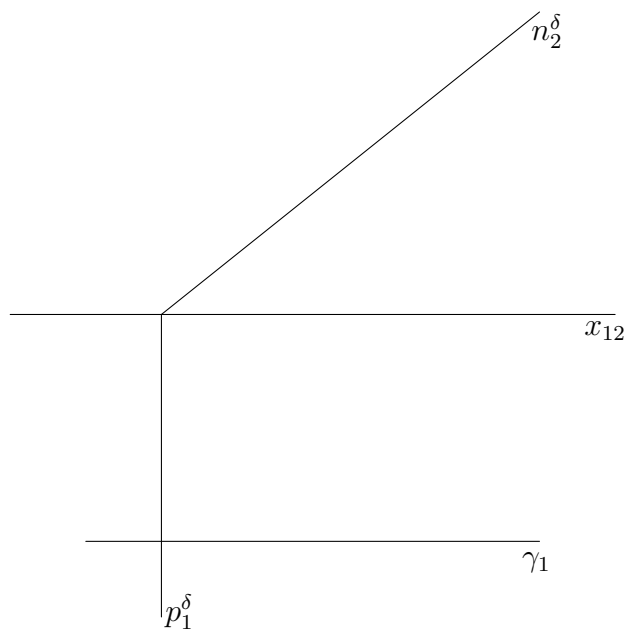


**Příklad 28.** Sestrojte průsečnici daných rovin:

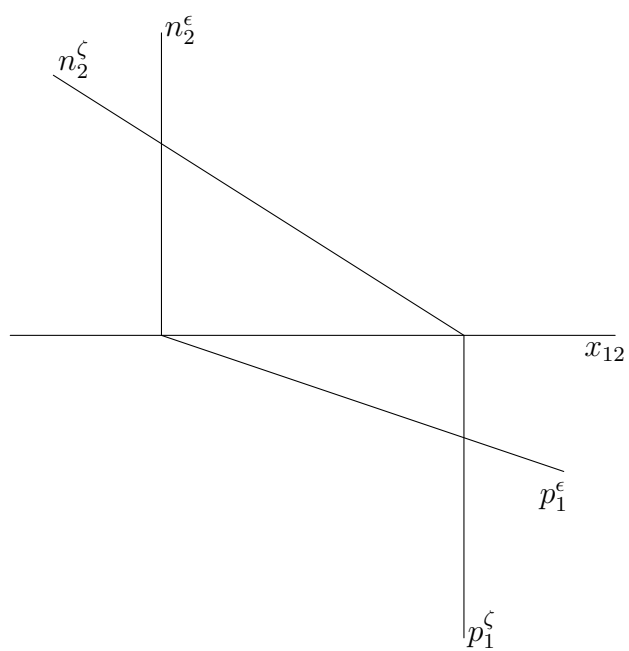
a)  $\alpha, \beta$



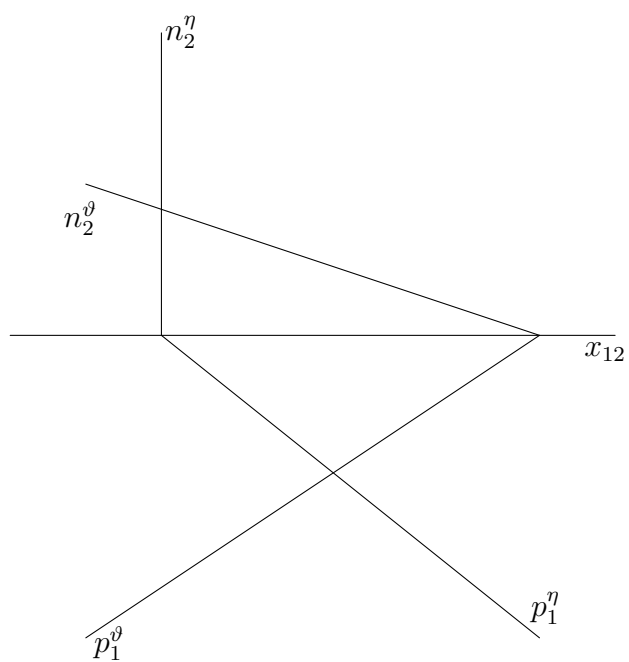
b)  $\gamma, \delta$



c)  $\epsilon, \zeta$

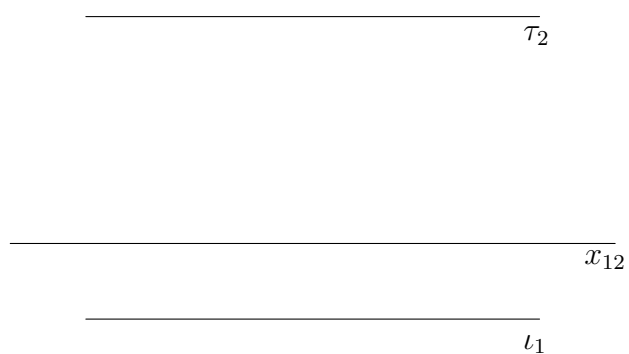


d)  $\eta, \vartheta$

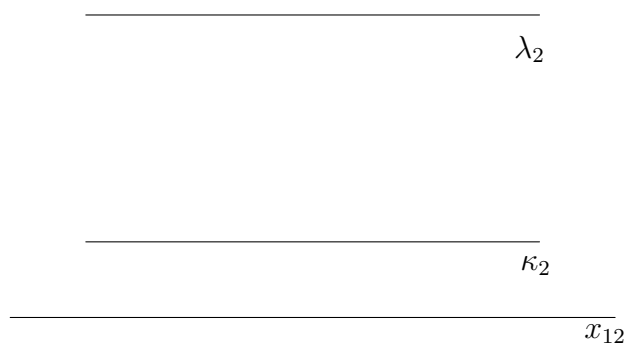


**Příklad 29.** Sestrojte průsečnici daných rovin:

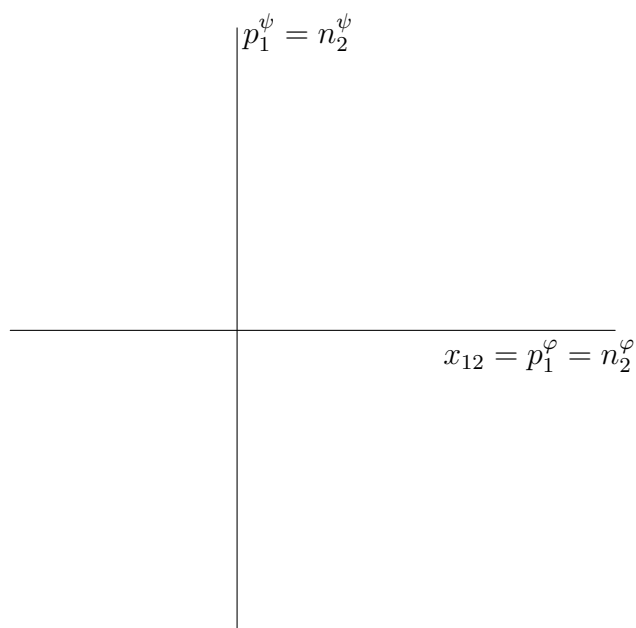
a)  $\tau, \iota$



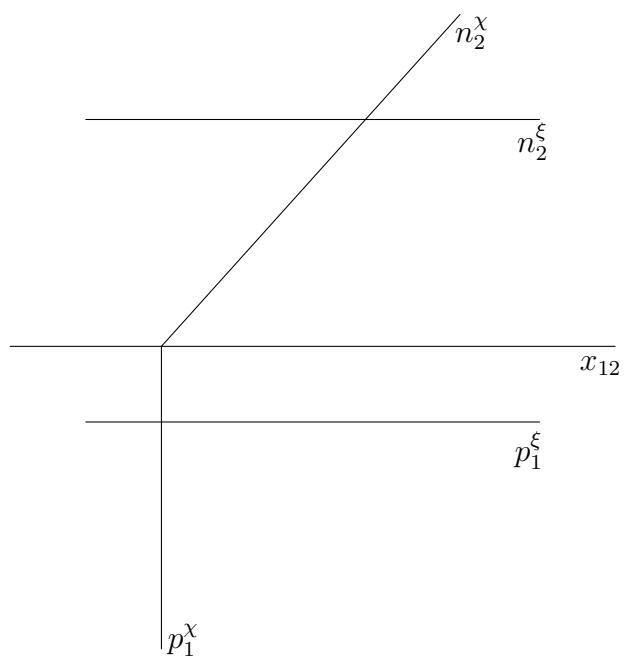
b)  $\kappa, \lambda$



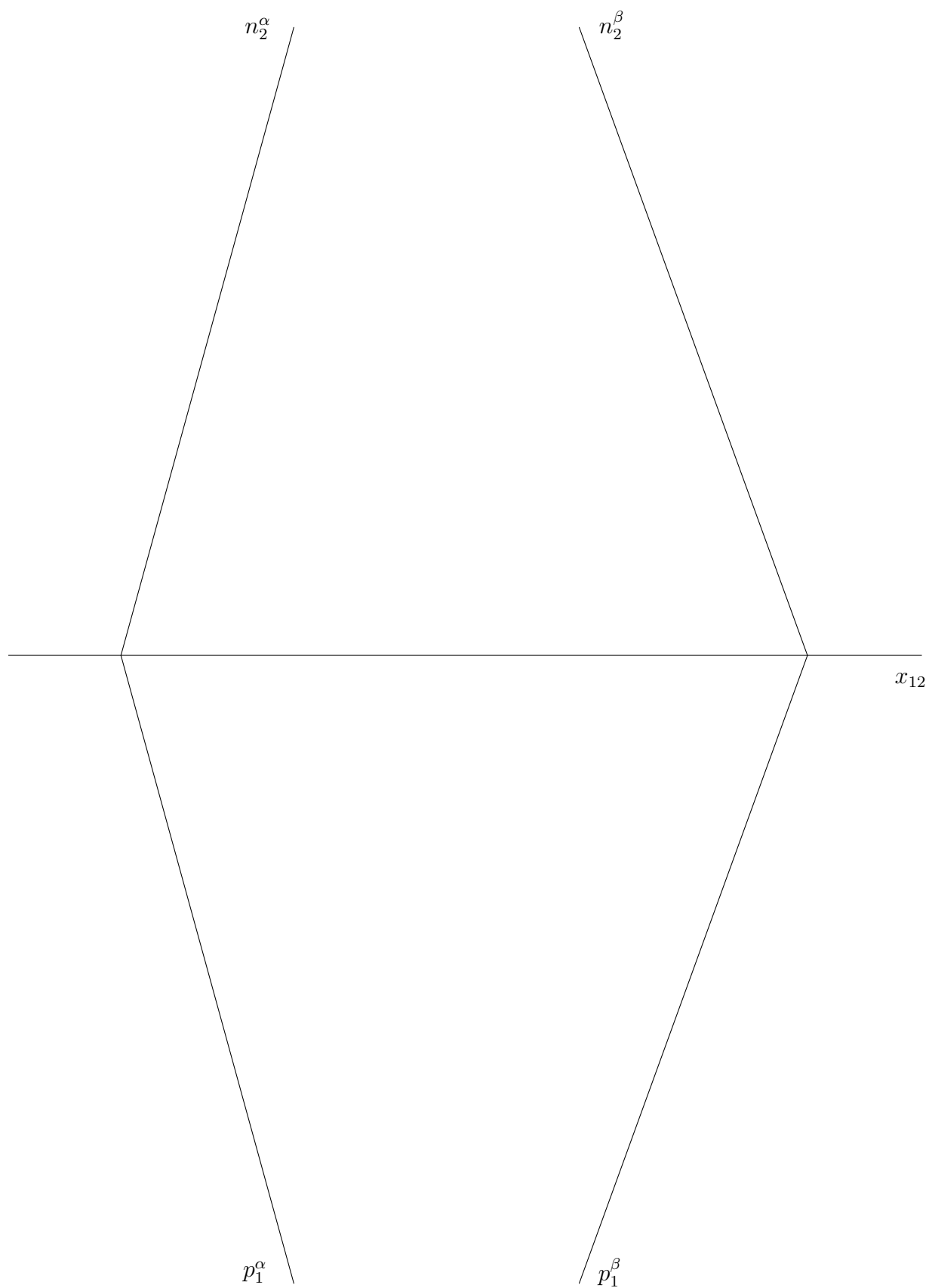
c)  $\varphi, \psi$



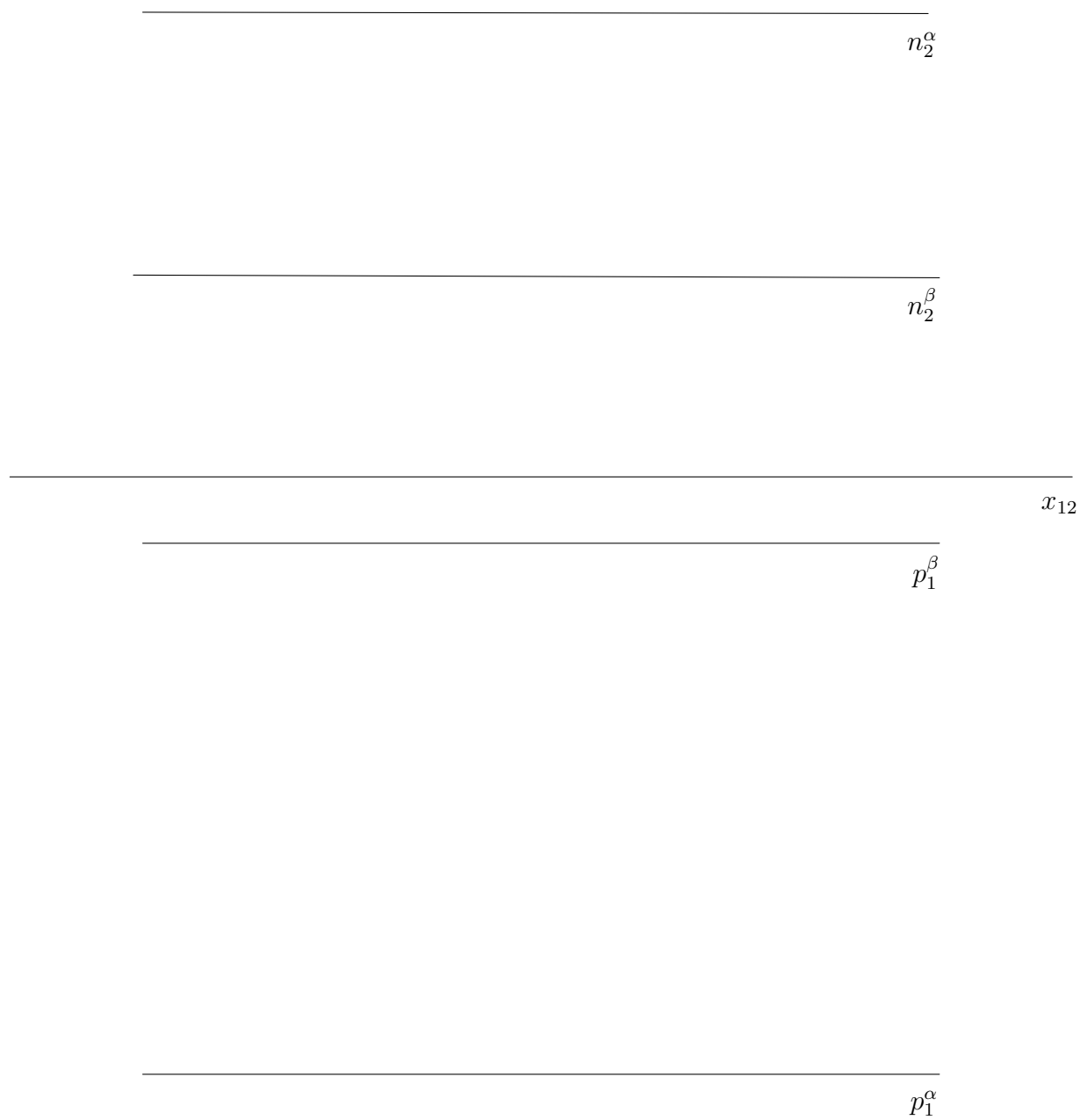
d)  $\xi, \chi$



**Příklad 30.** Sestrojte průsečnici rovin  $\alpha$  a  $\beta$  (v případě, že průsečíky stop jsou nedostupné).

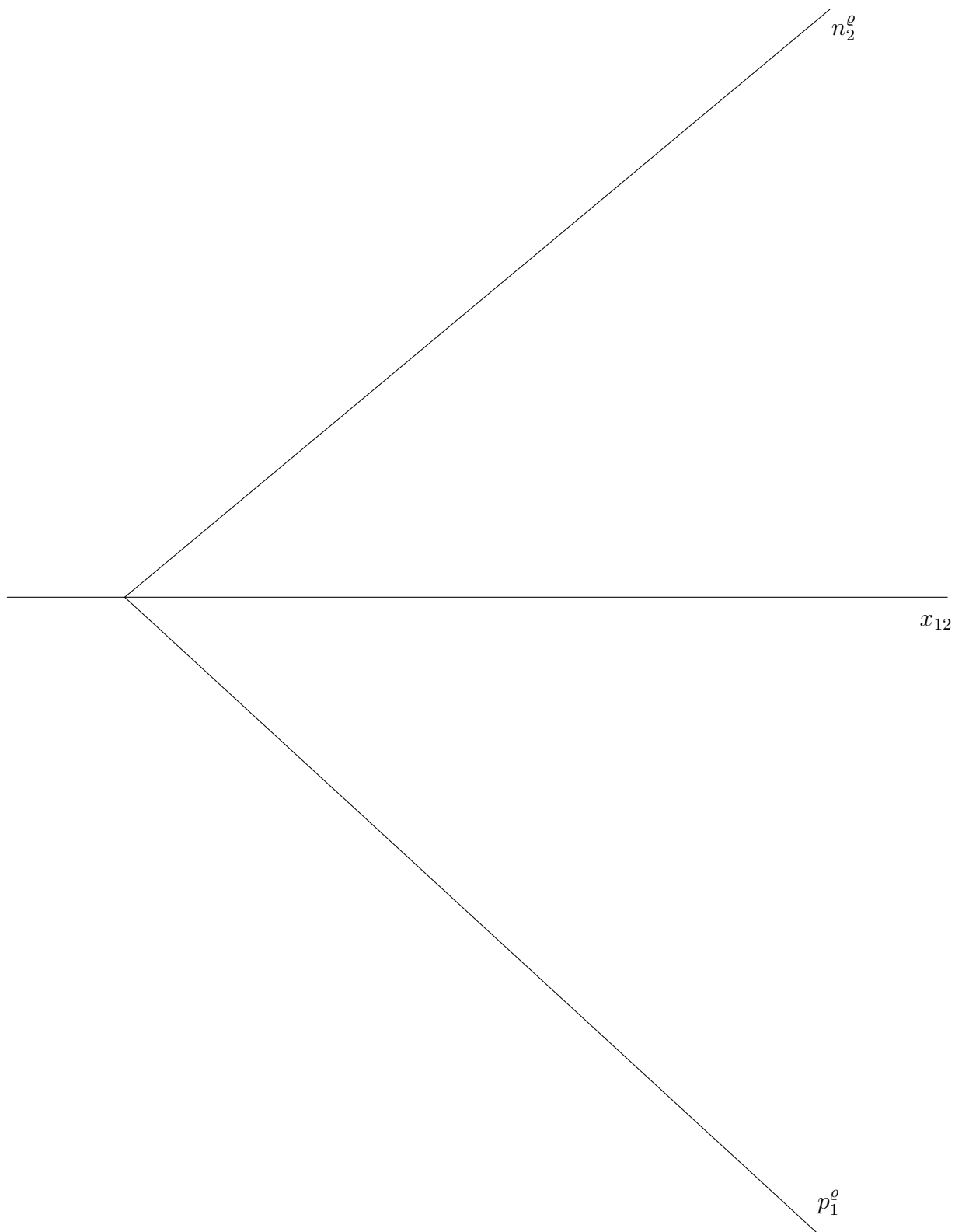


**Příklad 31.** Sestrojte průsečnici rovin  $\alpha$  a  $\beta$ .

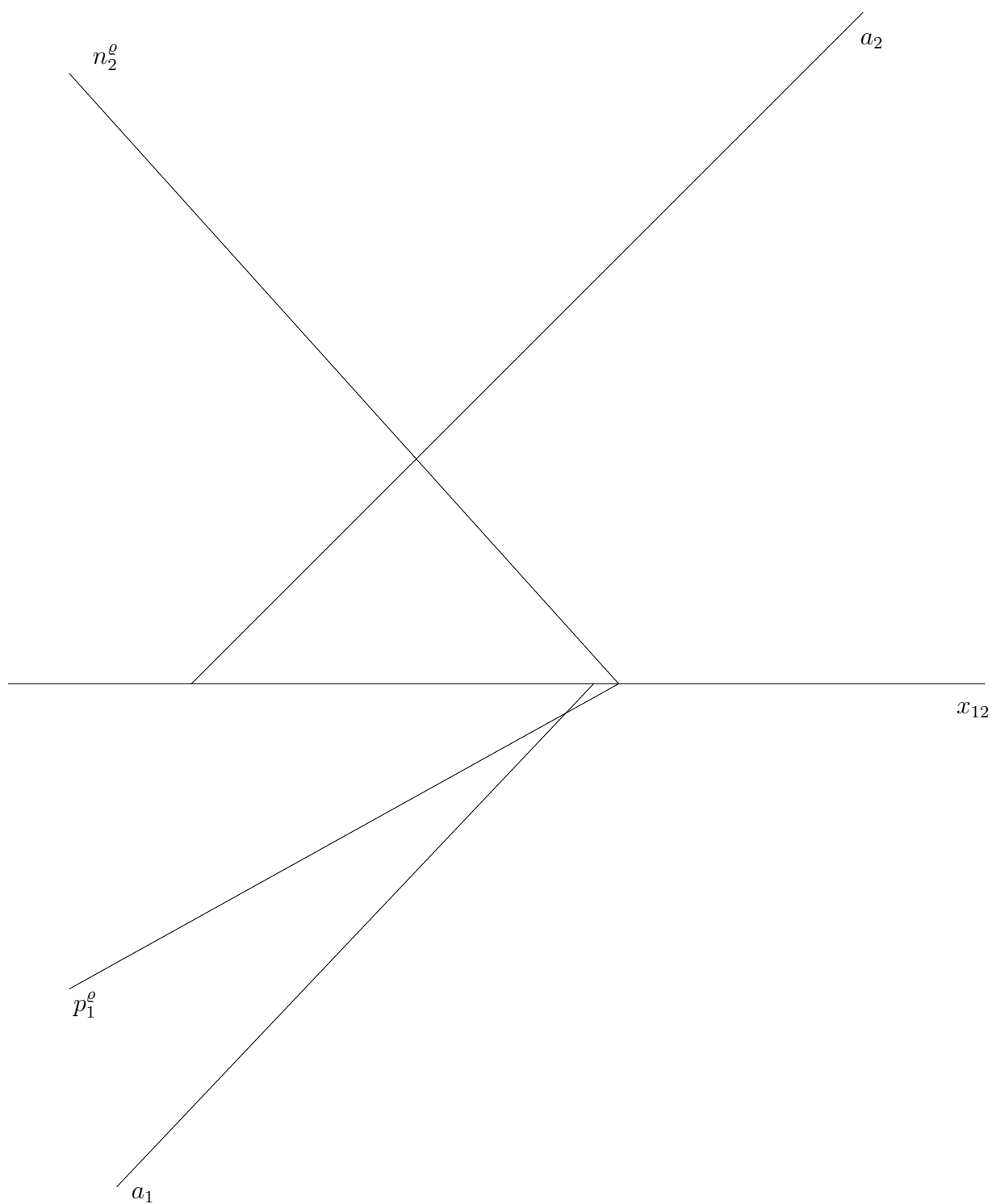




**Příklad 32.** Sestrojte průsečnici roviny  $\varrho$  s rovinou totožnosti  $\tau$  a rovinou symetrie  $\sigma$ .



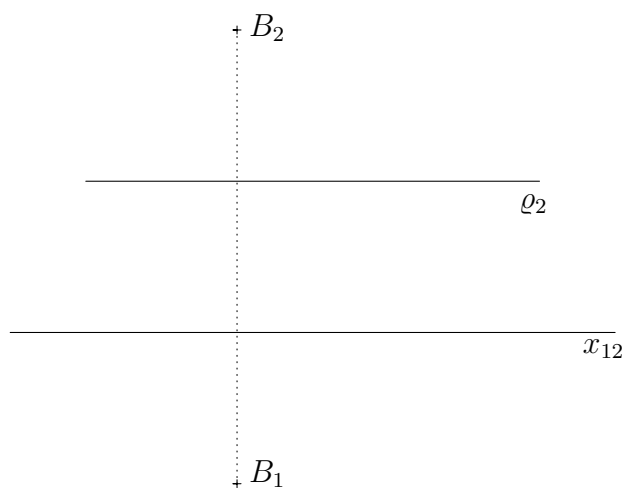
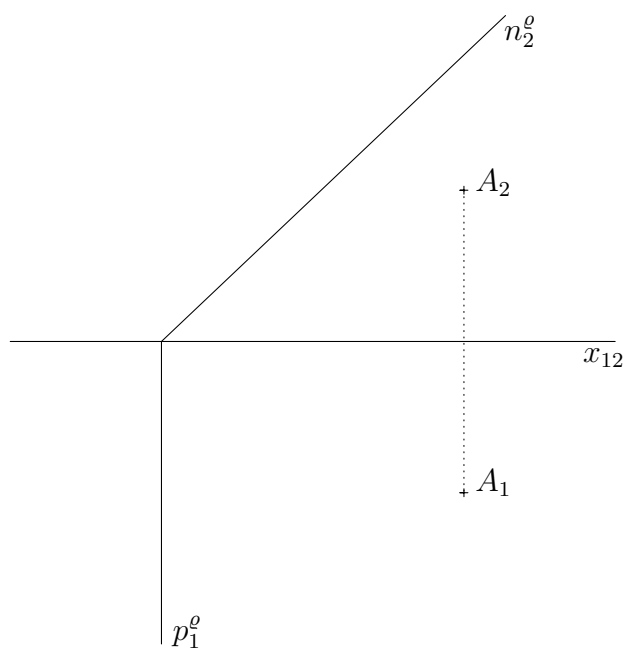
**Příklad 33.** Sestrojte rovinu  $\alpha$  obsahující přímku  $a$ , která je rovnoběžná s danou rovinou  $\varrho$ .



**Příklad 34.** Necht' je dána rovina  $\varrho$ . Sestrojte roviny  $\alpha, \dots, \delta$  takové, že:

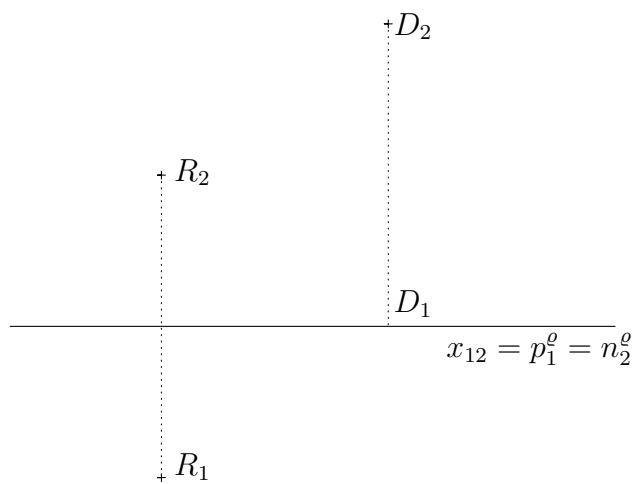
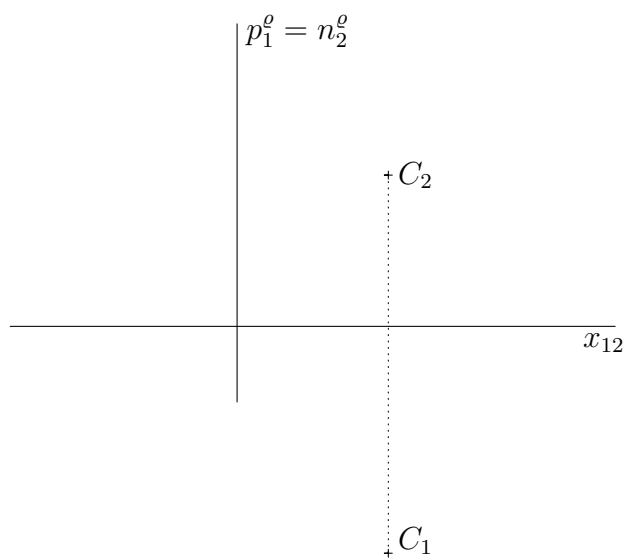
a)  $A \in \alpha \parallel \varrho$ .

b)  $B \in \beta \parallel \varrho$ .

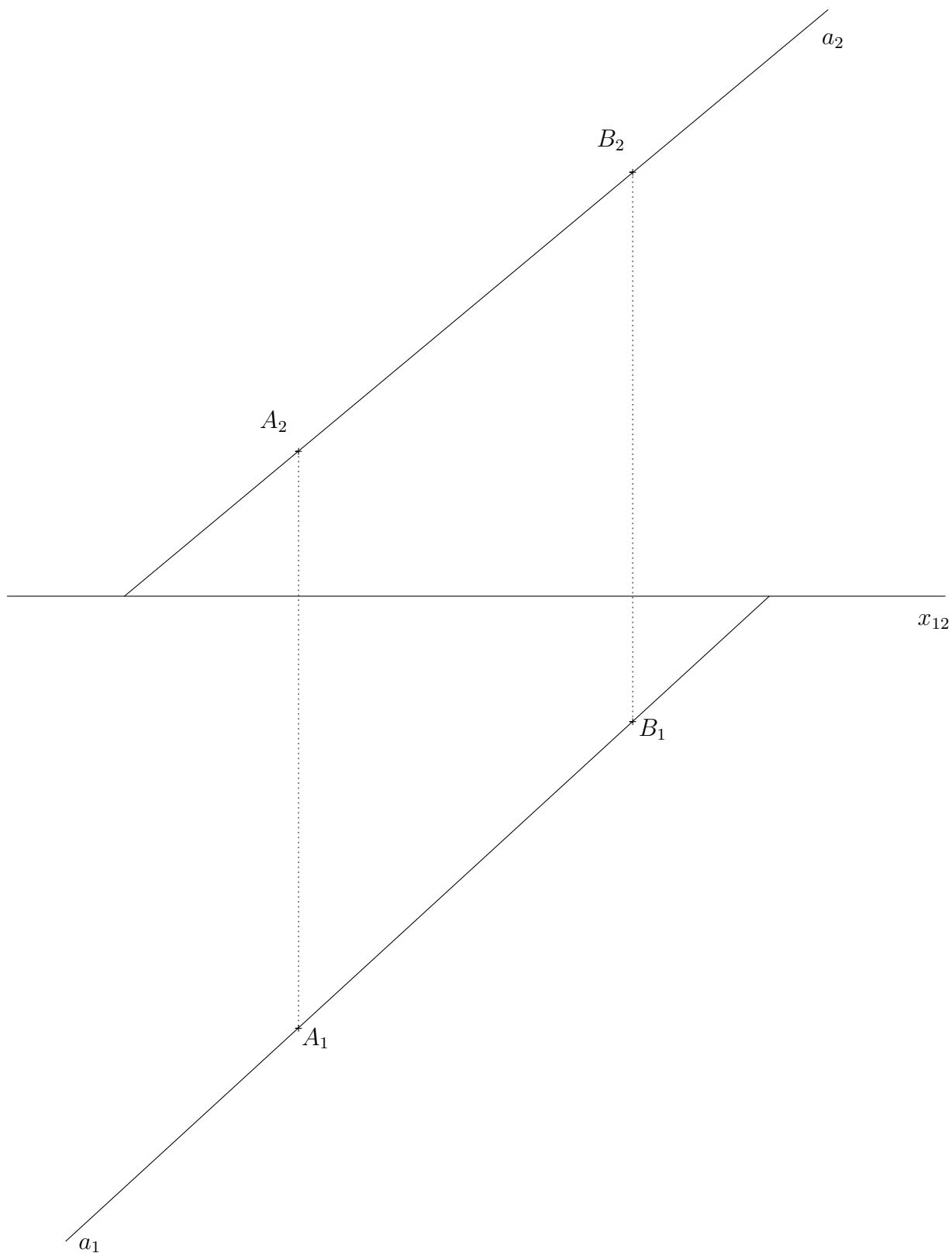


c)  $C \in \gamma \parallel \varrho$ .

d)  $D \in \delta \parallel \varrho$  ( $R \in \varrho \wedge y_R = z_R$ ).



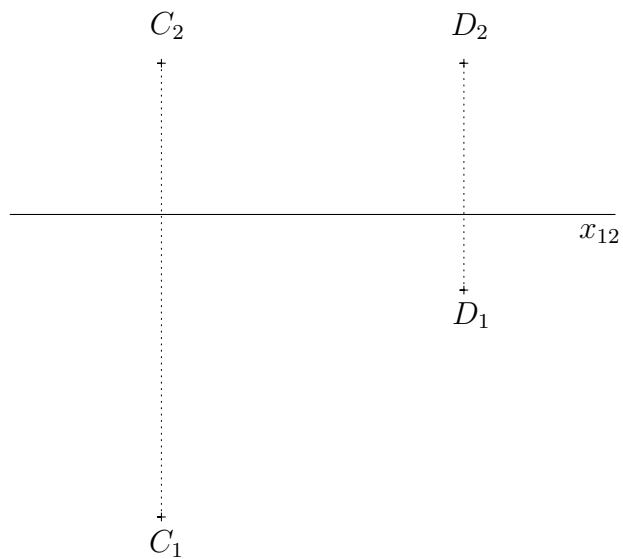
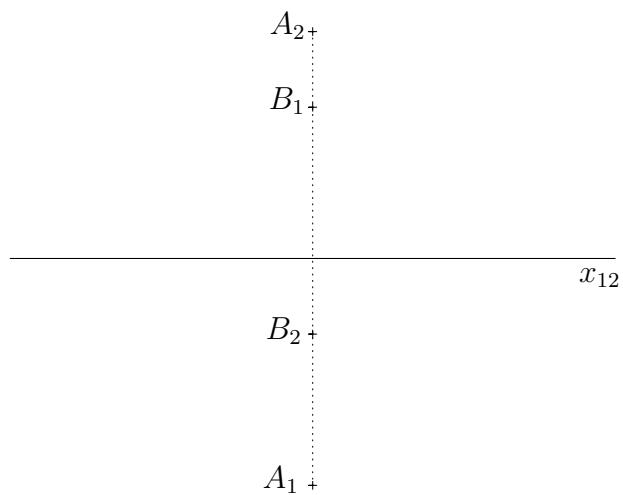
**Příklad 35.** Určete skutečnou velikost úsečky  $AB$ , stopníky přímky  $a = \leftrightarrow AB$  a odchyly této přímky od průměten.



**Příklad 36.** Určete skutečné velikosti úseček a jejich odchylky od průměten:

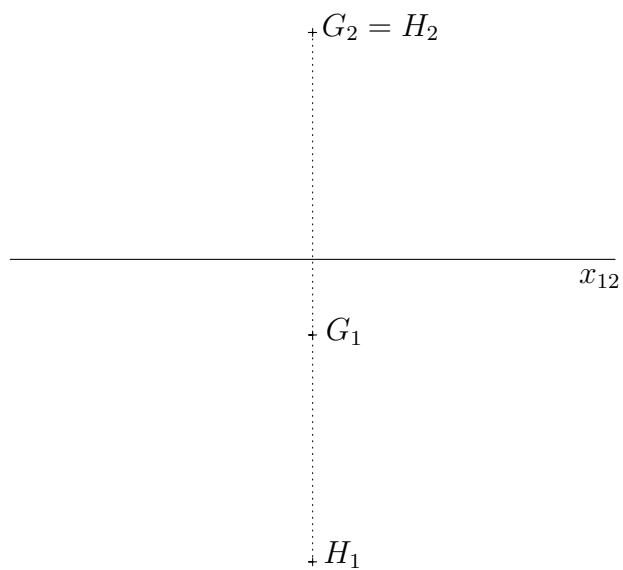
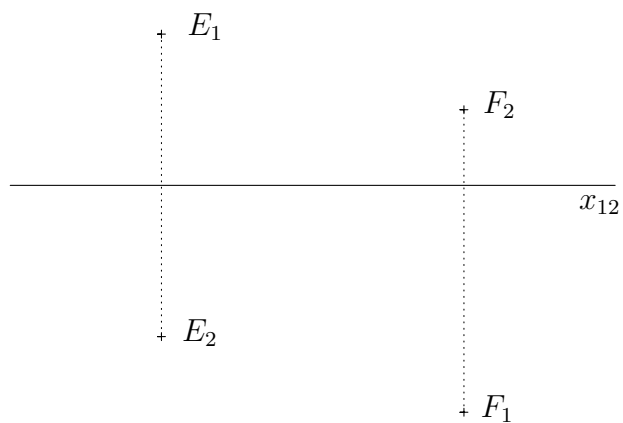
a)  $AB$

b)  $CD$

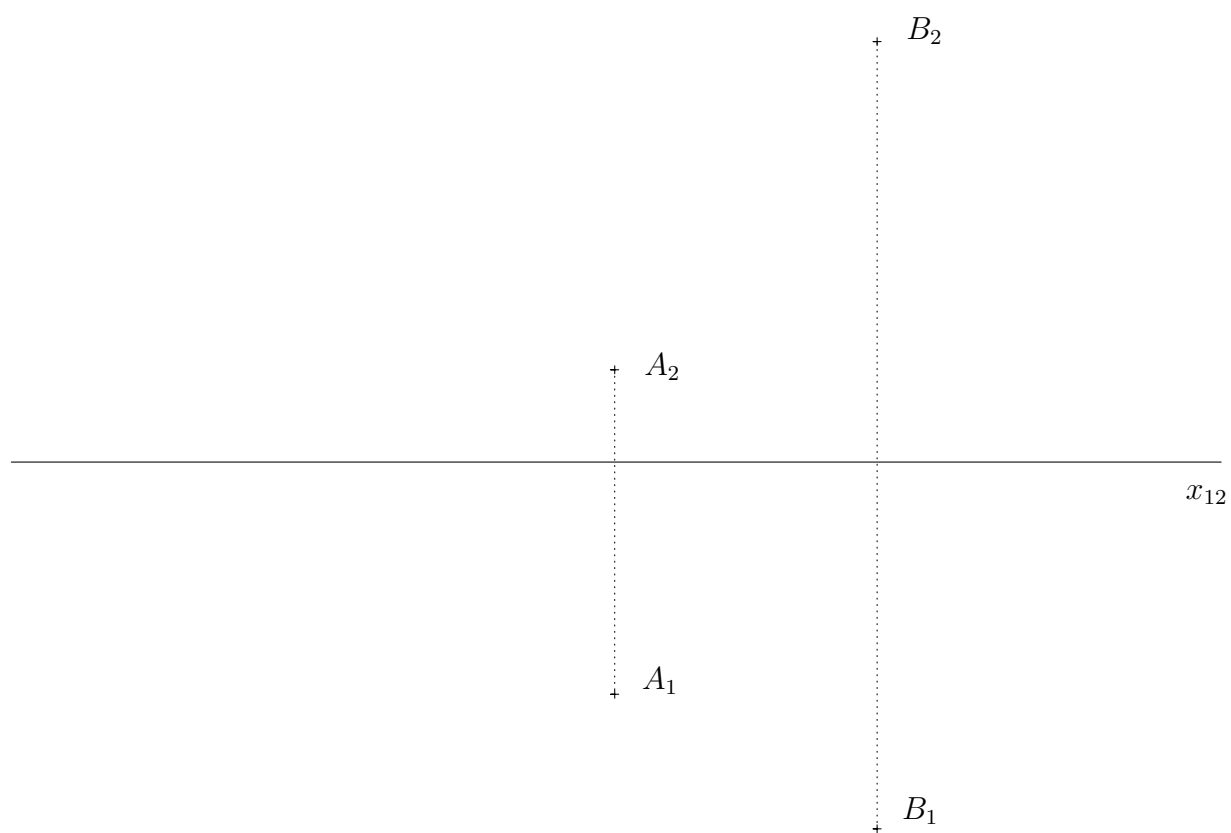


c)  $EF$

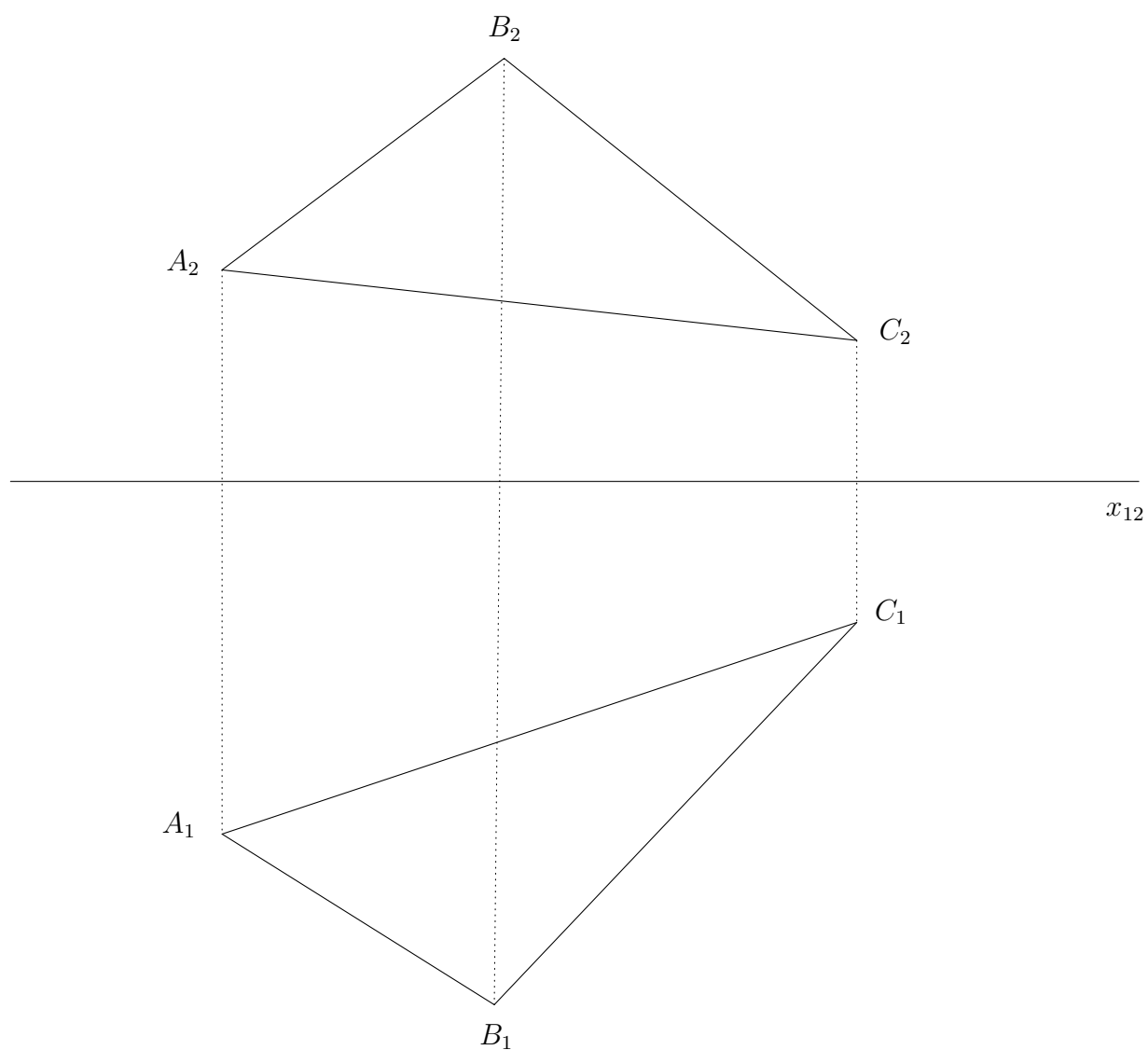
d)  $GH$



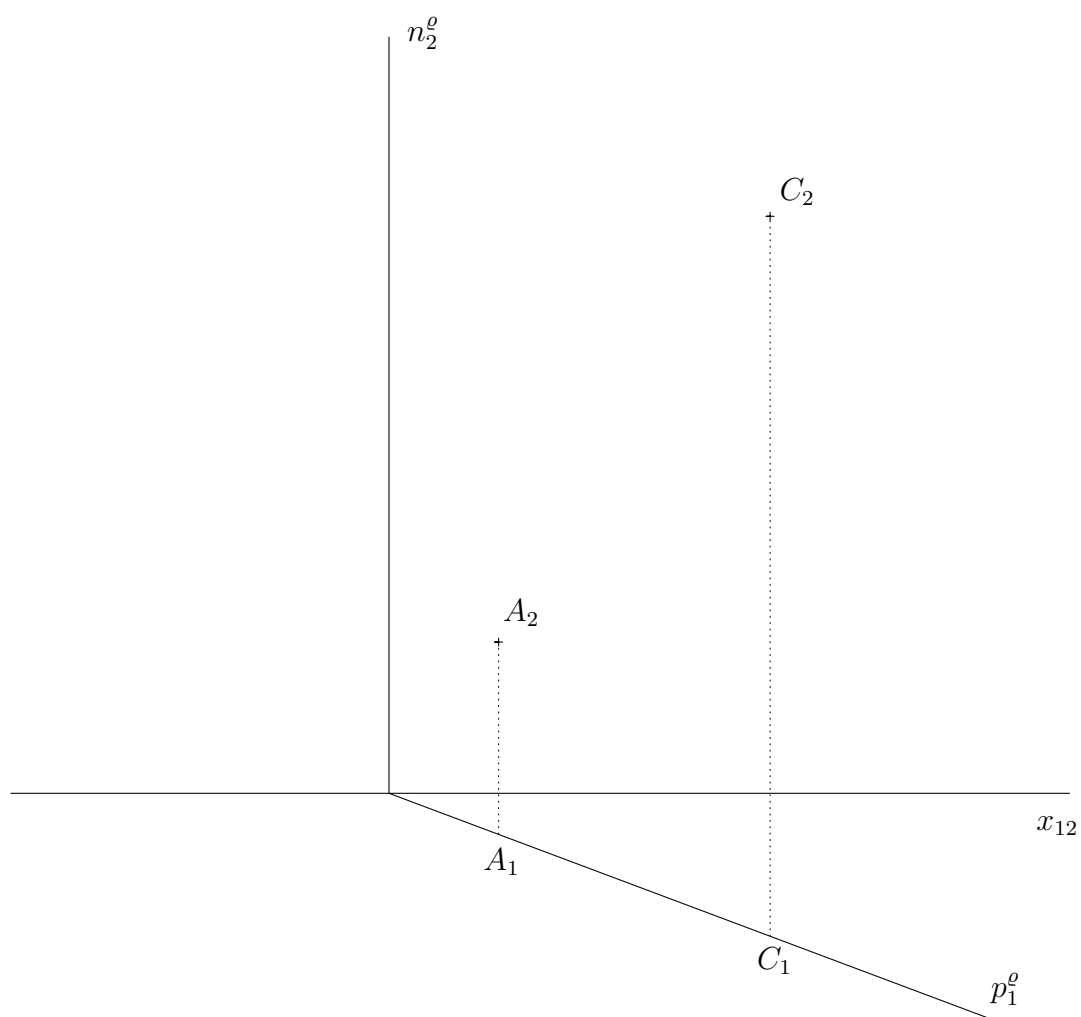
**Příklad 37.** Na přímce  $p = \leftrightarrow AB$  určete bod  $C$  tak, aby  $|AC| = 4 \text{ cm}$ .



**Příklad 38.** Sklápěním určete velikosti stran trojúhelníka  $ABC$ .

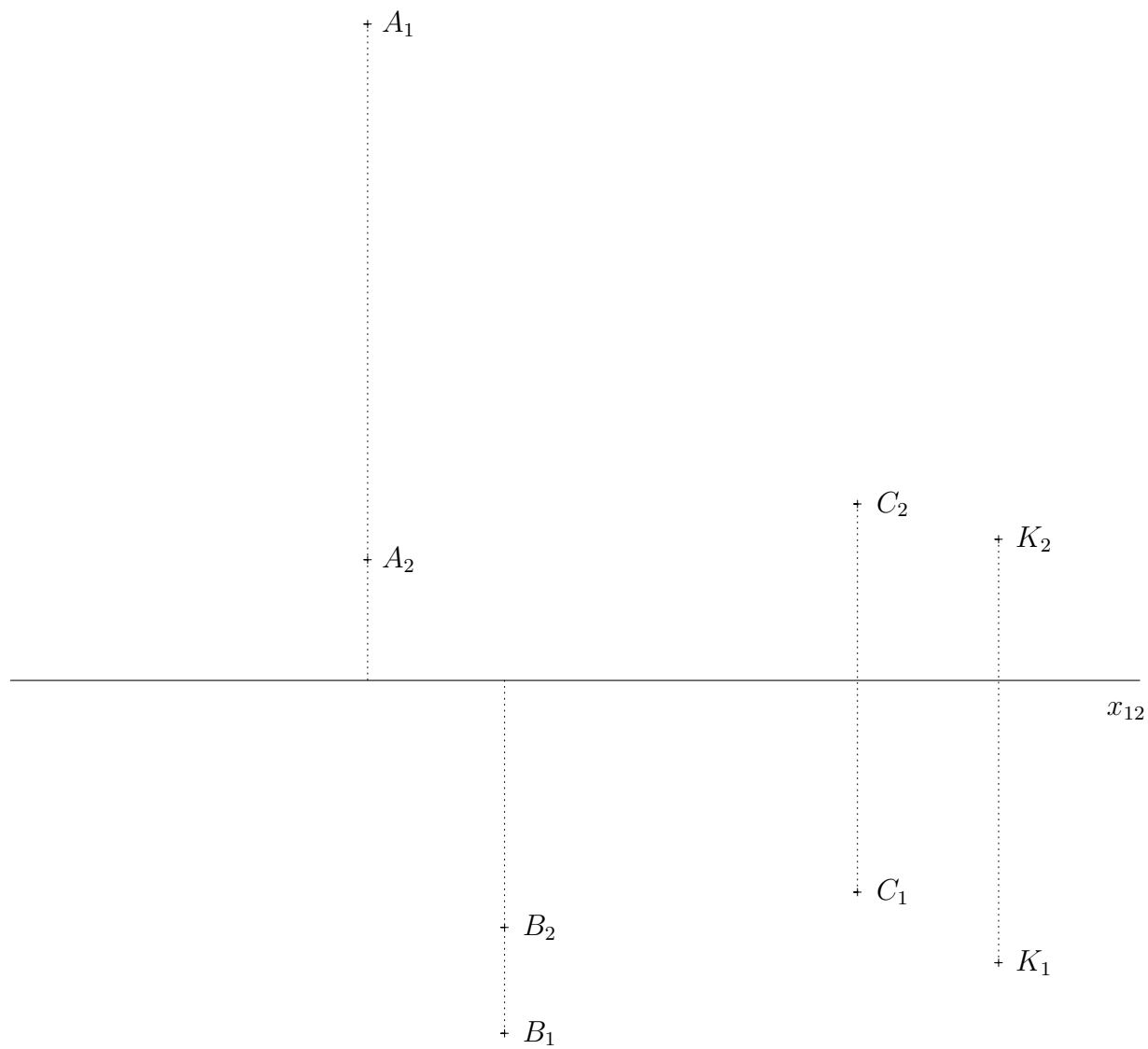


**Příklad 39.** Zobrazte čtverec  $ABCD$ , který leží v rovině  $\varrho$ .



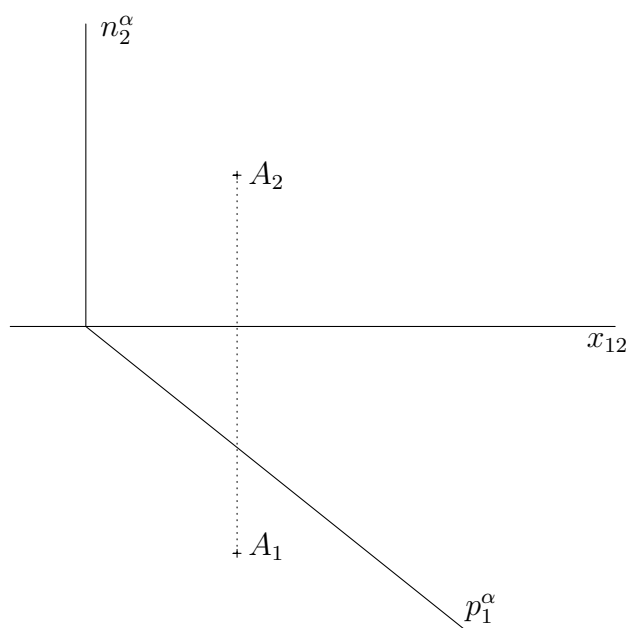


**Příklad 40.** Necht' je dána rovina  $\varrho = (ABC)$  a bod  $K$ . Bodem  $K$  ved'te kolmici k rovině  $\varrho$ .

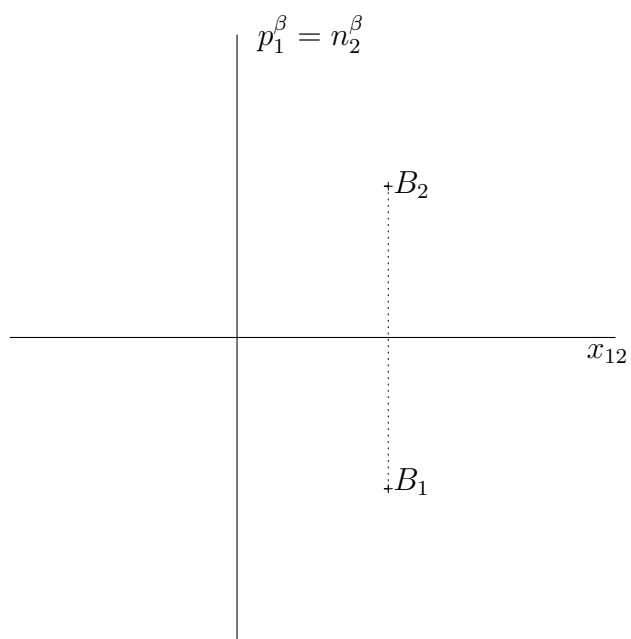


**Příklad 41.** Sestrojte kolmici daným bodem k dané rovině:

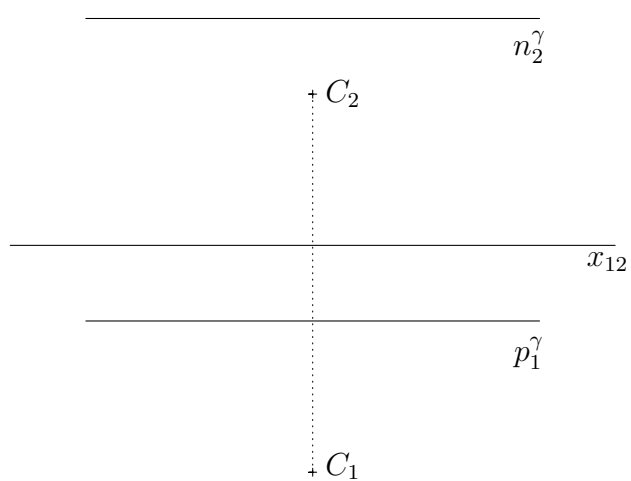
a)



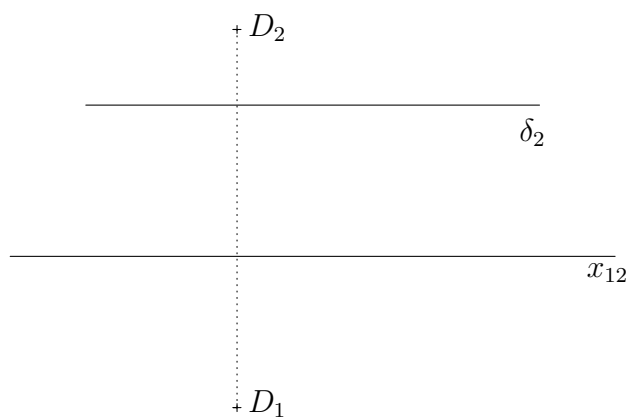
b)



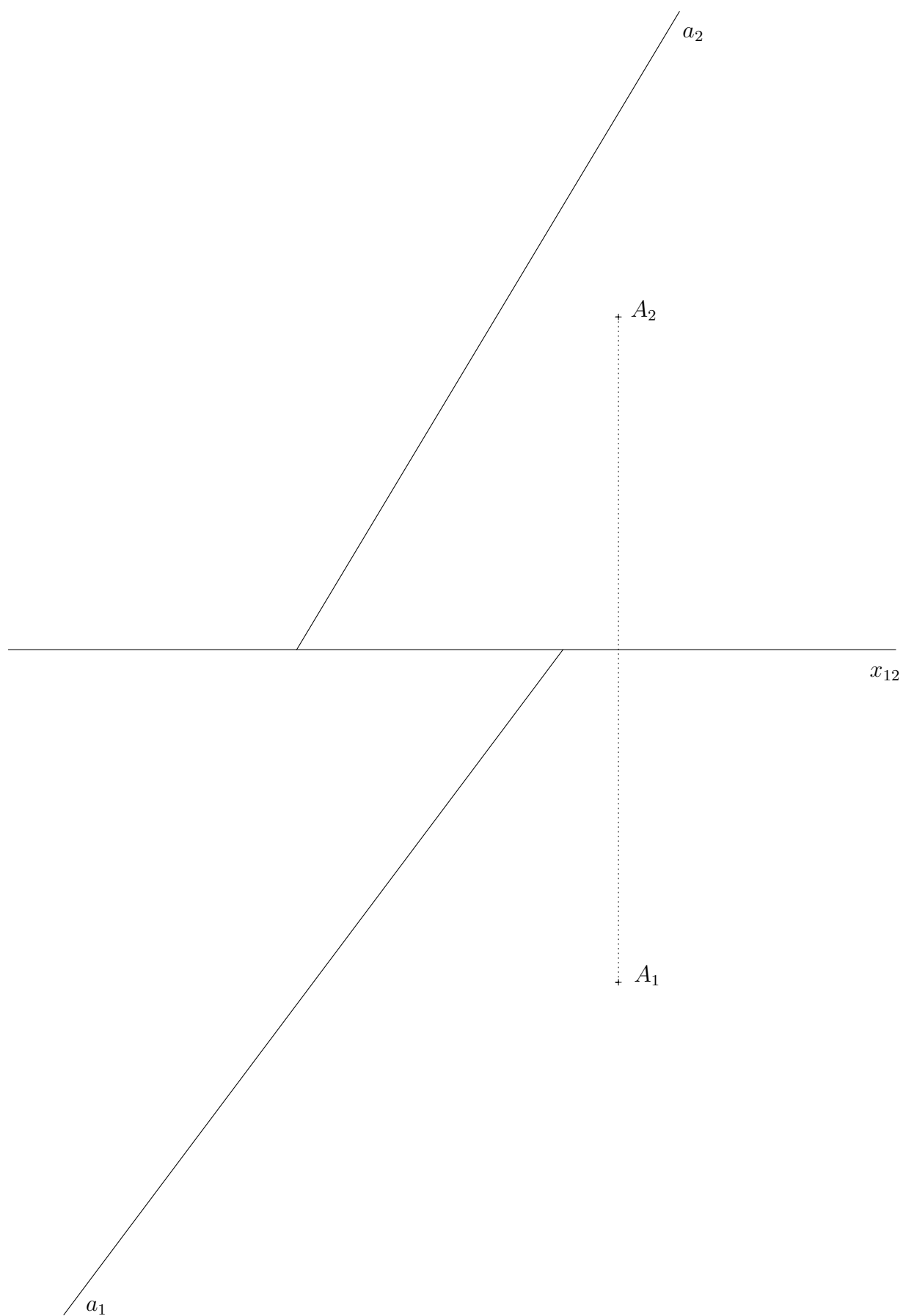
c)



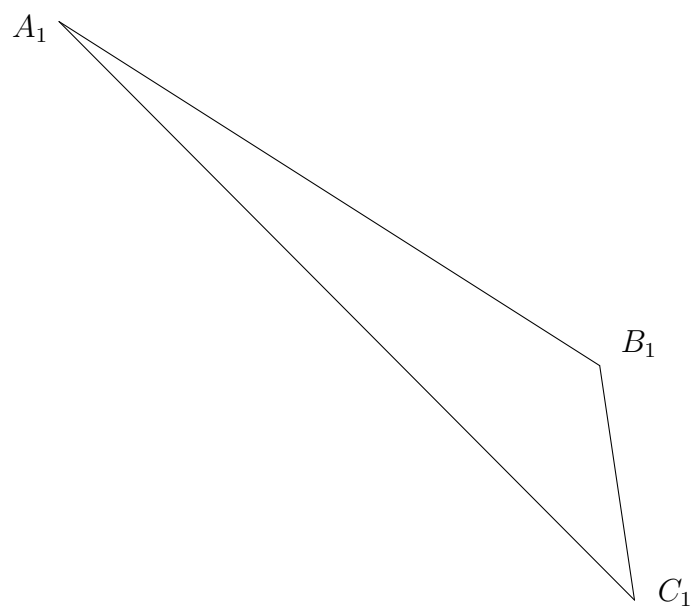
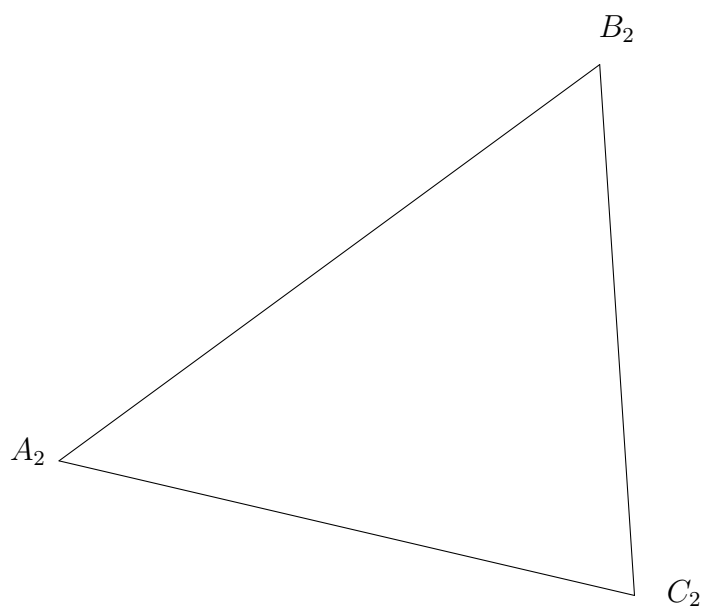
d)



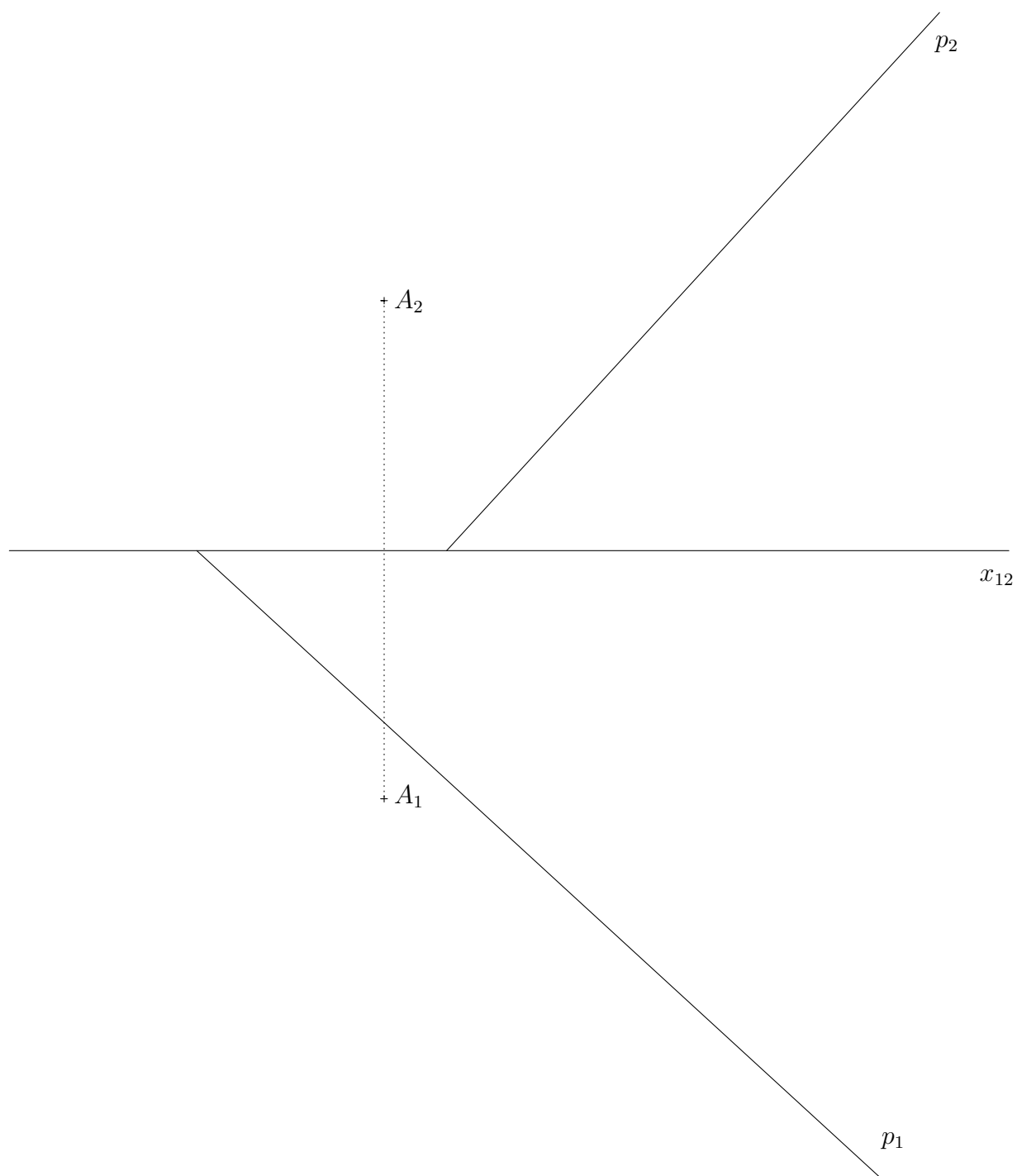
**Příklad 42.** Sestrojte kolmici  $k$  k rovině  $\varrho = (a, A)$  bodem  $A$ .



**Příklad 43.** Těžištěm daného trojúhelníka  $ABC$  ved'te kolmici k rovině tohoto trojúhelníka. Určete viditelnost této kolmice.

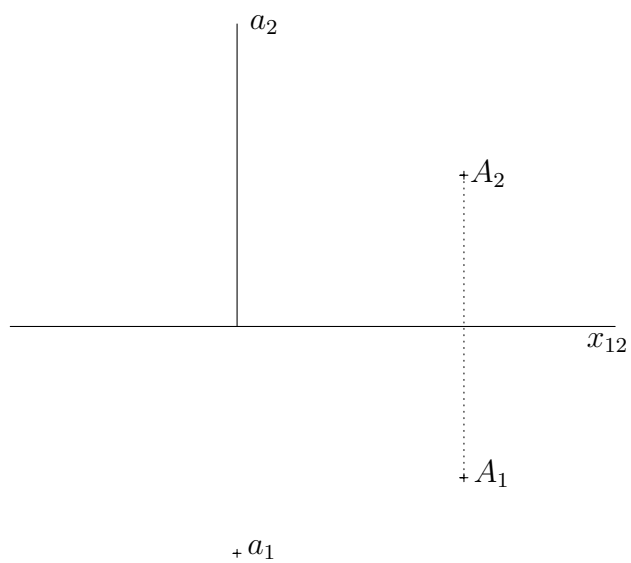


**Příklad 44.** Zobrazte stopy roviny  $\varrho$ , která prochází bodem  $A$  a je kolmá k přímce  $p$ .

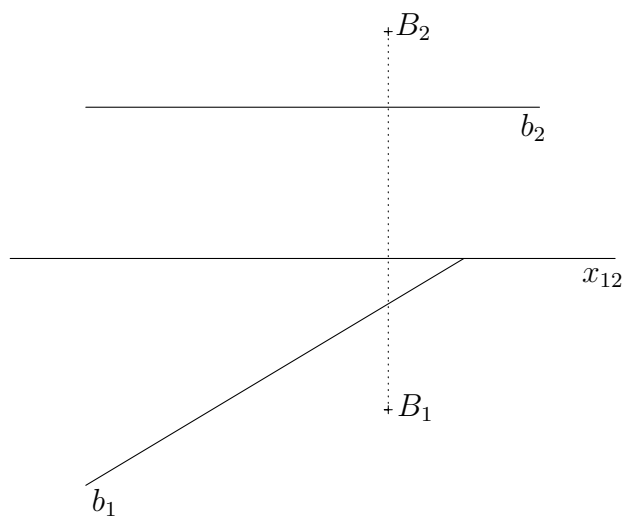


**Příklad 45.** Zobrazte stopy rovin kolmých k daným přímkám procházejících daným bodem:

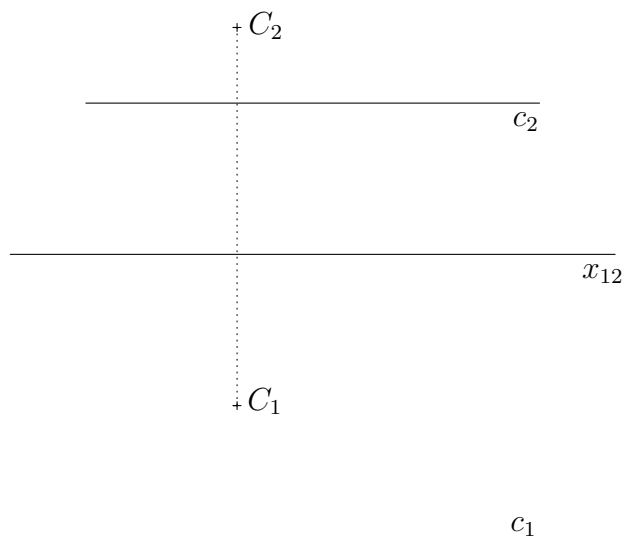
a)



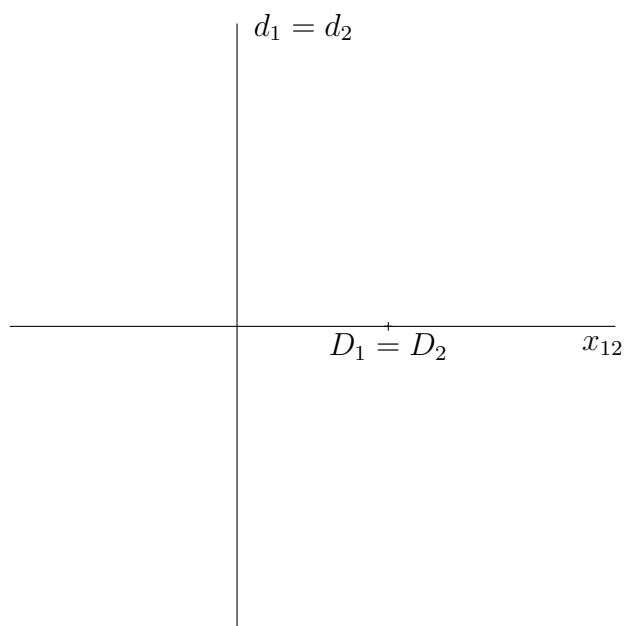
b)



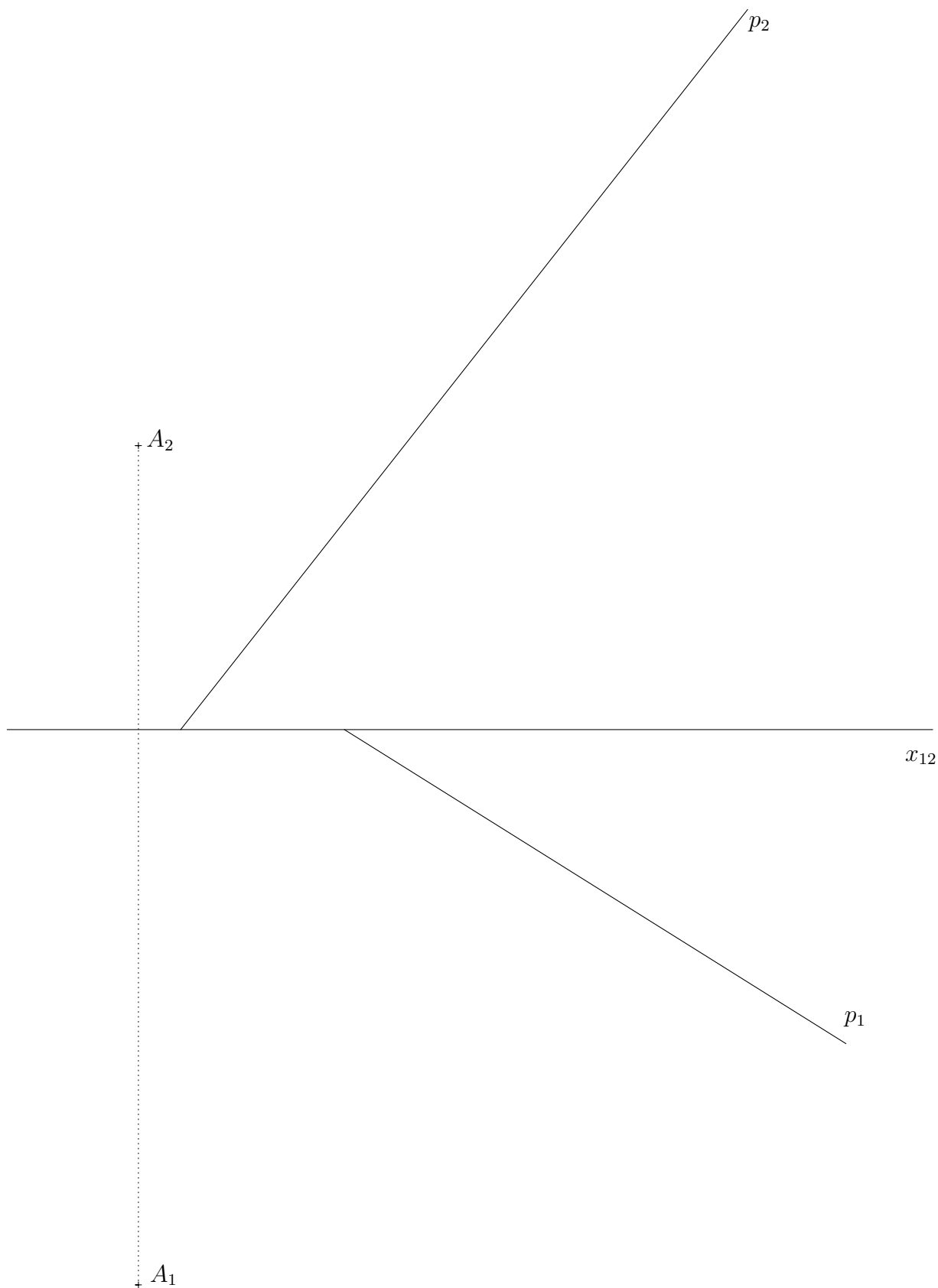
c)



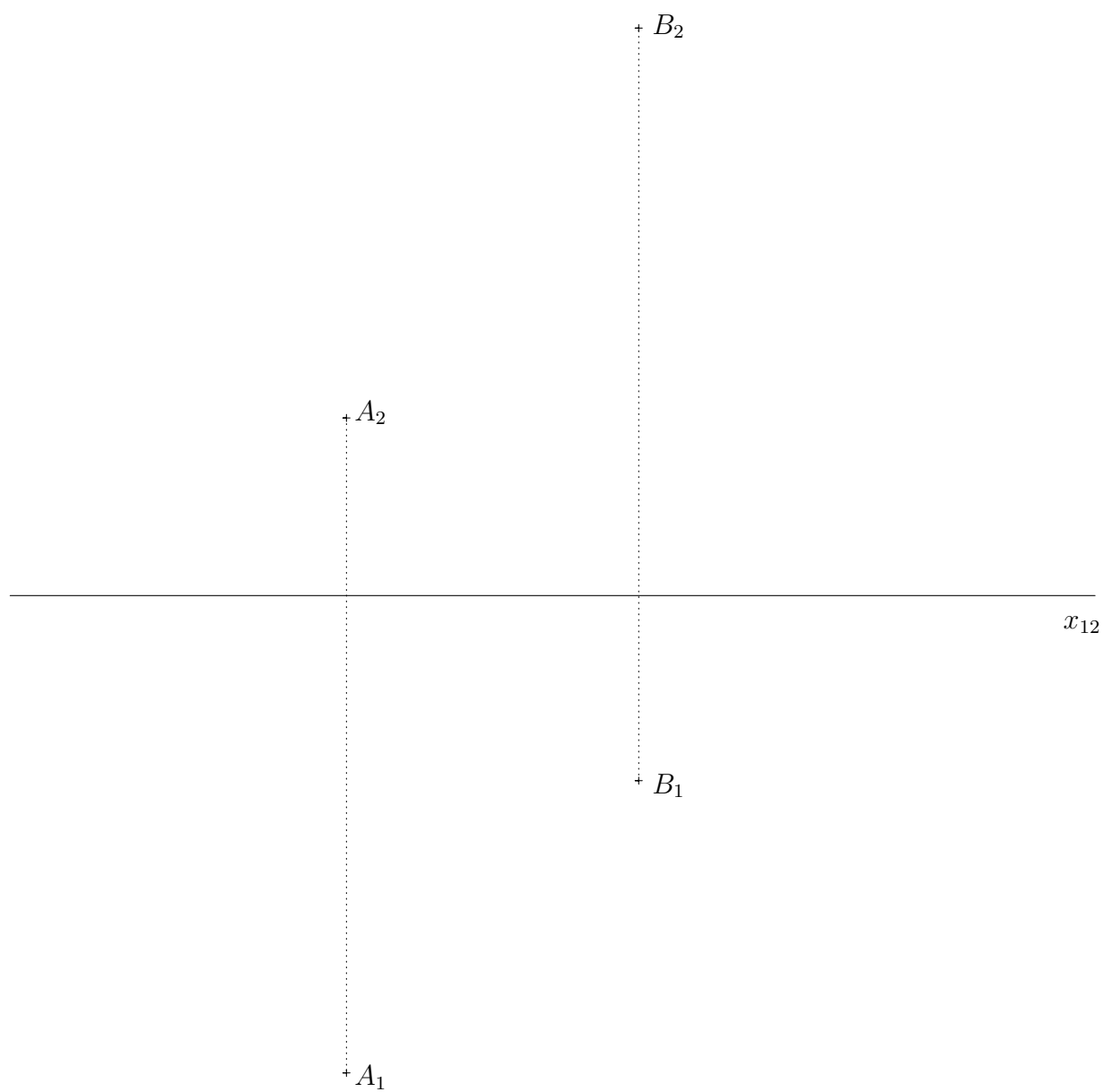
d)



**Příklad 46.** Zobrazte stopy roviny  $\varrho$ , která je kolmá k přímce  $p$  a prochází bodem  $A$ . Určete průsečík přímky  $p$  a roviny  $\varrho$ .

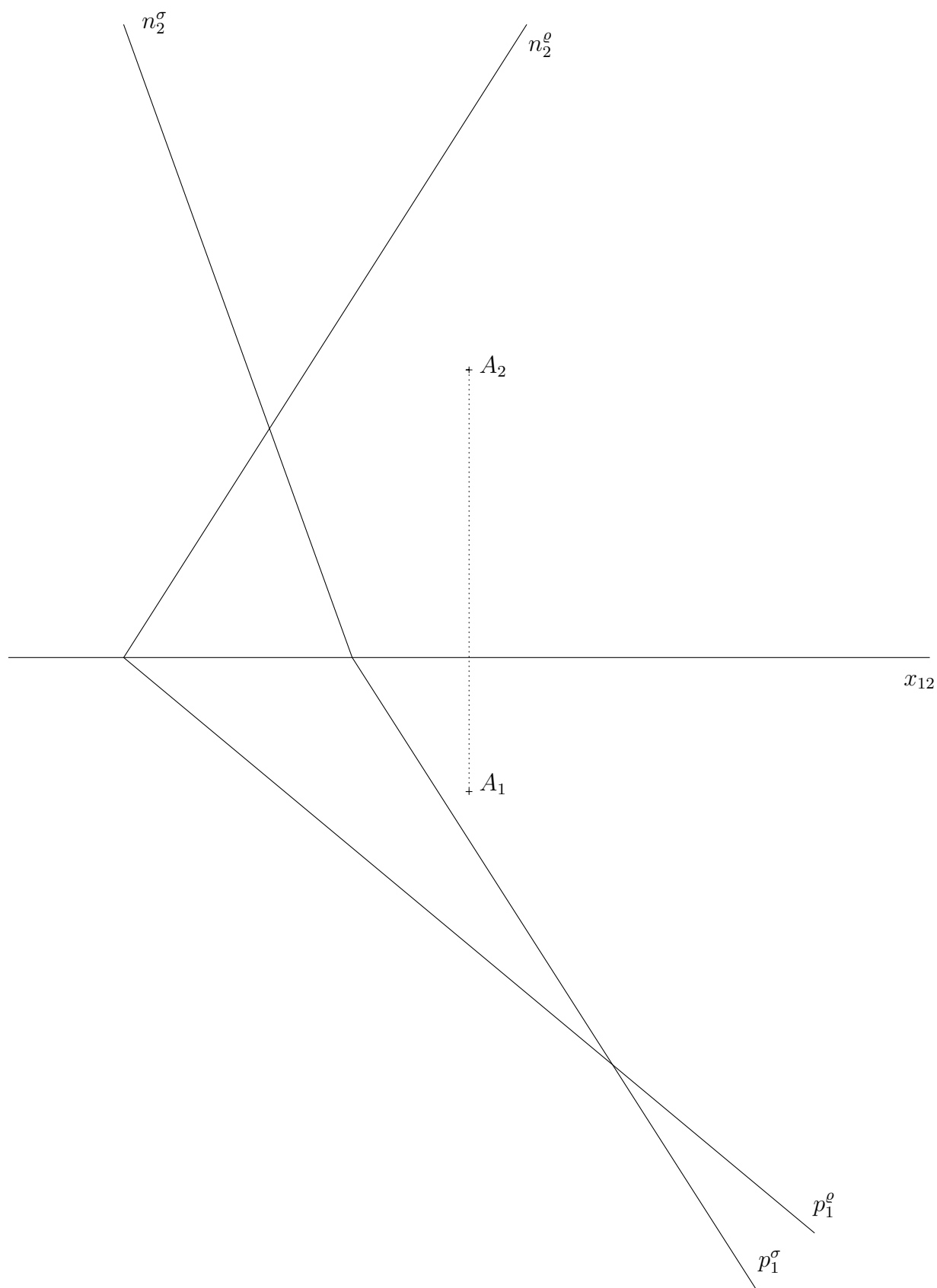


Příklad 47. Zobrazte rovinu symetrie úsečky  $AB$ .

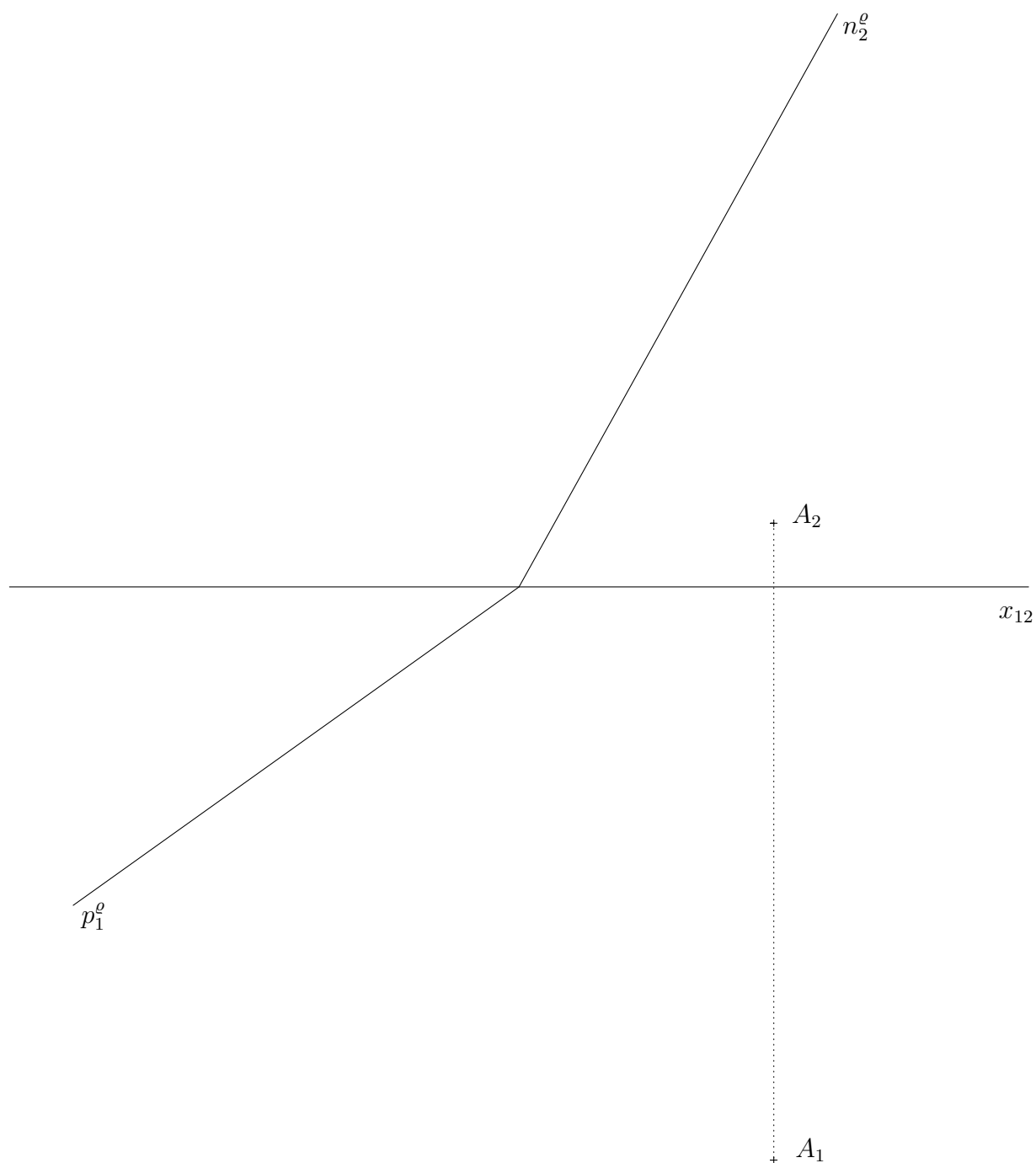




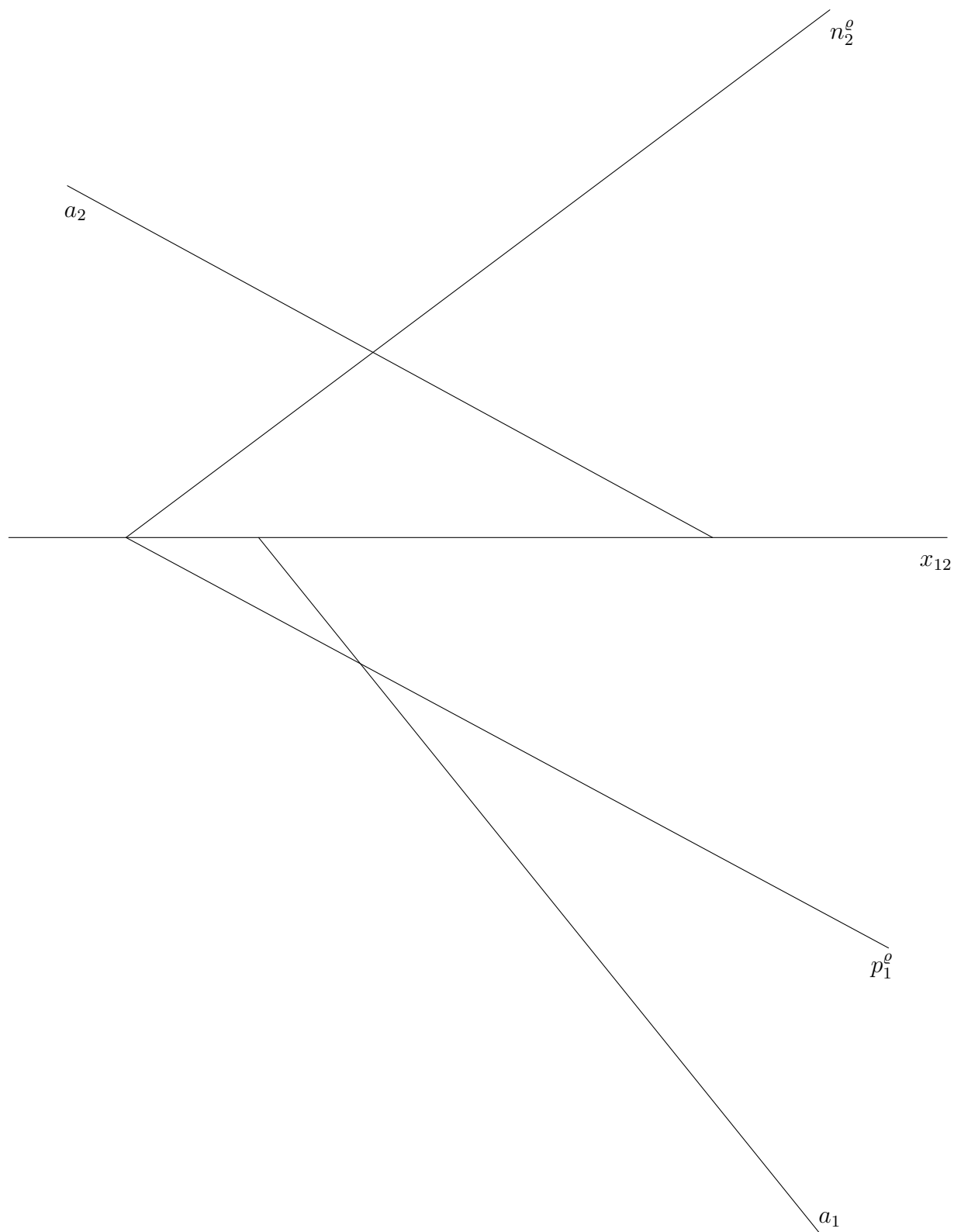
**Příklad 48.** Zobrazte stopy roviny  $\alpha$  procházející bodem  $A$ , víte-li, že rovina  $\alpha$  je kolmá k rovinám  $\varrho$  a  $\sigma$ .



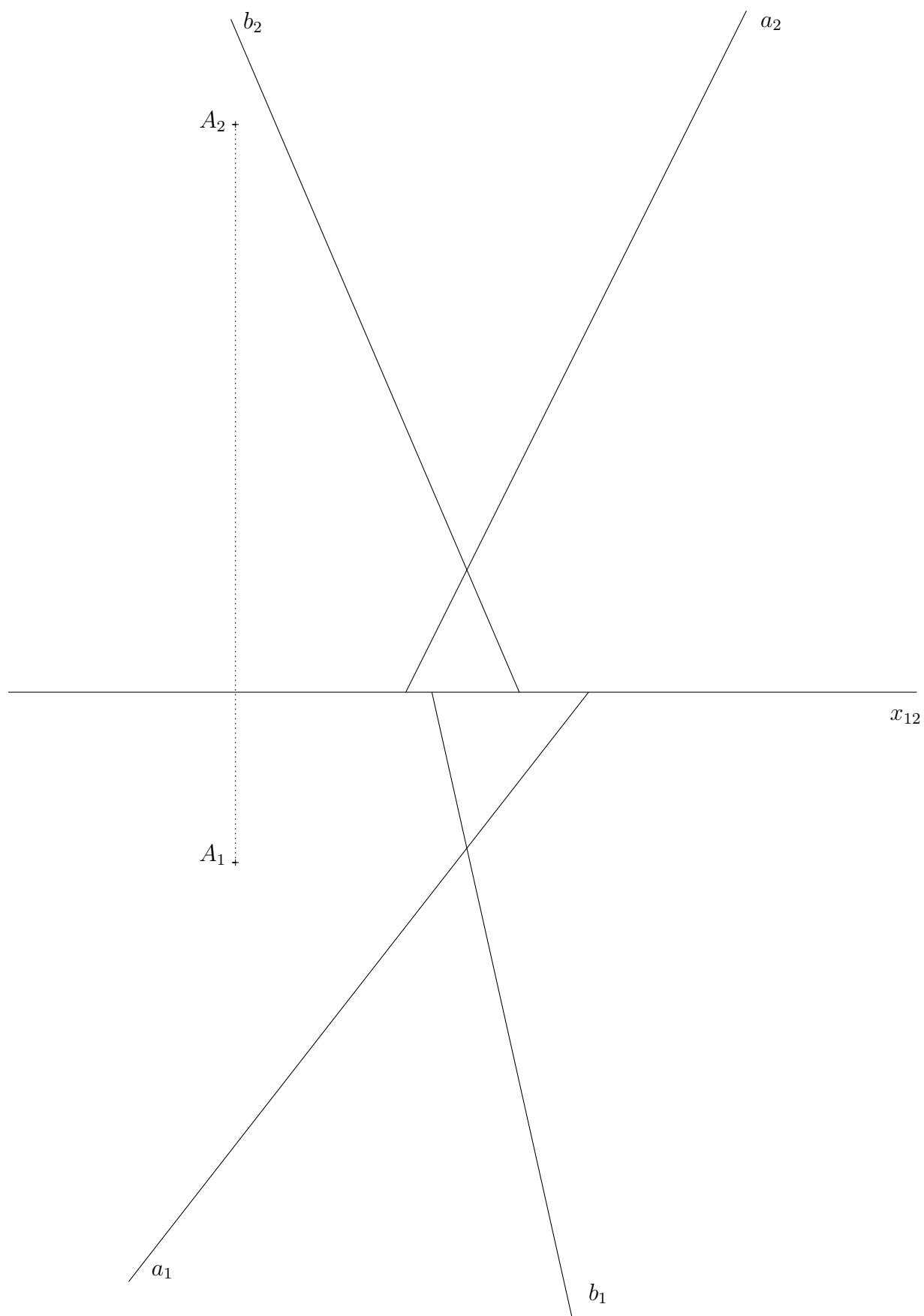
**Příklad 49.** Zobrazte stopy roviny  $\alpha$  procházející bodem  $A$ , víte-li, že je kolmá k rovině  $\varrho$ . Kolik takových rovin existuje?



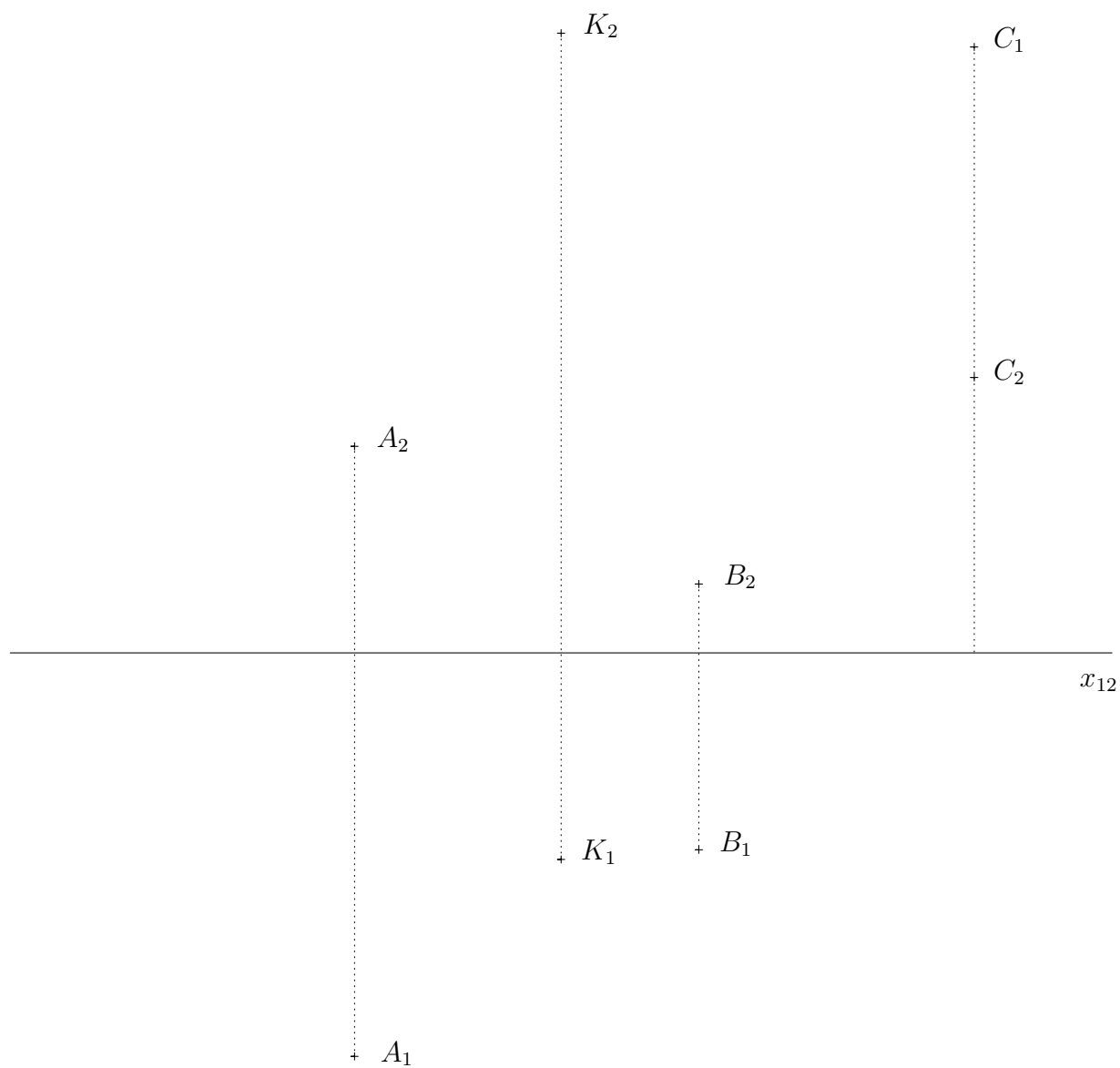
**Příklad 50.** Zobrazte stopy roviny  $\alpha$ , která obsahuje přímku  $a$  a je kolmá k rovině  $\varrho$ .



**Příklad 51.** Určete vzdálenost bodu  $A$  od roviny  $\alpha = (a, b)$ .

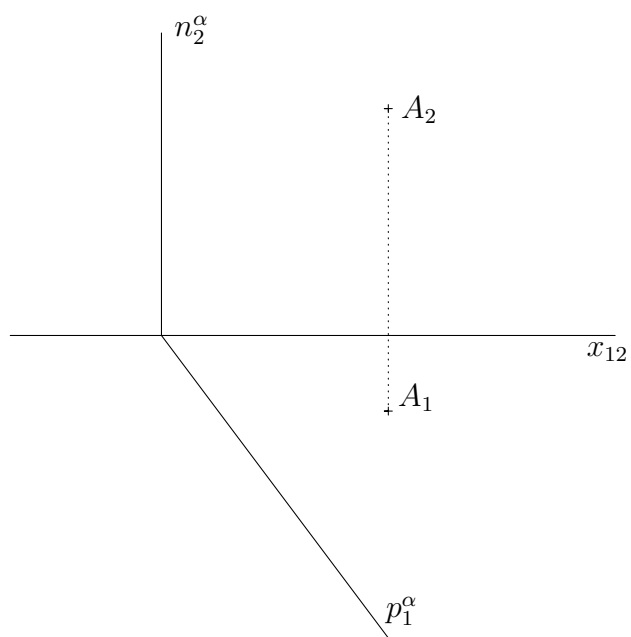


**Příklad 52.** Určete vzdálenost bodu  $K$  od roviny  $\varrho = (ABC)$ .

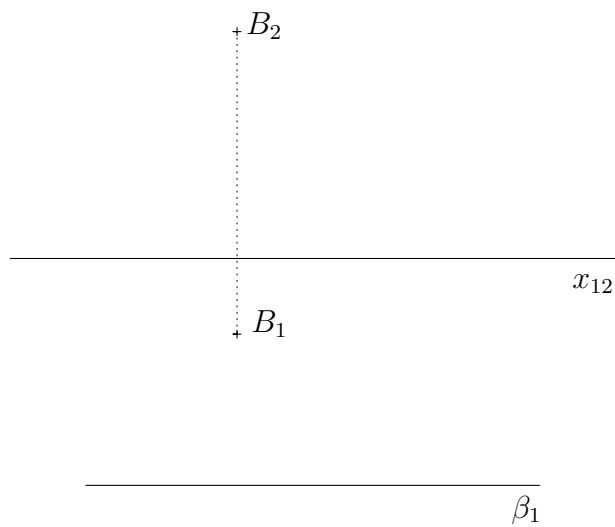


**Příklad 53.** Určete vzdálenost bodu a roviny:

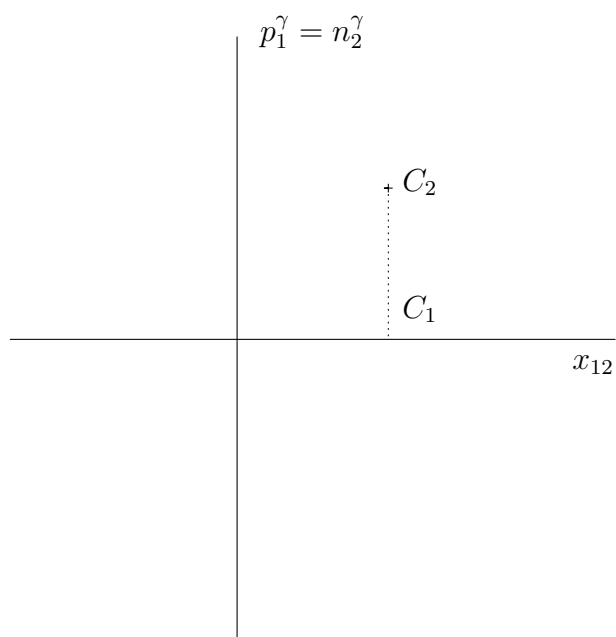
a)



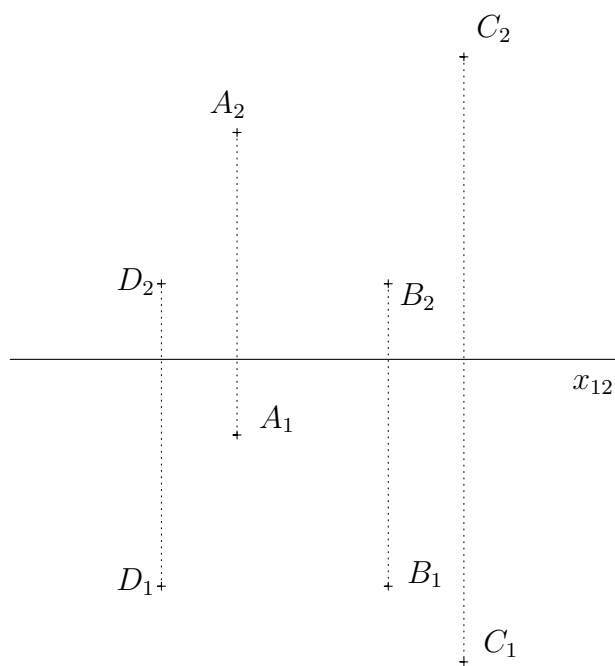
b)



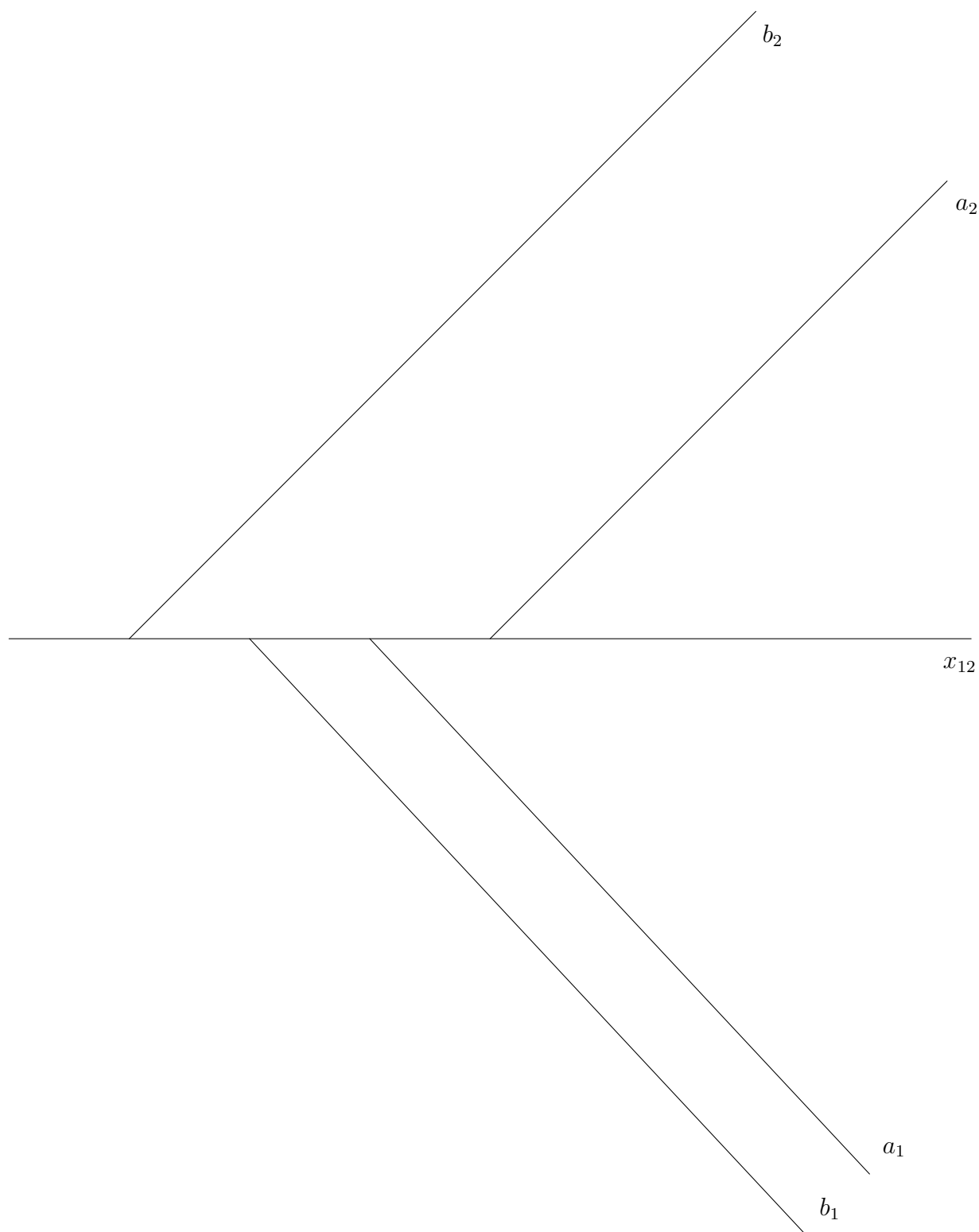
c)



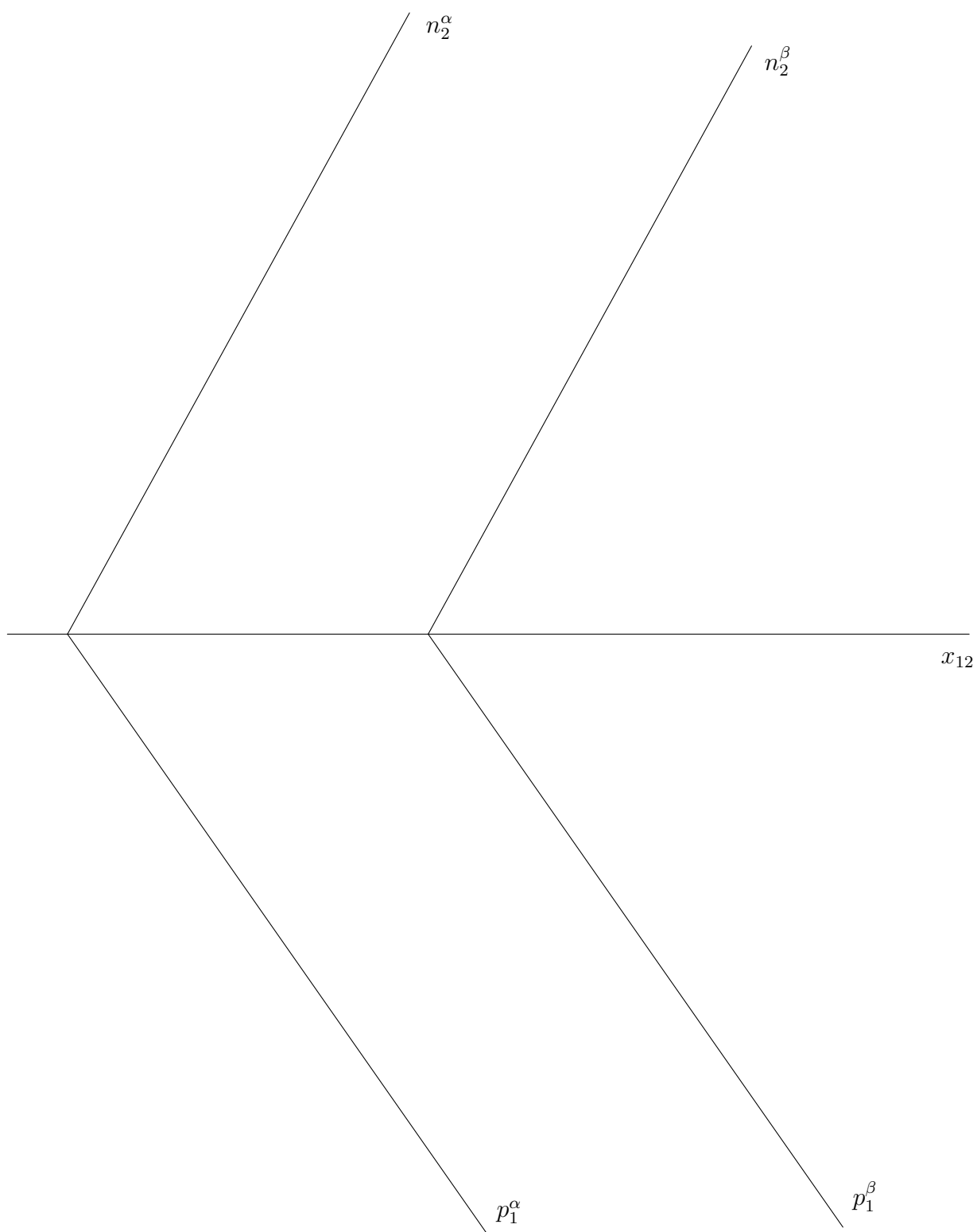
d)  $\delta = ABC$



**Příklad 54.** Určete vzdálenost přímek  $a$  a  $b$  (pomocí roviny kolmé k oběma).

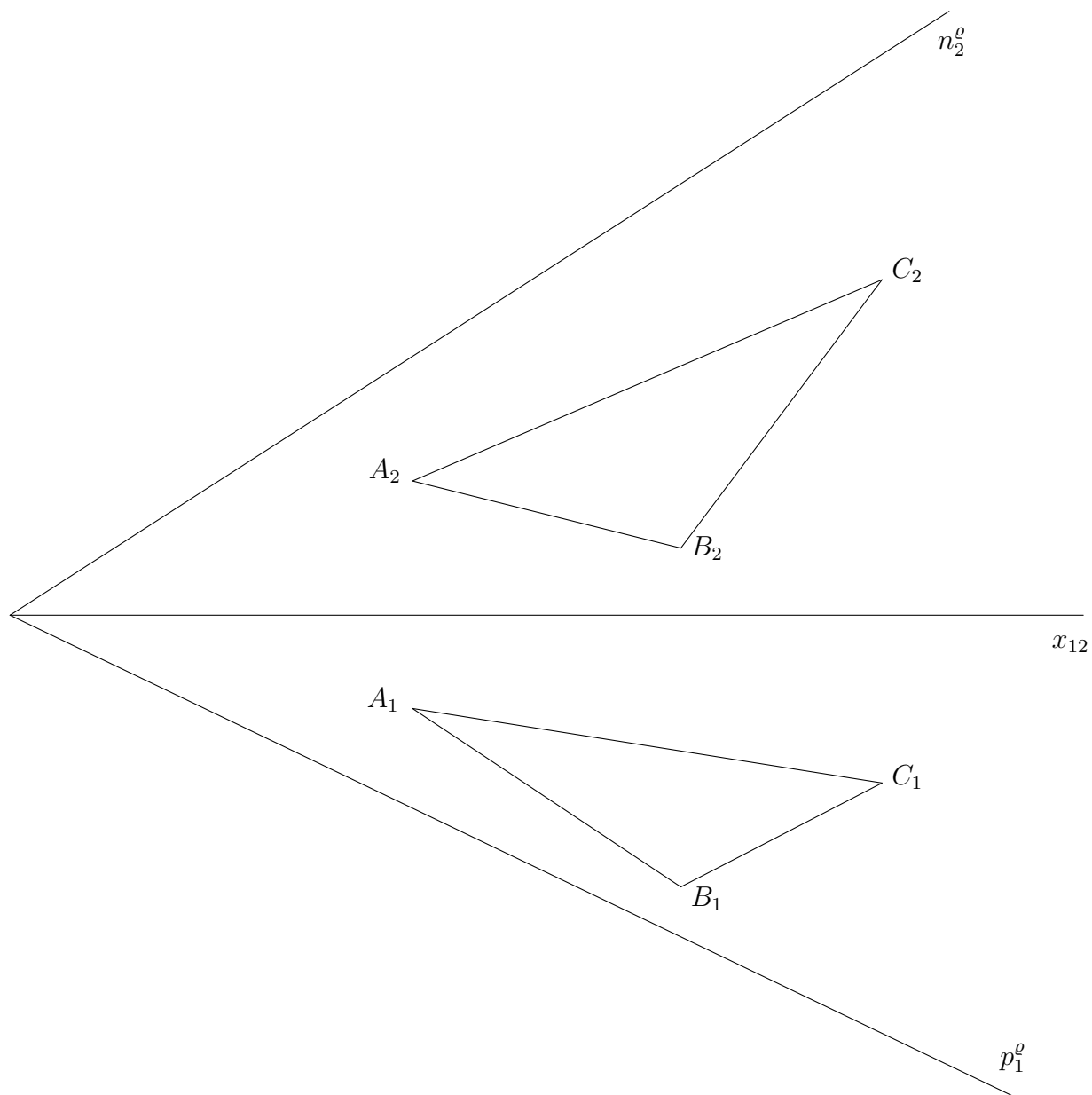


**Příklad 55.** Určete vzdálenost rovin  $\alpha$  a  $\beta$ .

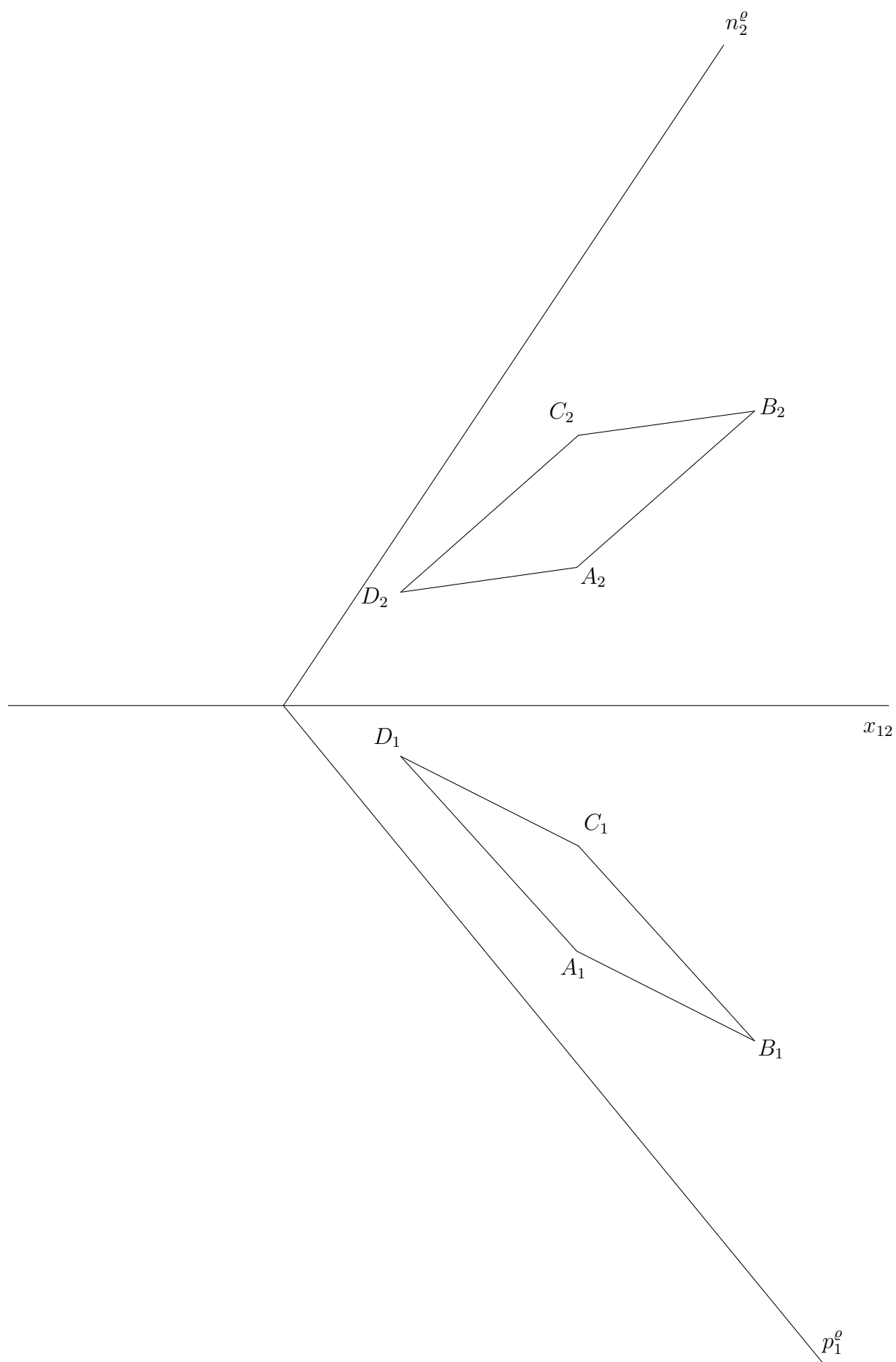




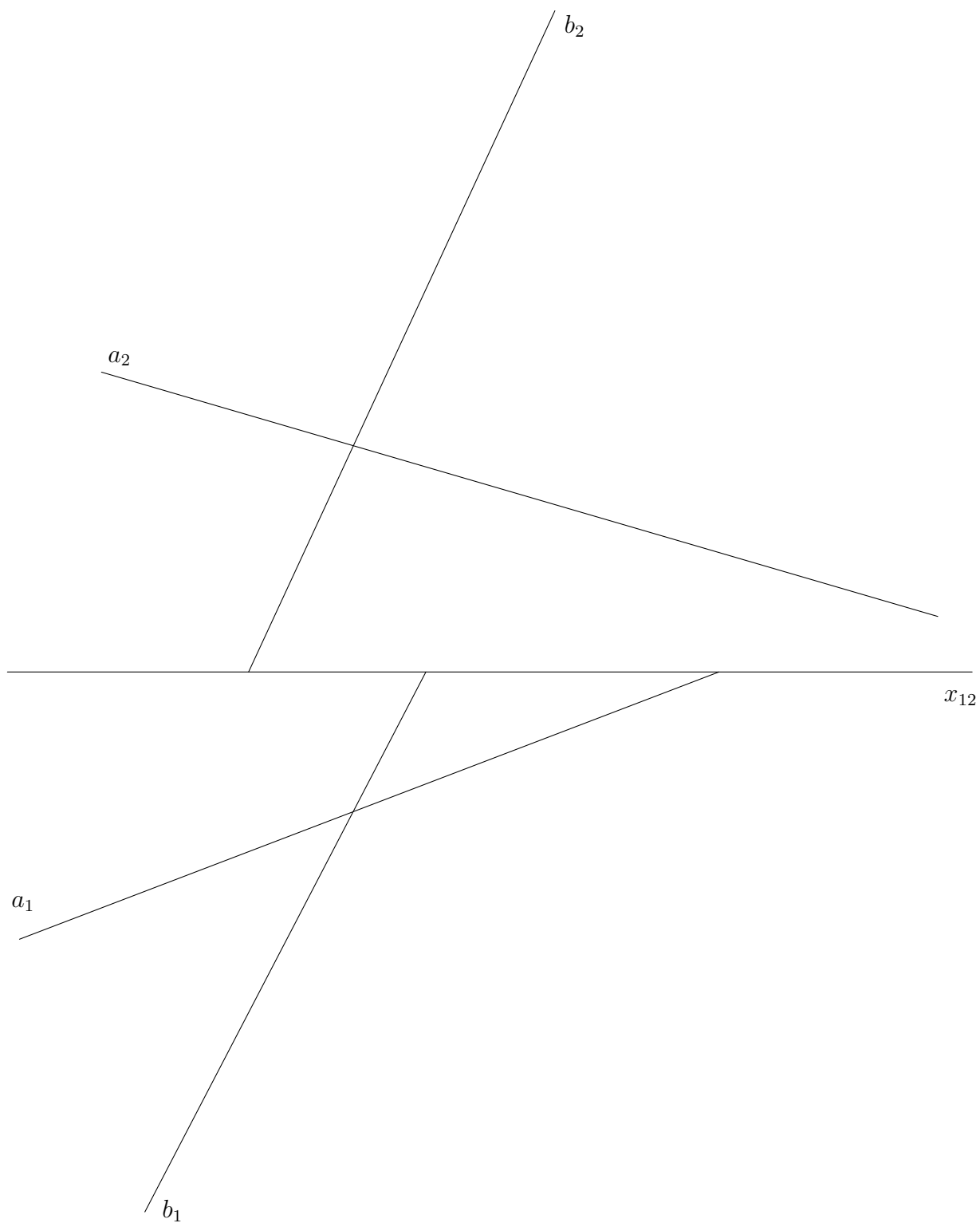
**Příklad 56.** Trojúhelník  $ABC$  ležící v rovině  $\varrho$  otočte do půdorysny i do nárýsny.



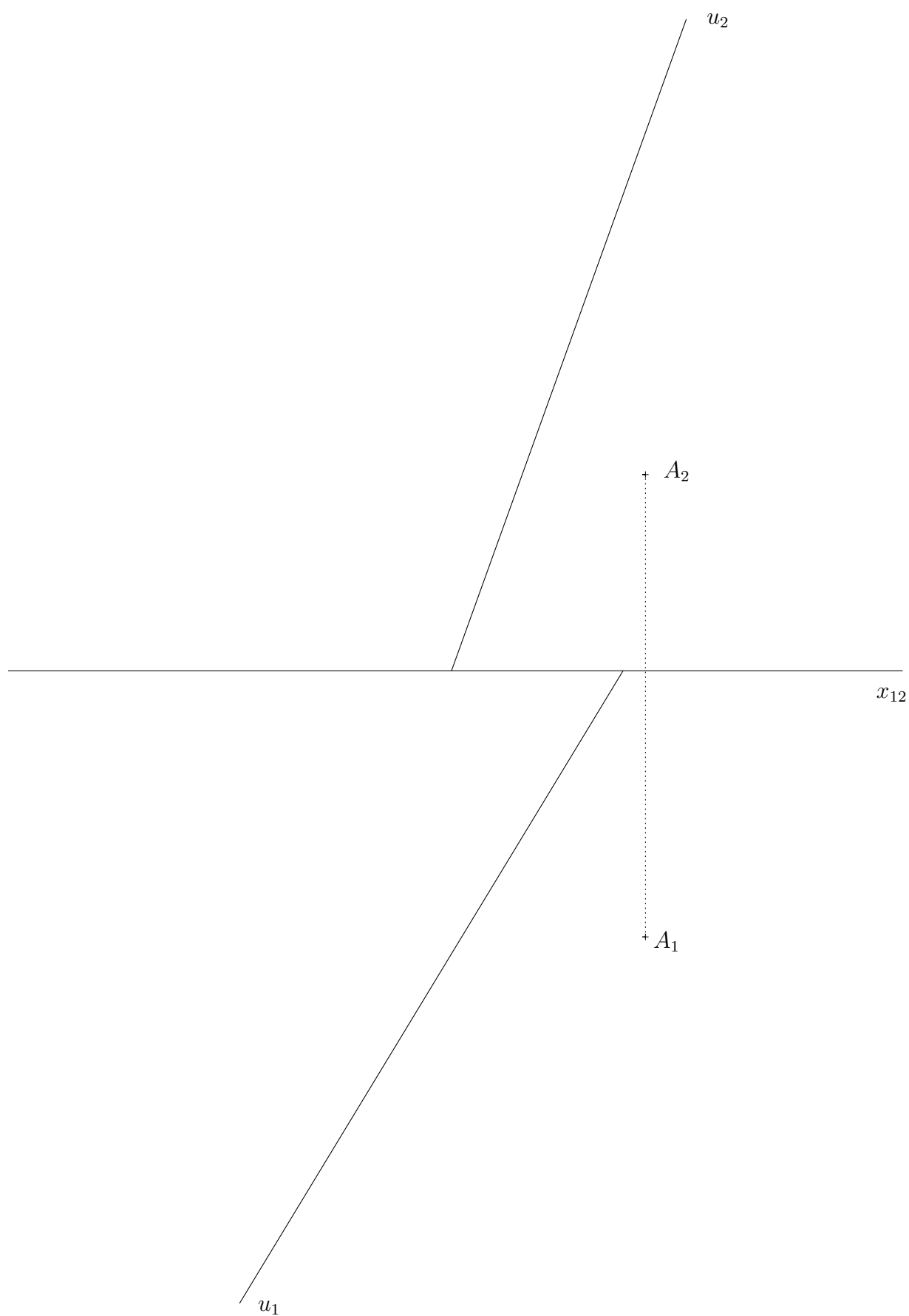
**Příklad 57.** Sestrojte skutečnou velikost rovnoběžníku  $ABCD$ , který leží v rovině  $\varrho$ .



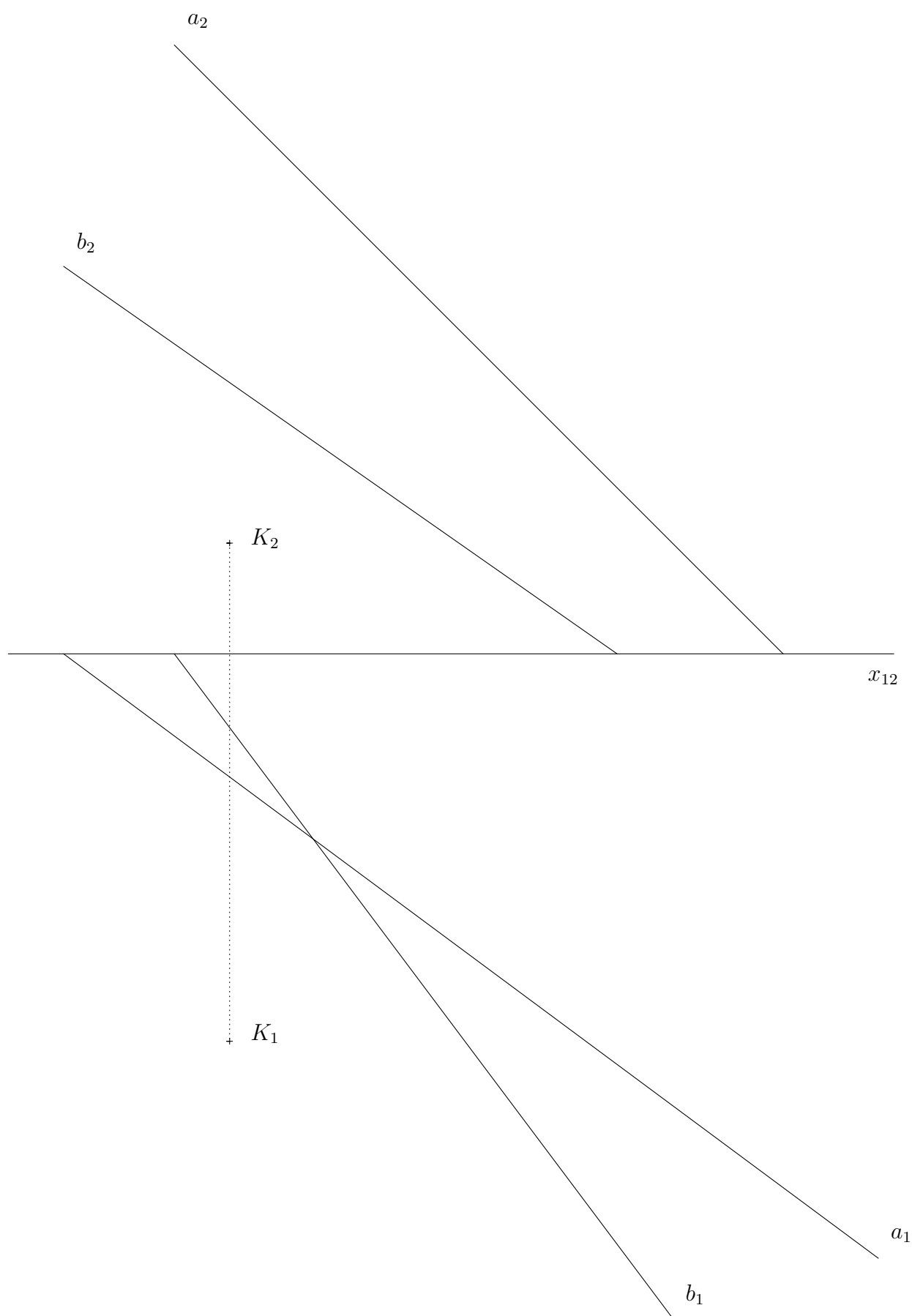
**Příklad 58.** Určete odchylku přímek  $a, b$ .



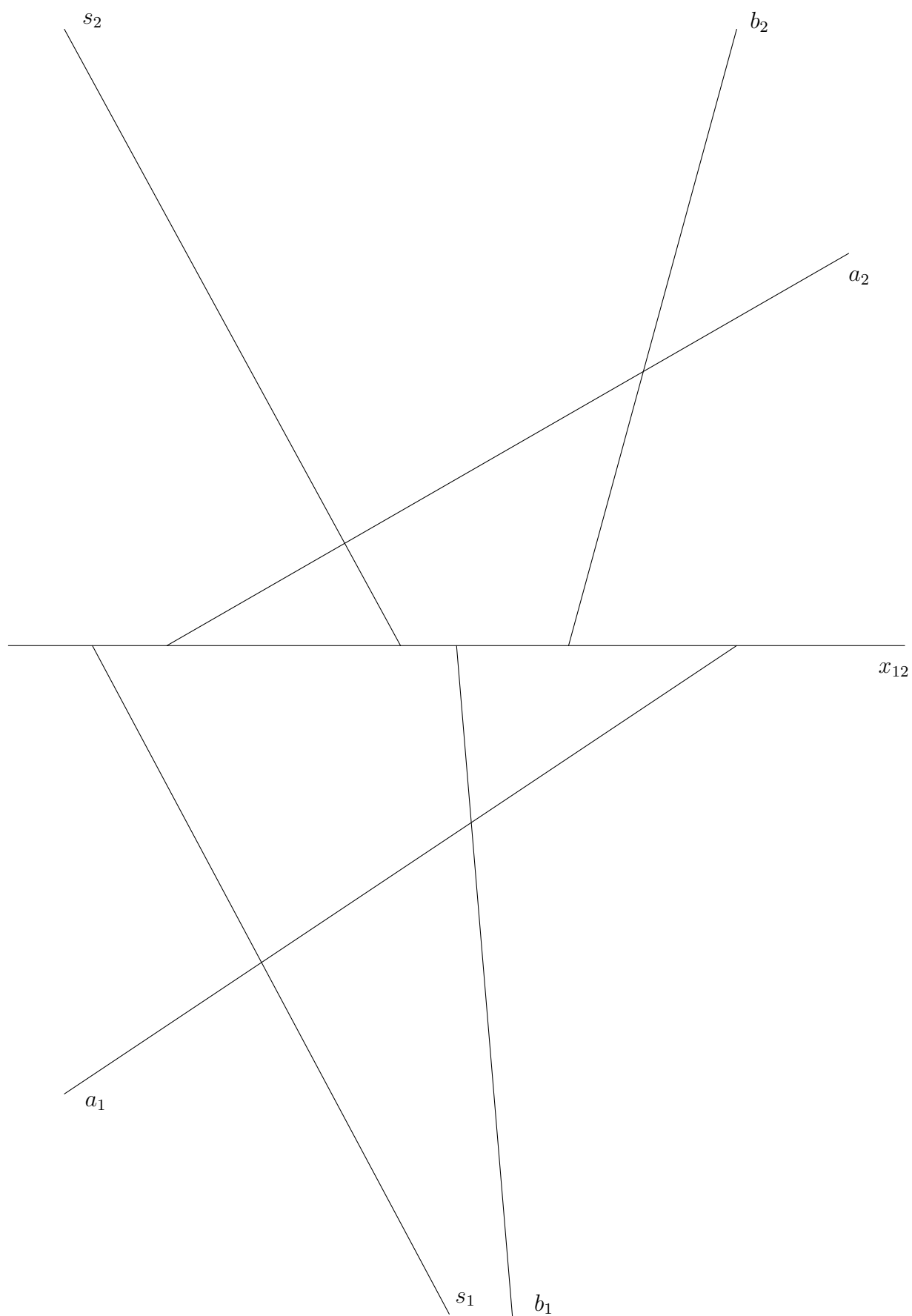
**Příklad 59.** Sestrojte čtverec  $ABCD$ , je-li dán bod  $A$  a přímka  $u$  taková, že  $BC \subset u$ .



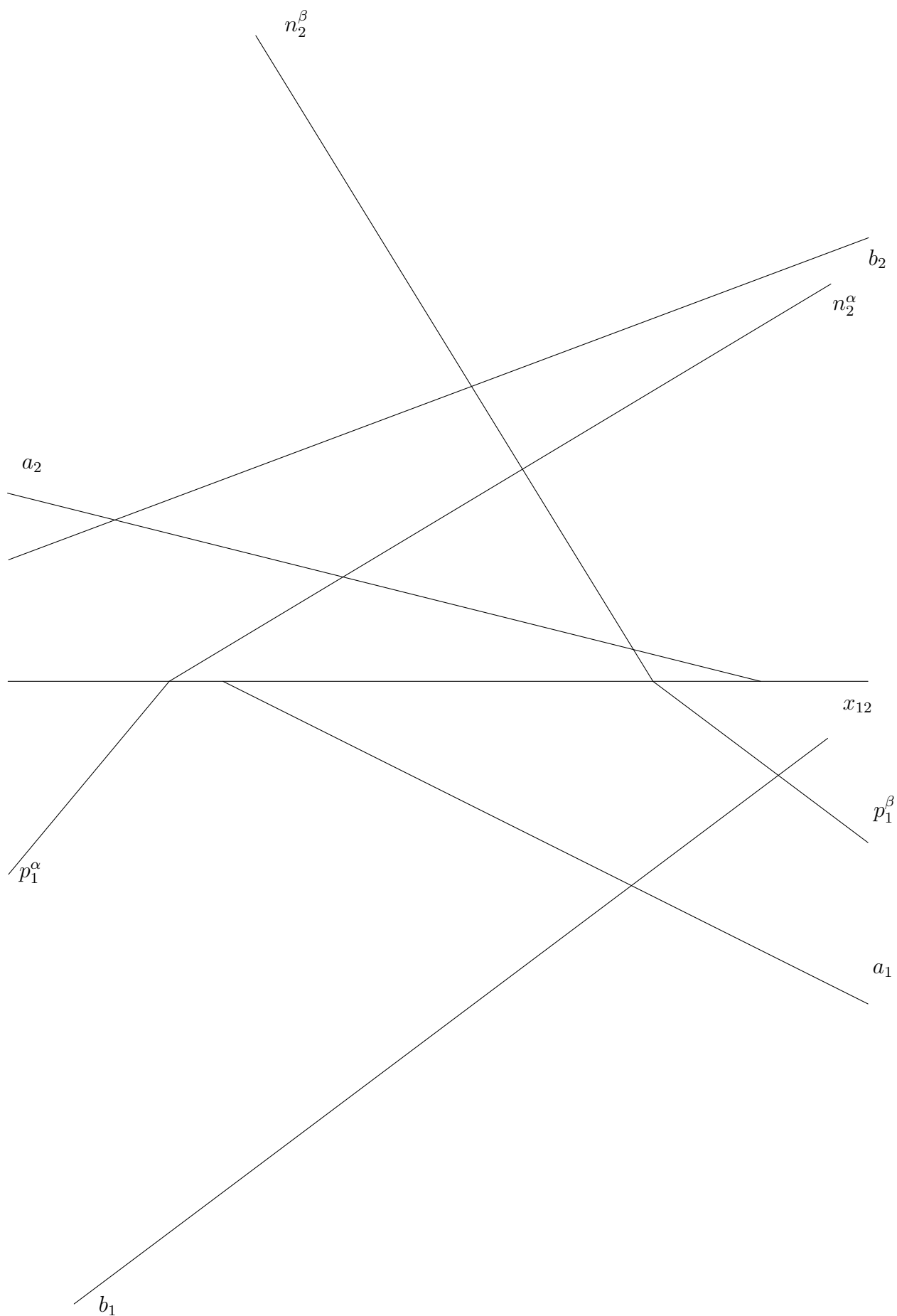
**Příklad 60.** Sestrojte příčku mimoběžek  $a, b$  procházející bodem  $K$ .



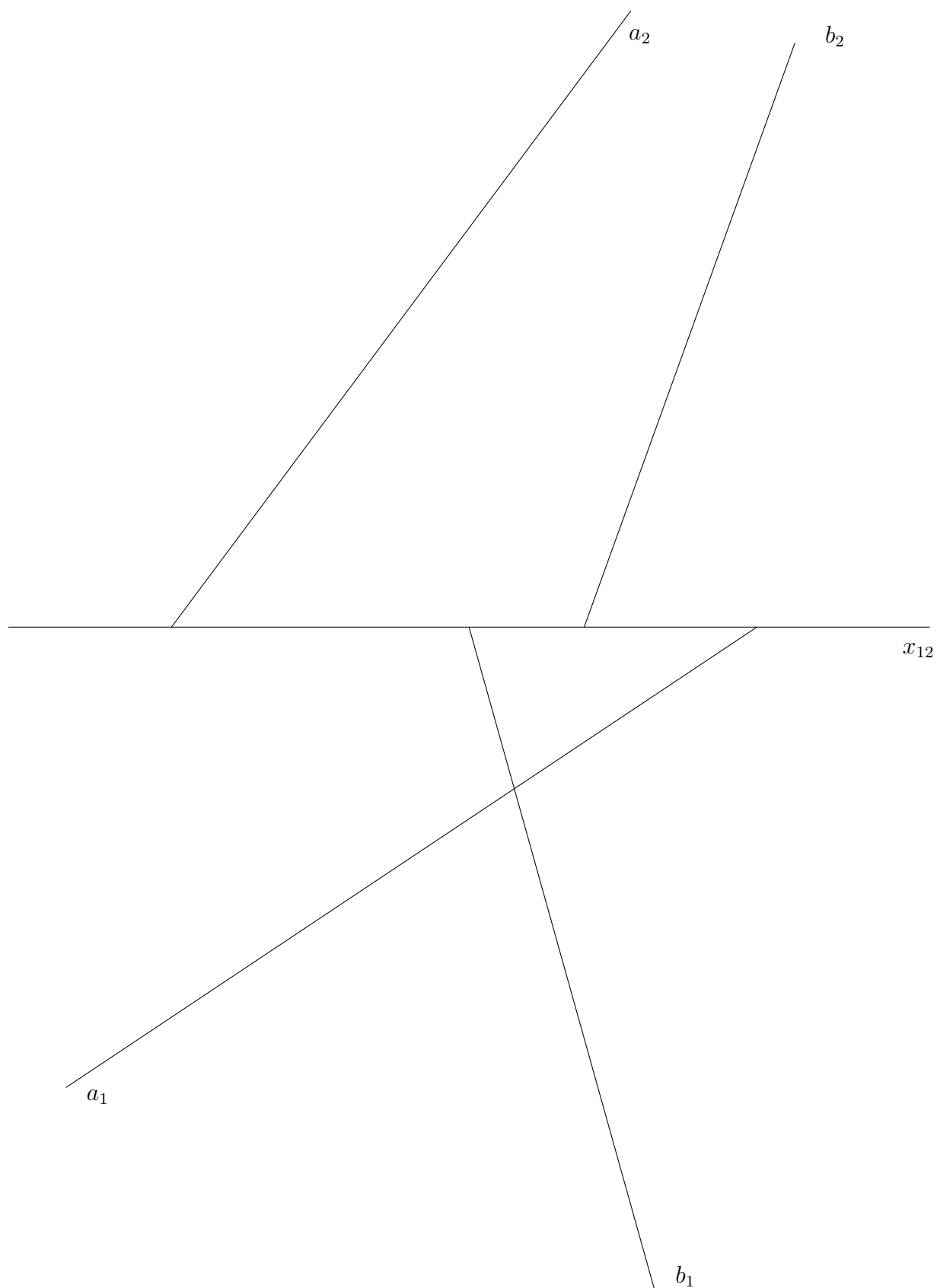
**Příklad 61.** Sestrojte příčku mimoběžek  $a$ ,  $b$  rovnoběžnou se směrem  $s$ .



**Příklad 62.** Sestrojte příčku mimoběžek  $a, b$  rovnoběžnou s rovinami  $\alpha$  a  $\beta$ .

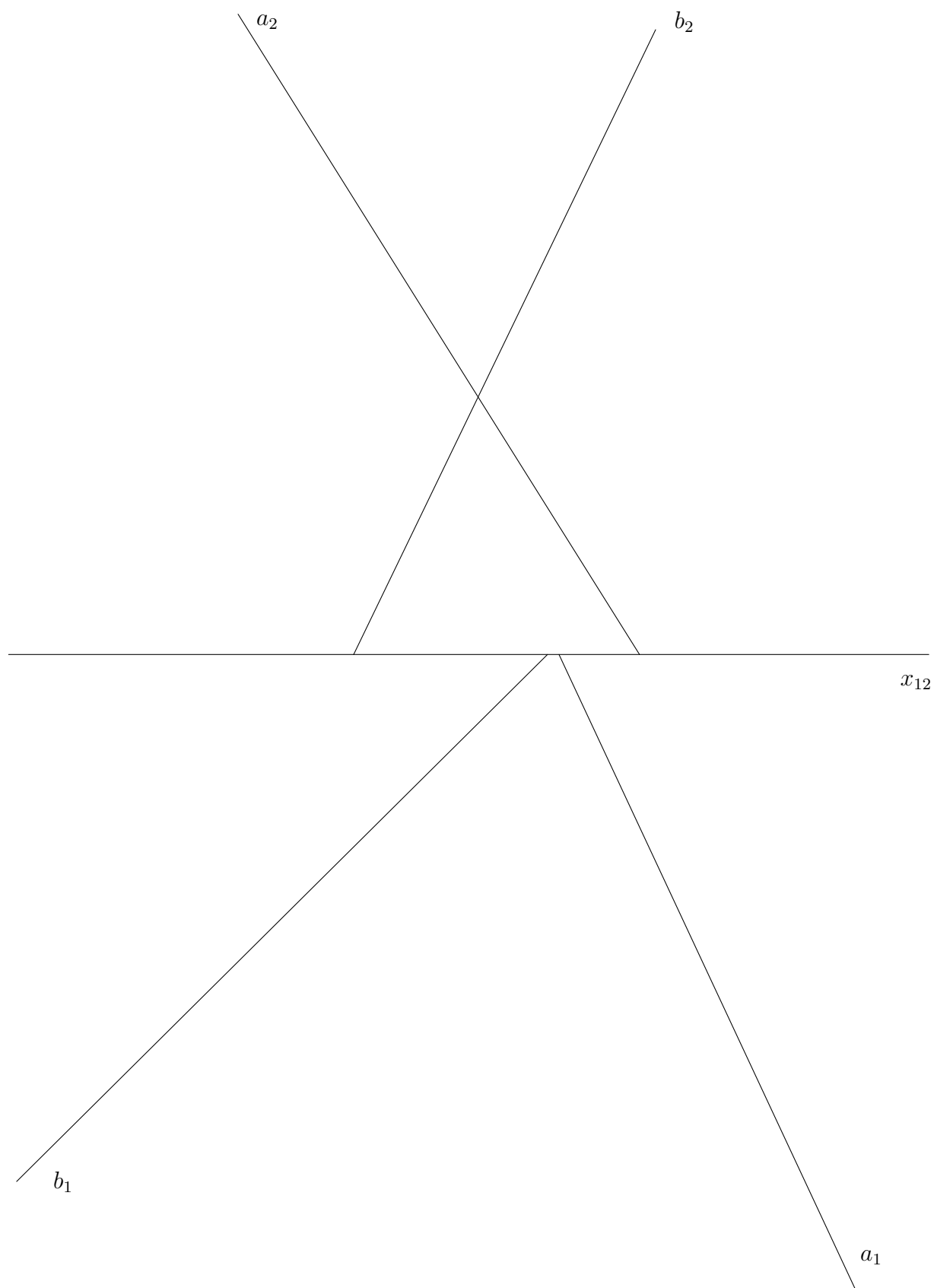


**Příklad 63.** Sestrojte osu mimoběžek  $a$ ,  $b$ .

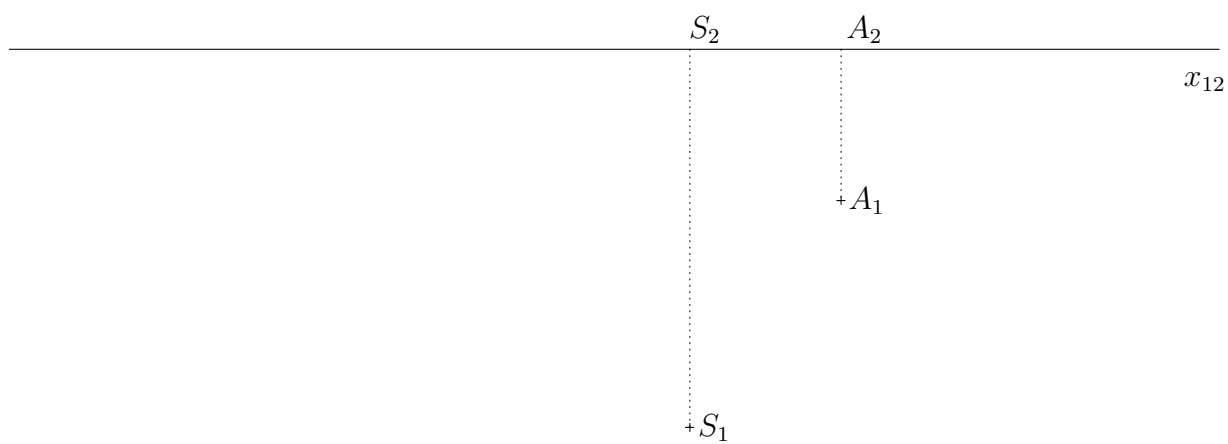
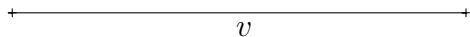




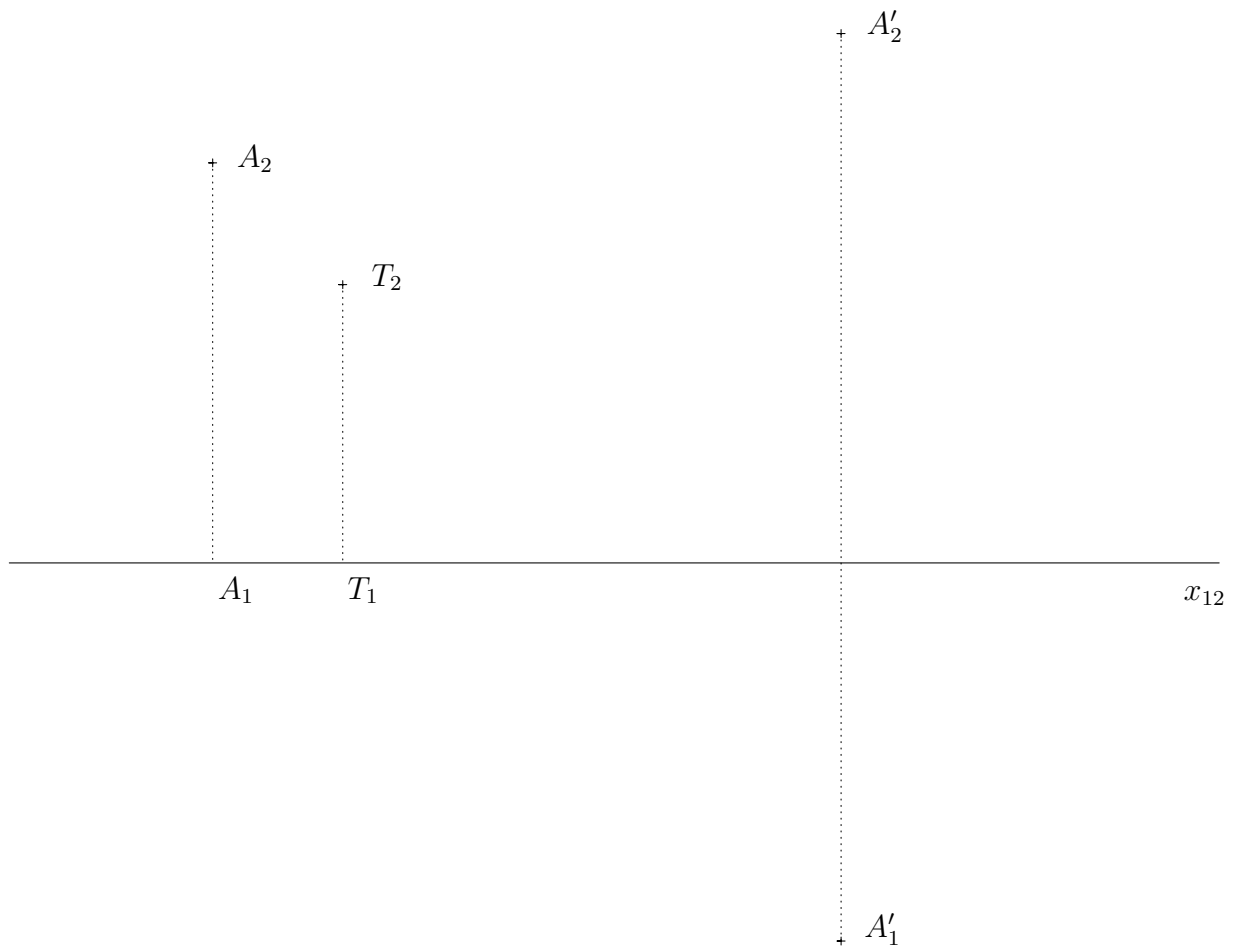
**Příklad 64.** Určete vzdálenost mimoběžek  $a, b$ .



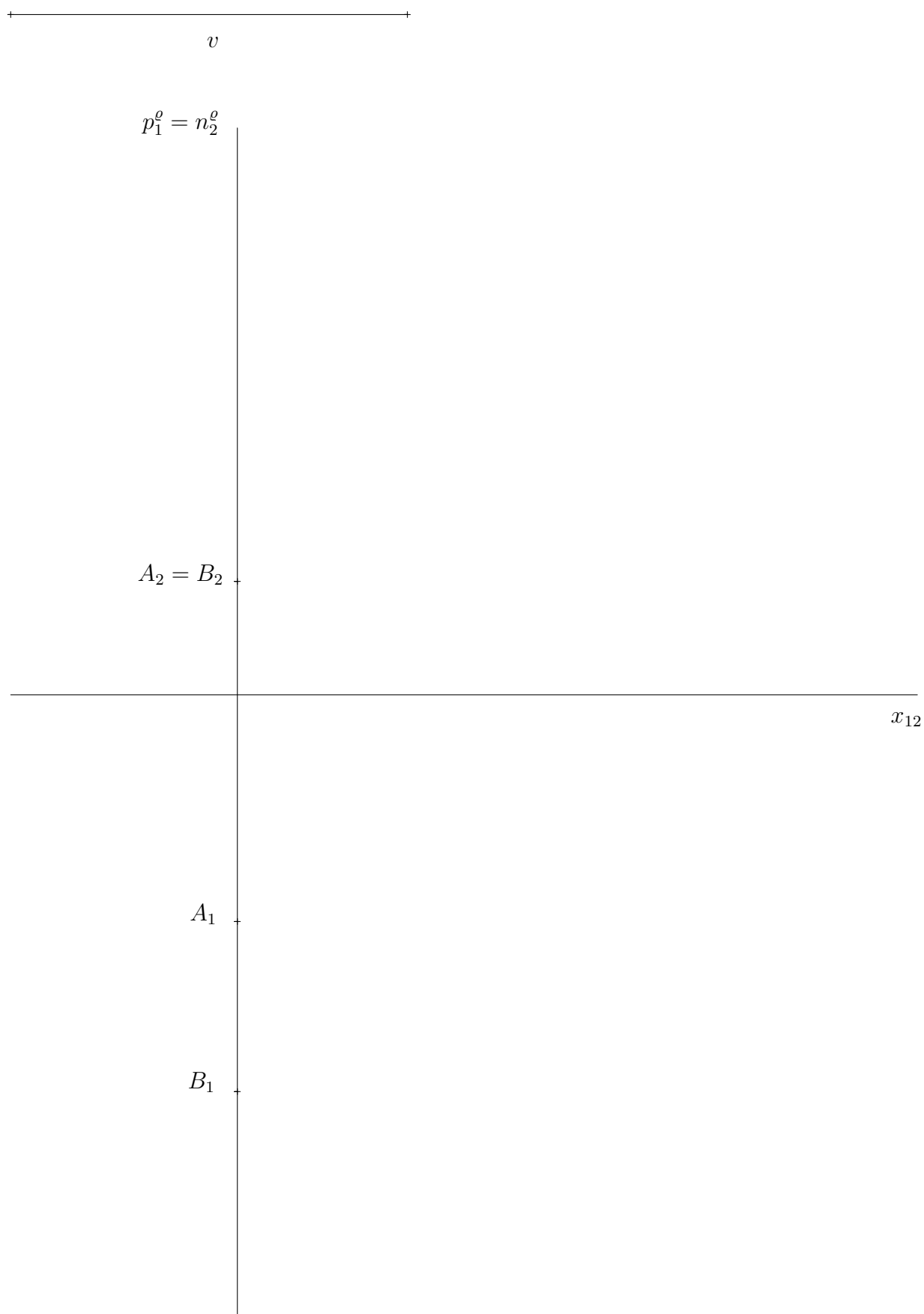
**Příklad 65.** Sestrojte pravidelný čtyřboký jehlan  $ABCDV$  s podstavou v půdorysně a výškou  $v$ .



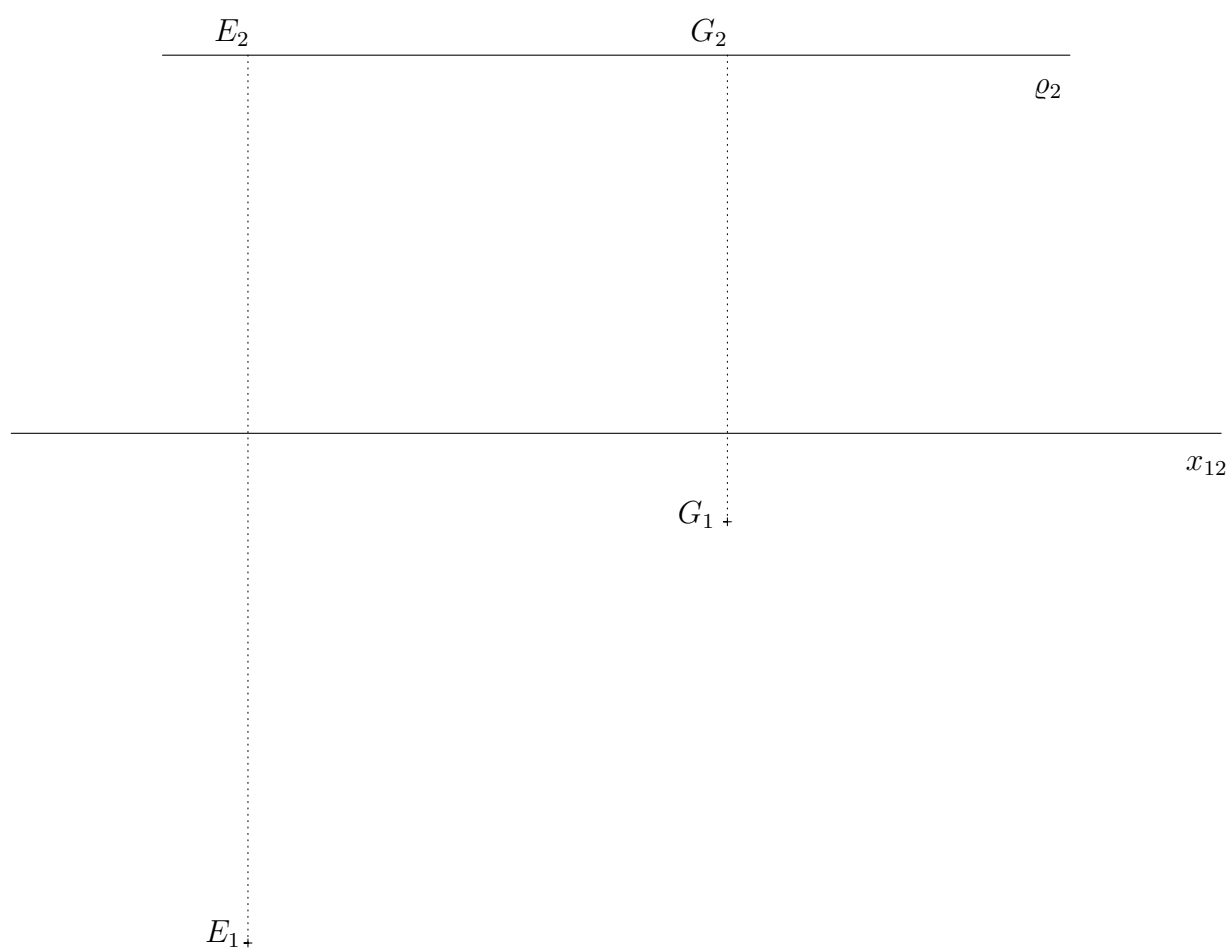
**Příklad 66.** Sestrojte trojboký hranol  $ABCA'B'C'$  s podstavou rovnostranného trojúhelníku  $ABC$  v nárysně, je-li dán vrchol  $A$  a těžiště  $T$  trojúhelníku  $ABC$ .



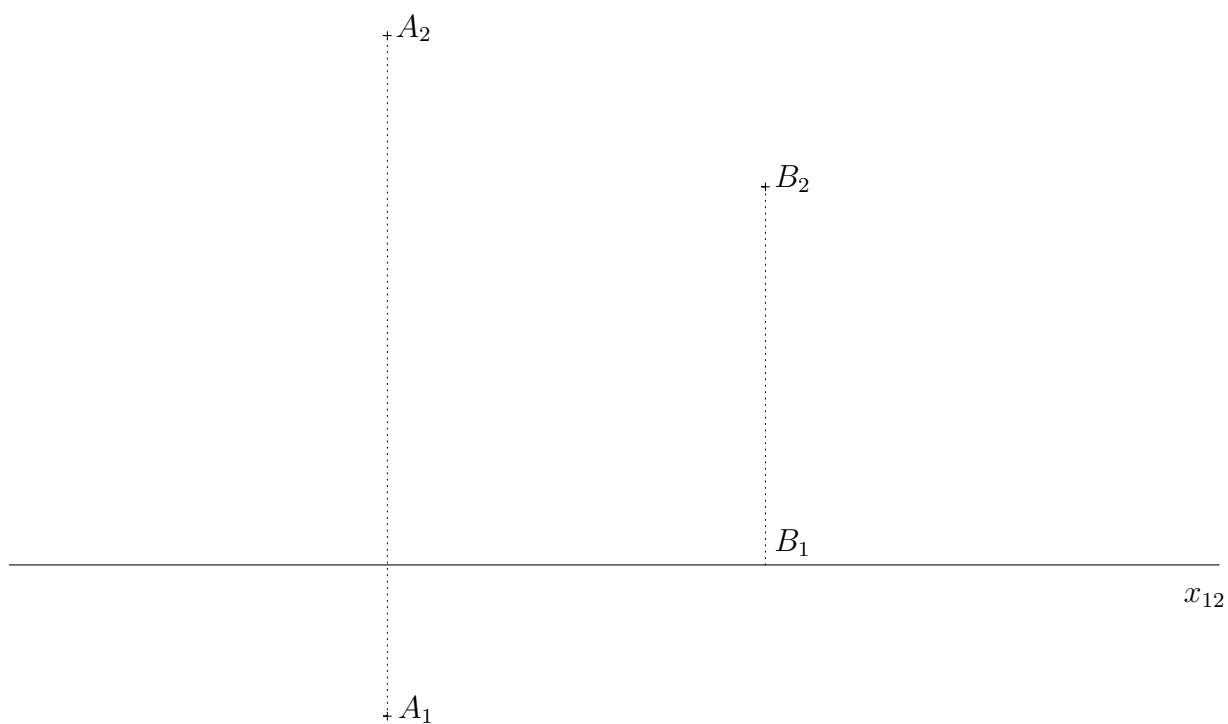
**Příklad 67.** Sestrojte pravidelný šestiboký hranol  $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$ , jestliže jeho stěna  $ABB' A'$  leží v rovině  $\varrho$  a výška hranolu je  $v$ .



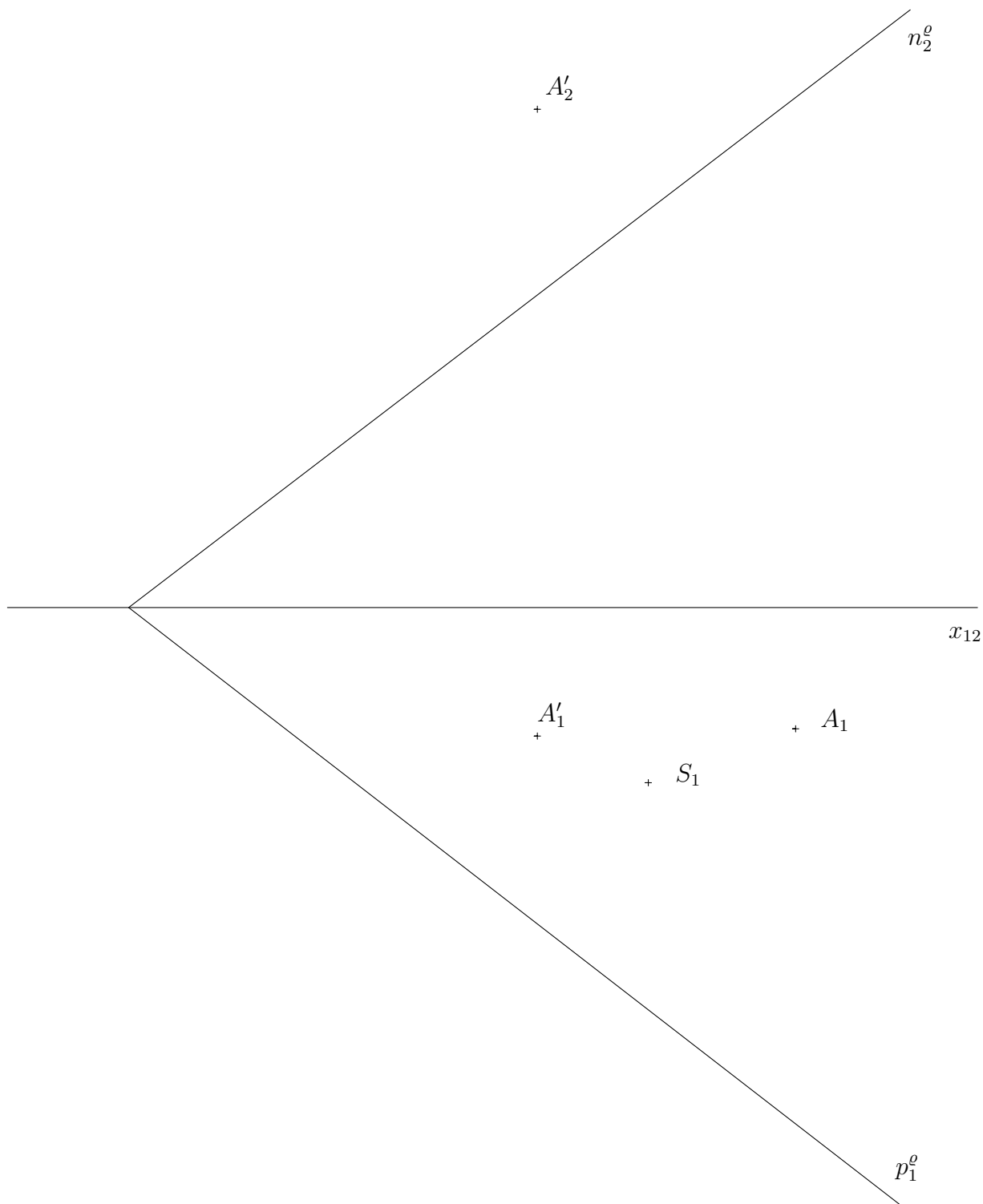
**Příklad 68.** Sestrojte krychli  $ABCDEFGH$ , jestliže úhlopříčný řez  $EGCA$  této krychle leží v rovině  $\varrho$ .



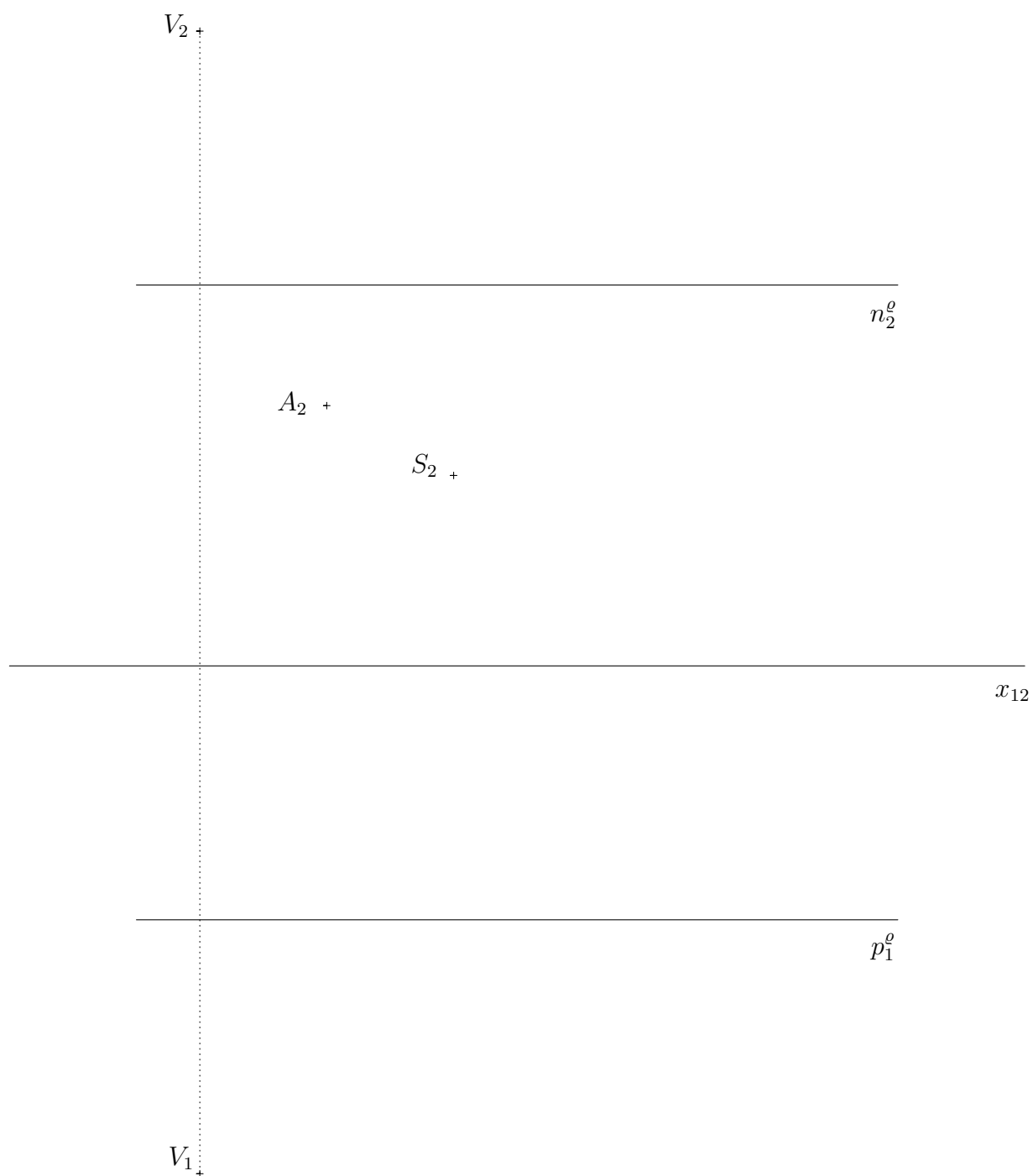
**Příklad 69.** Sestrojte krychli  $ABCDEFGH$ , jsou-li dány vrcholy  $A, B$  a o vrcholu  $C$  pouze víme, že leží v půdorysně  $\pi$ .



**Příklad 70.** Sestrojte hranol  $ABCDEA'B'C'D'E'$  s podstavou pravidelného pětiúhelníku v rovině  $\varrho$ , je-li dán vrchol  $A$  a střed  $S$  této podstavy a vrchol horní podstavy  $A'$ .

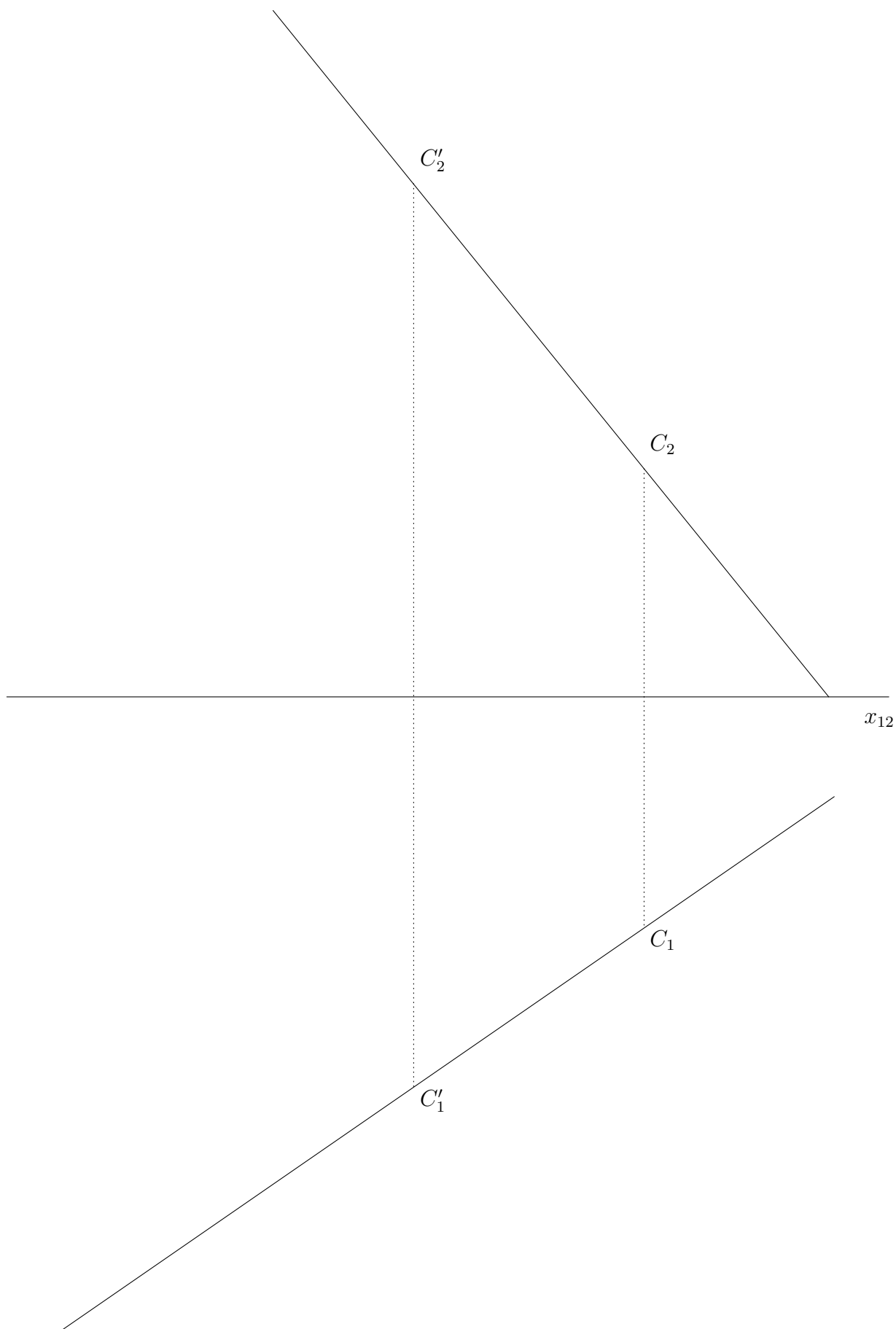


**Příklad 71.** Sestrojte jehlan  $ABCDEFV$  s podstavou pravidelného šestiúhelníku v rovině  $\varrho$ .

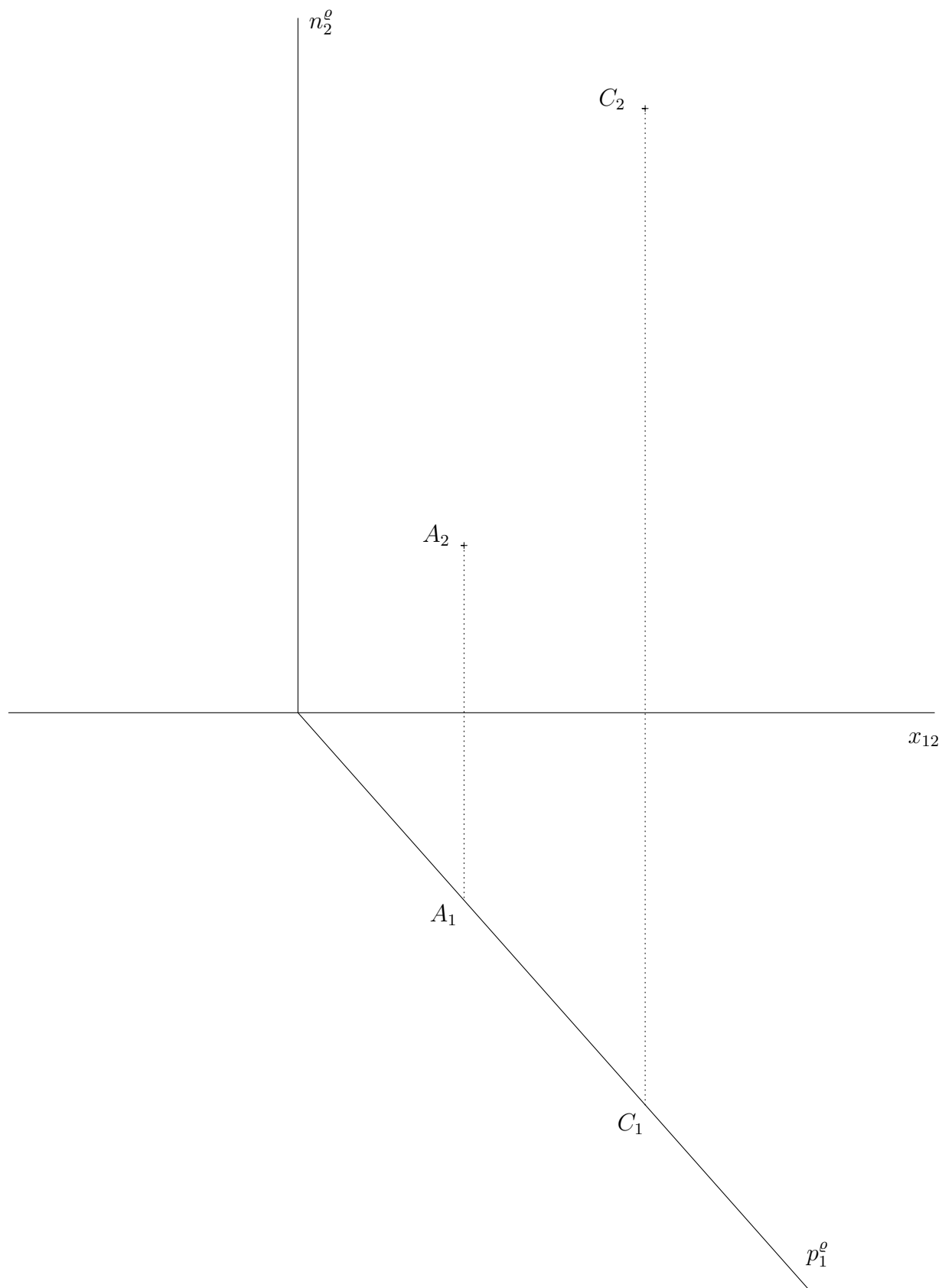




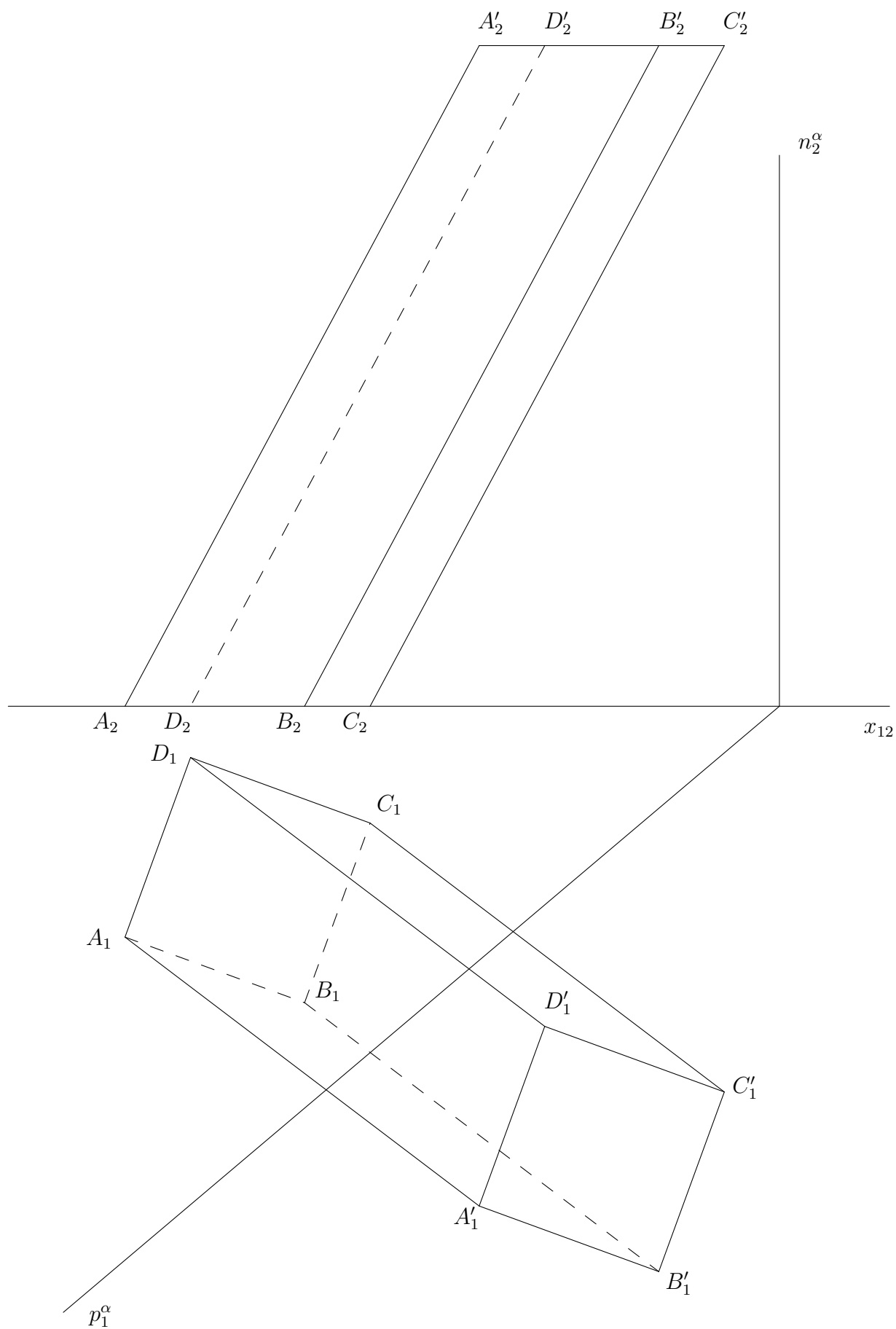
**Příklad 72.** Sestrojte pravidelný trojboký hranol  $ABCA'B'C'$ , je-li dána pobočná hrana  $CC'$  a víme, že hrana  $AB$  leží v půdorysně.



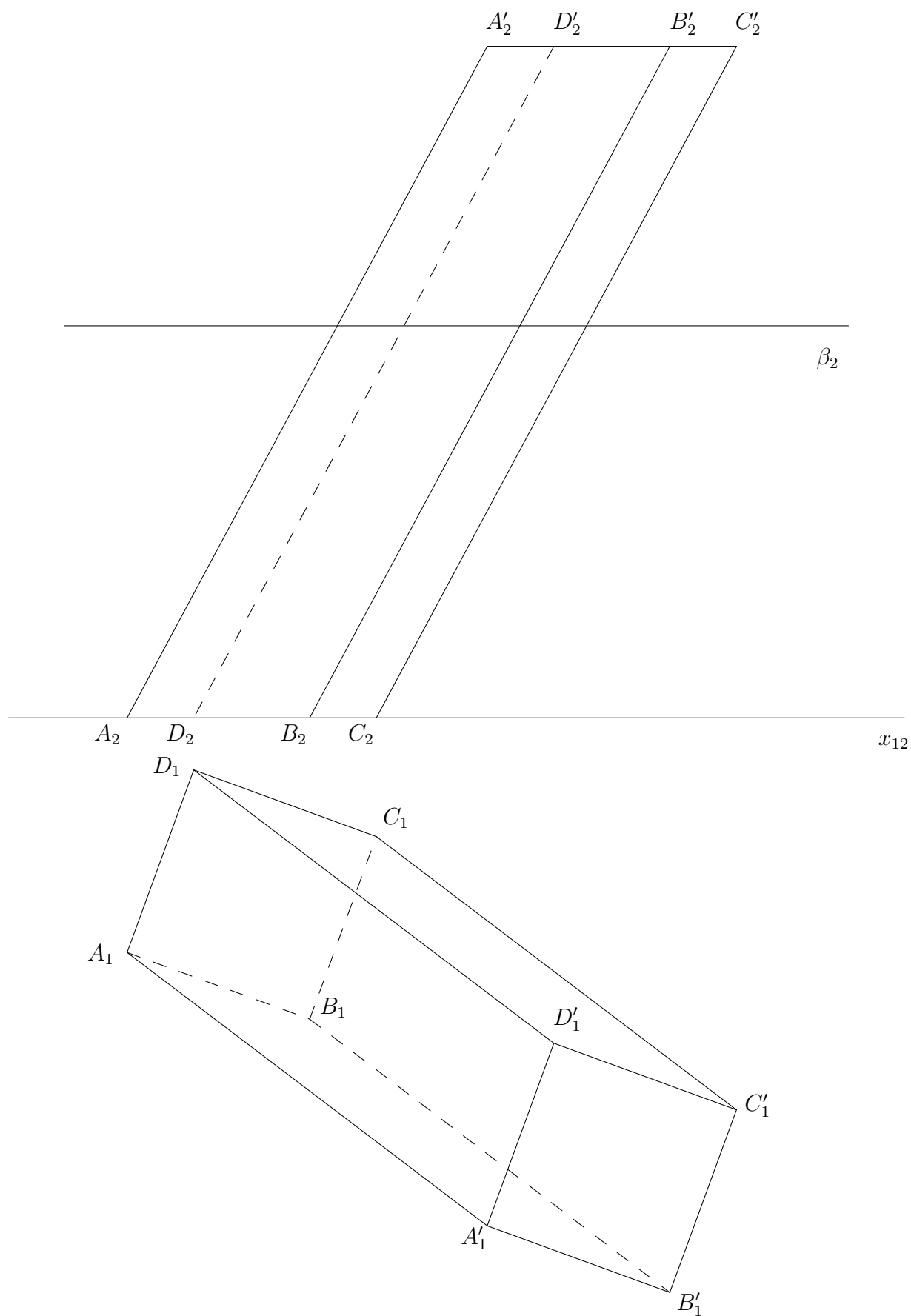
**Příklad 73.** Sestrojte pravidelný osmistěn, jehož příčný řez  $ABCD$  leží v rovině  $\varrho$ .



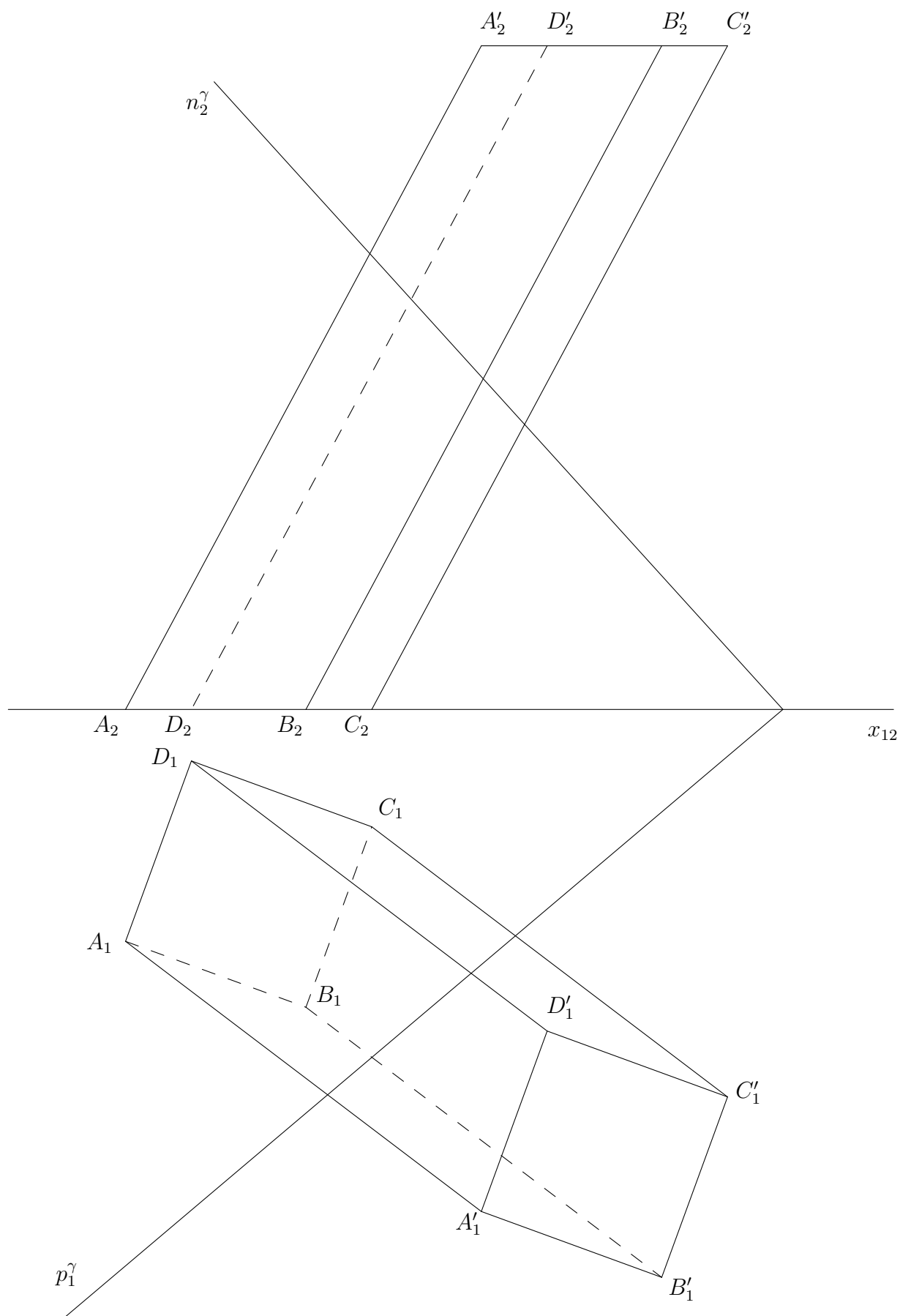
**Příklad 74.** Sestrojte řez čtyřbokého hranolu  $ABCD A' B' C' D'$  rovinou  $\alpha$ .



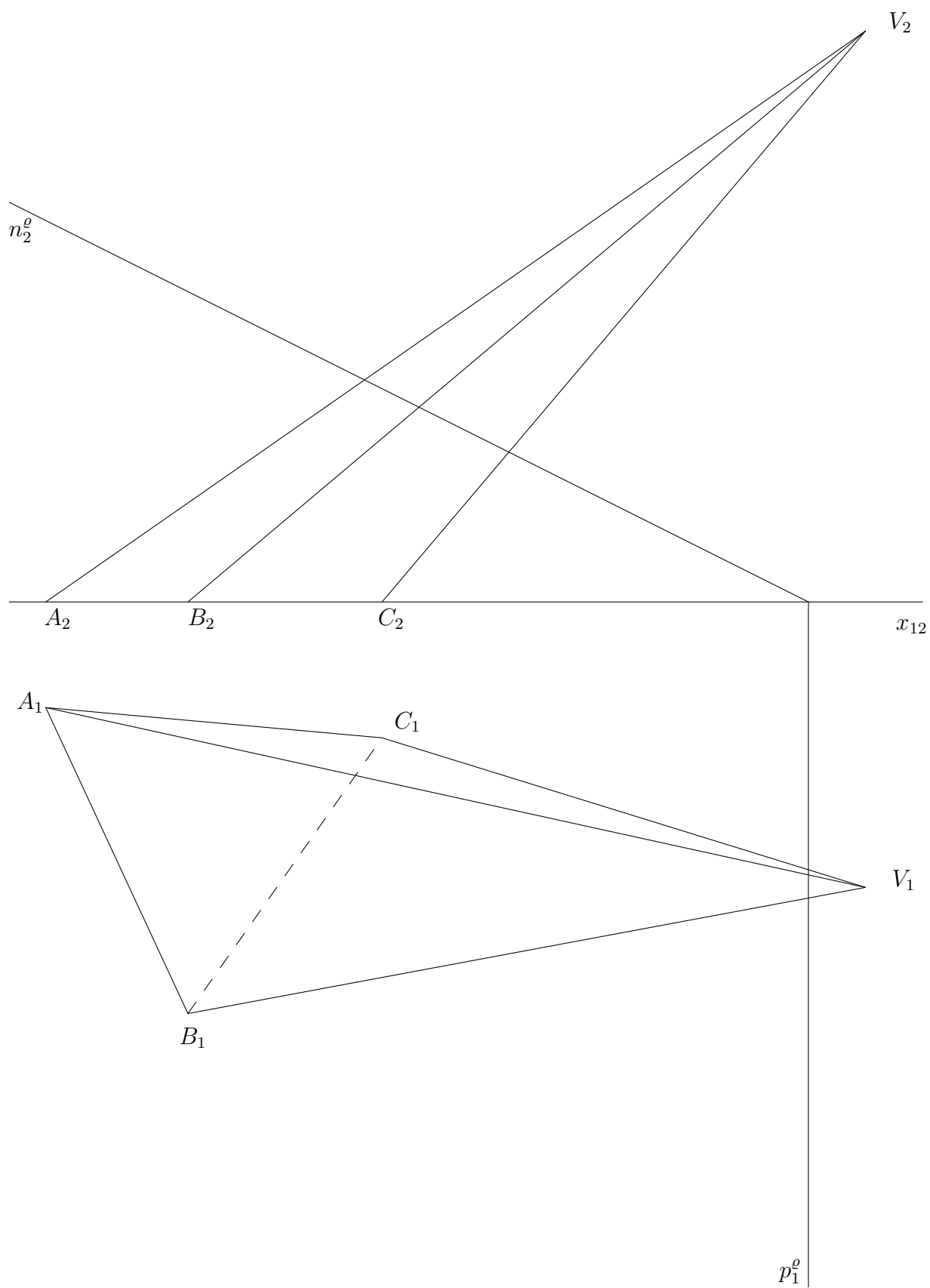
**Příklad 75.** Sestrojte řez čtyřbokého hranolu  $ABCDA'B'C'D'$  rovinou  $\beta$ .



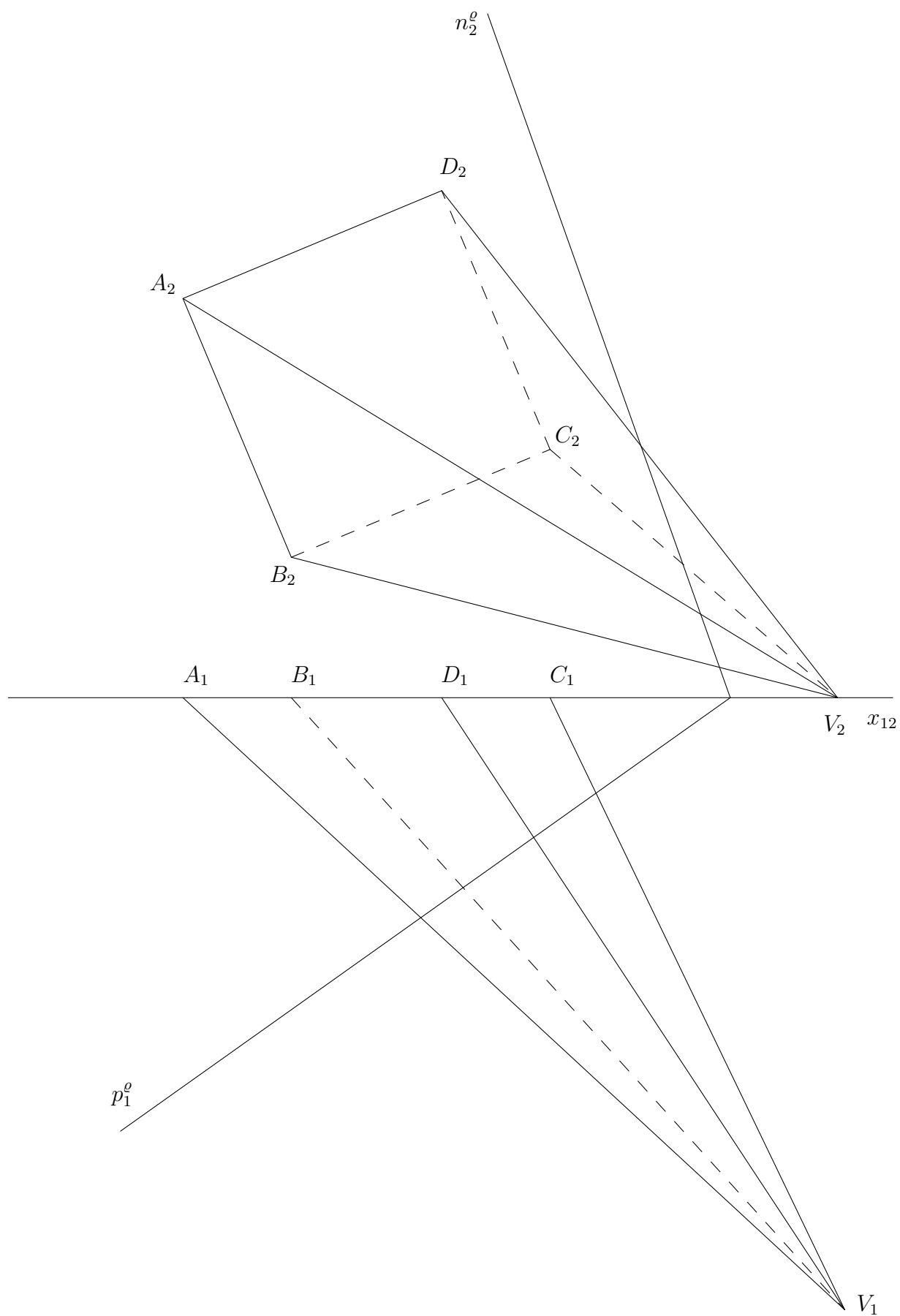
**Příklad 76.** Sestrojte řez čtyřbokého hranolu  $ABCD A' B' C' D'$  rovinou  $\gamma$ .



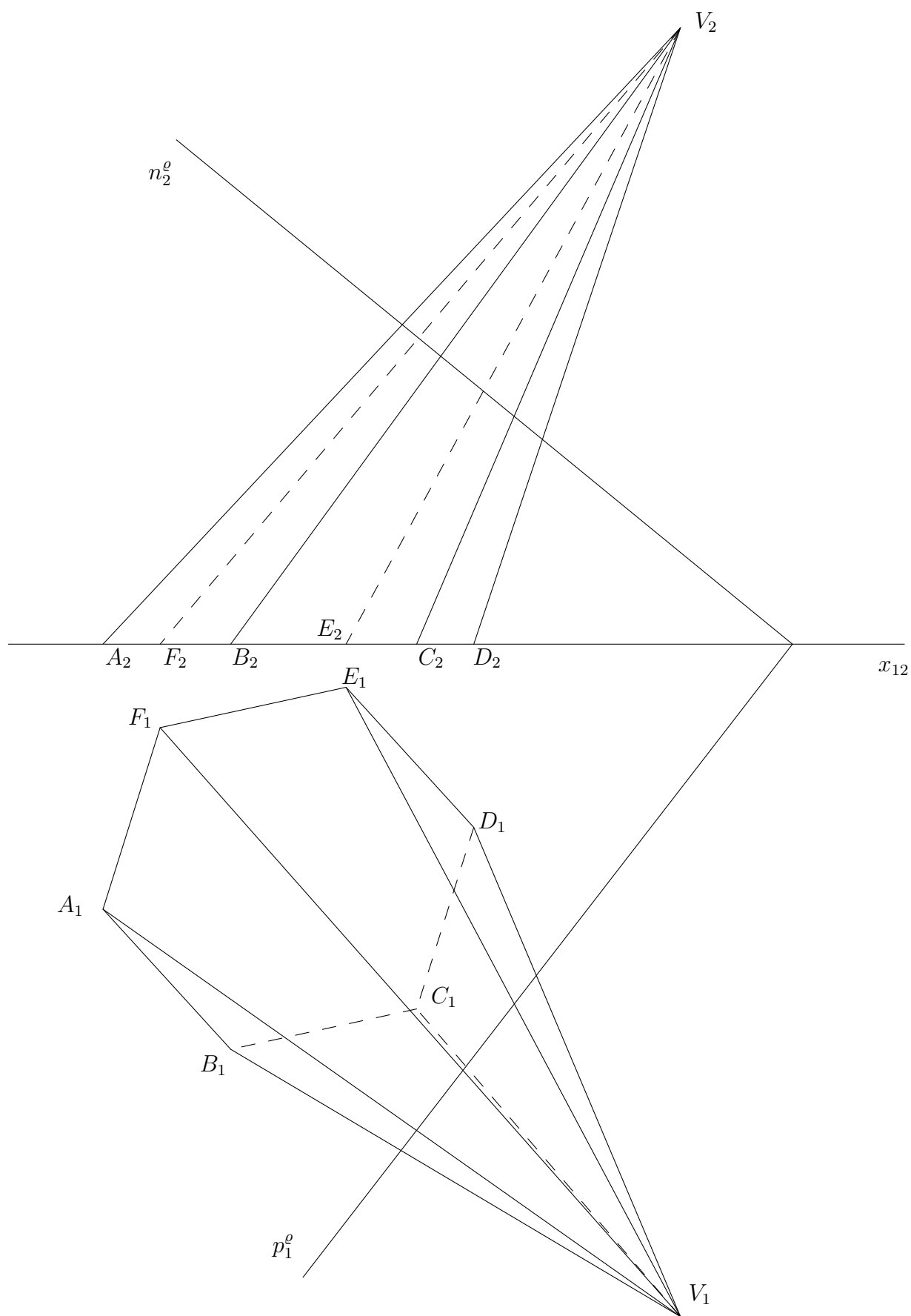
Příklad 77. Sestrojte řez trojbokého jehlanu  $ABCV$  rovinou  $\rho$ .



**Příklad 78.** Sestrojte řez čtyřbokého jehlanu  $ABCDV$  rovinou  $\rho$ .

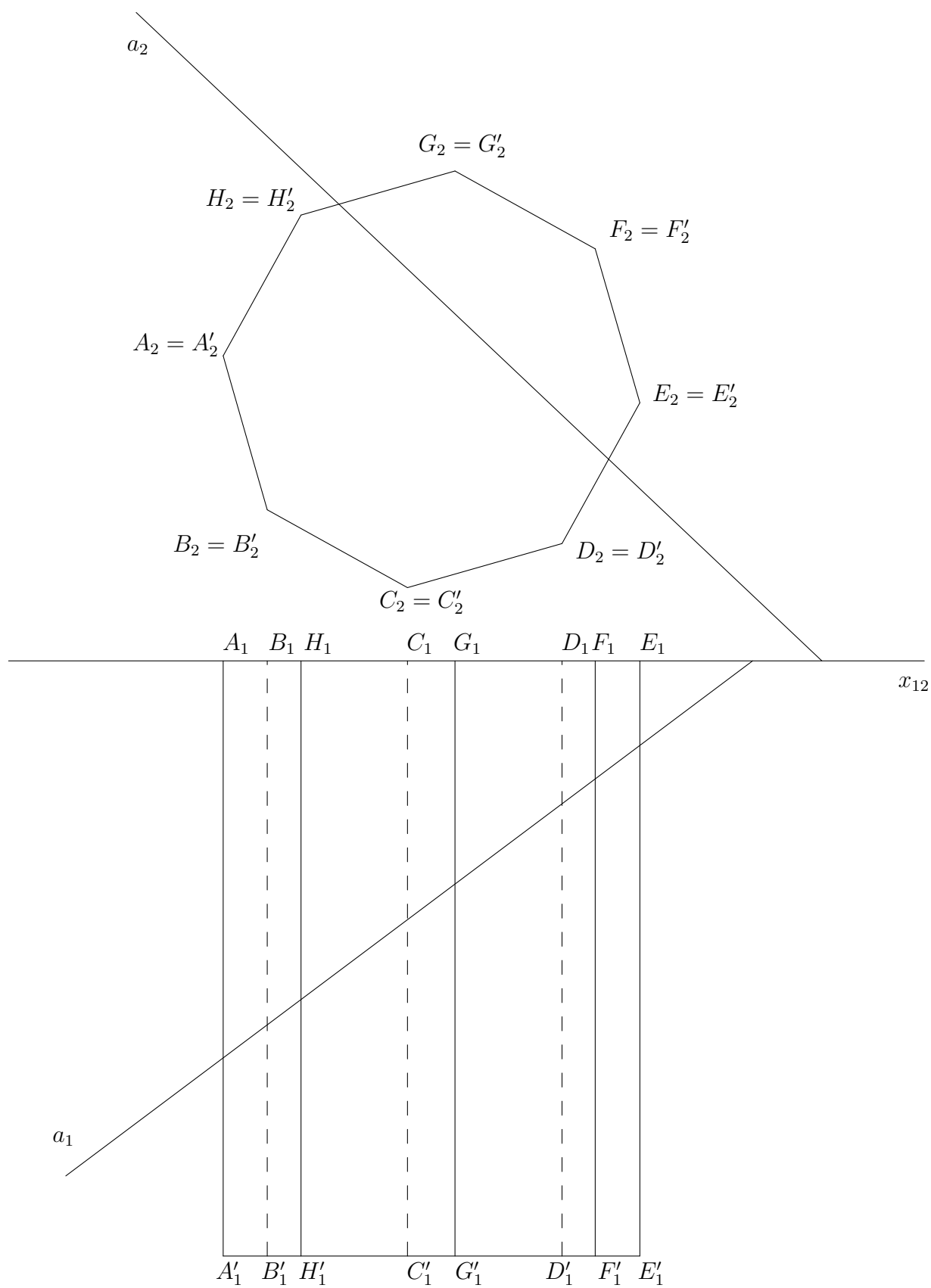


**Příklad 79.** Sestrojte řez šestibokého jehlanu  $ABCDEFV$  rovinou  $\varrho$ .

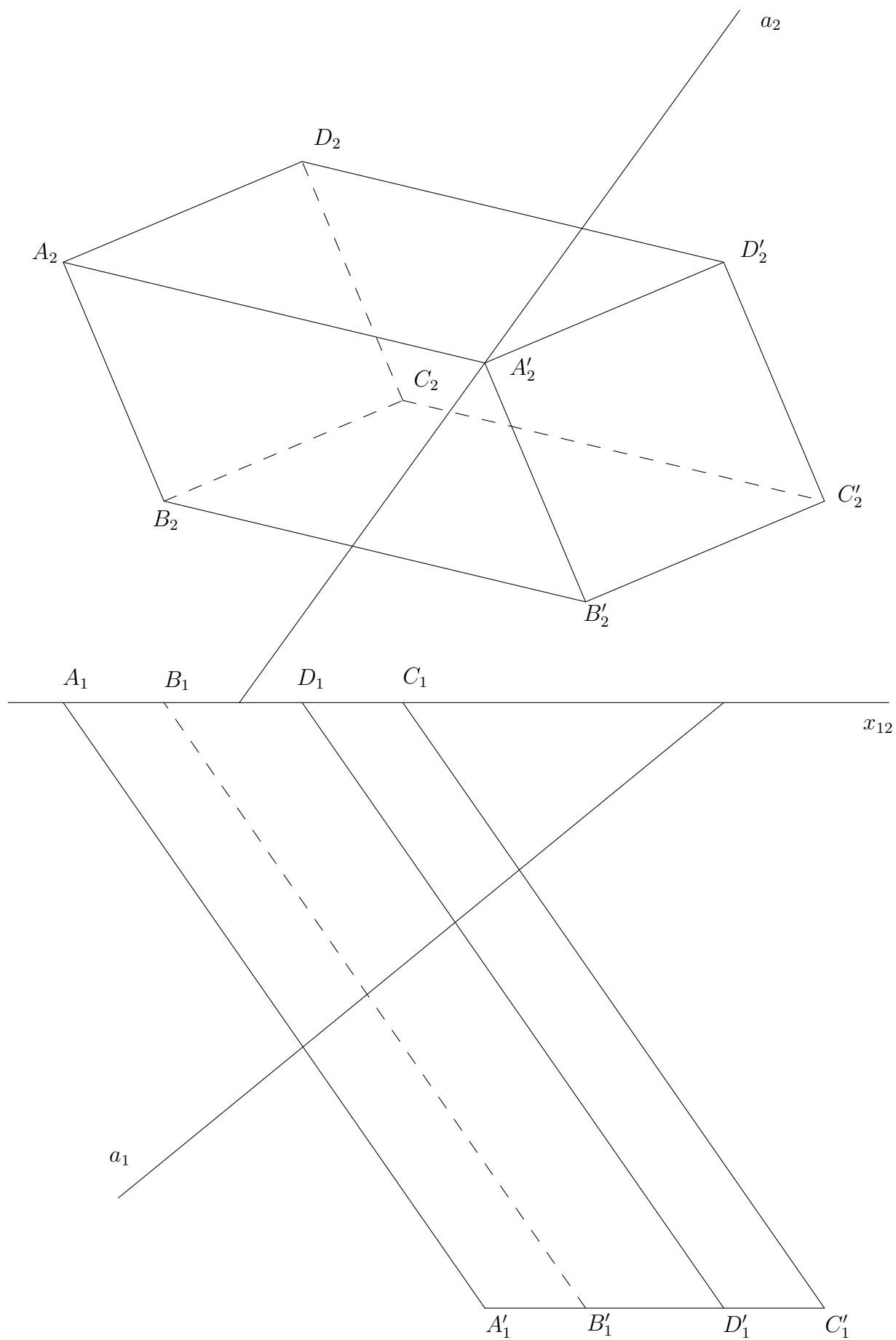




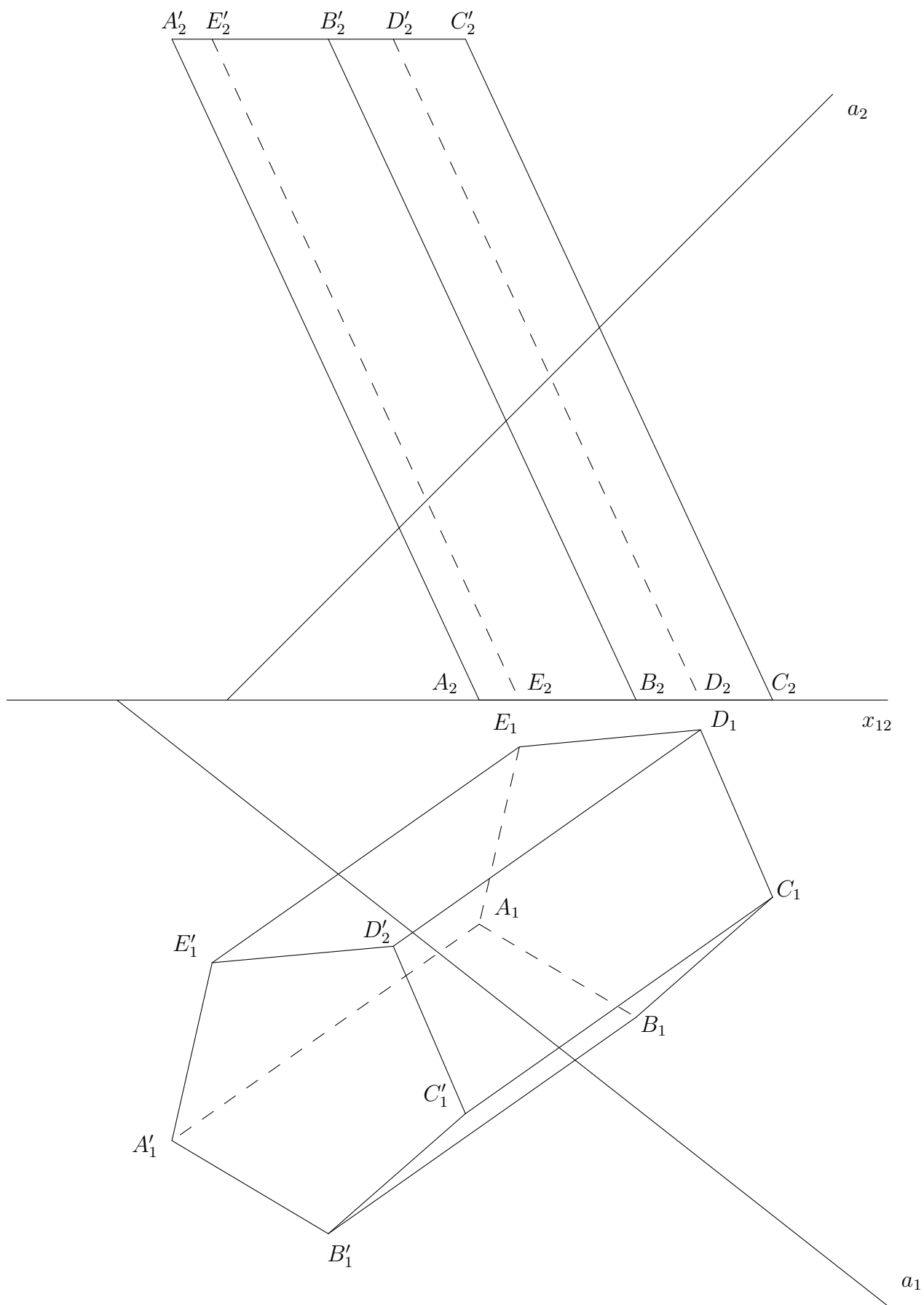
**Příklad 80.** Zobrazte průsečíky přímky  $a$  s hranolem  $ABCDEFGHA'B'C'D'E'F'G'H'$ .



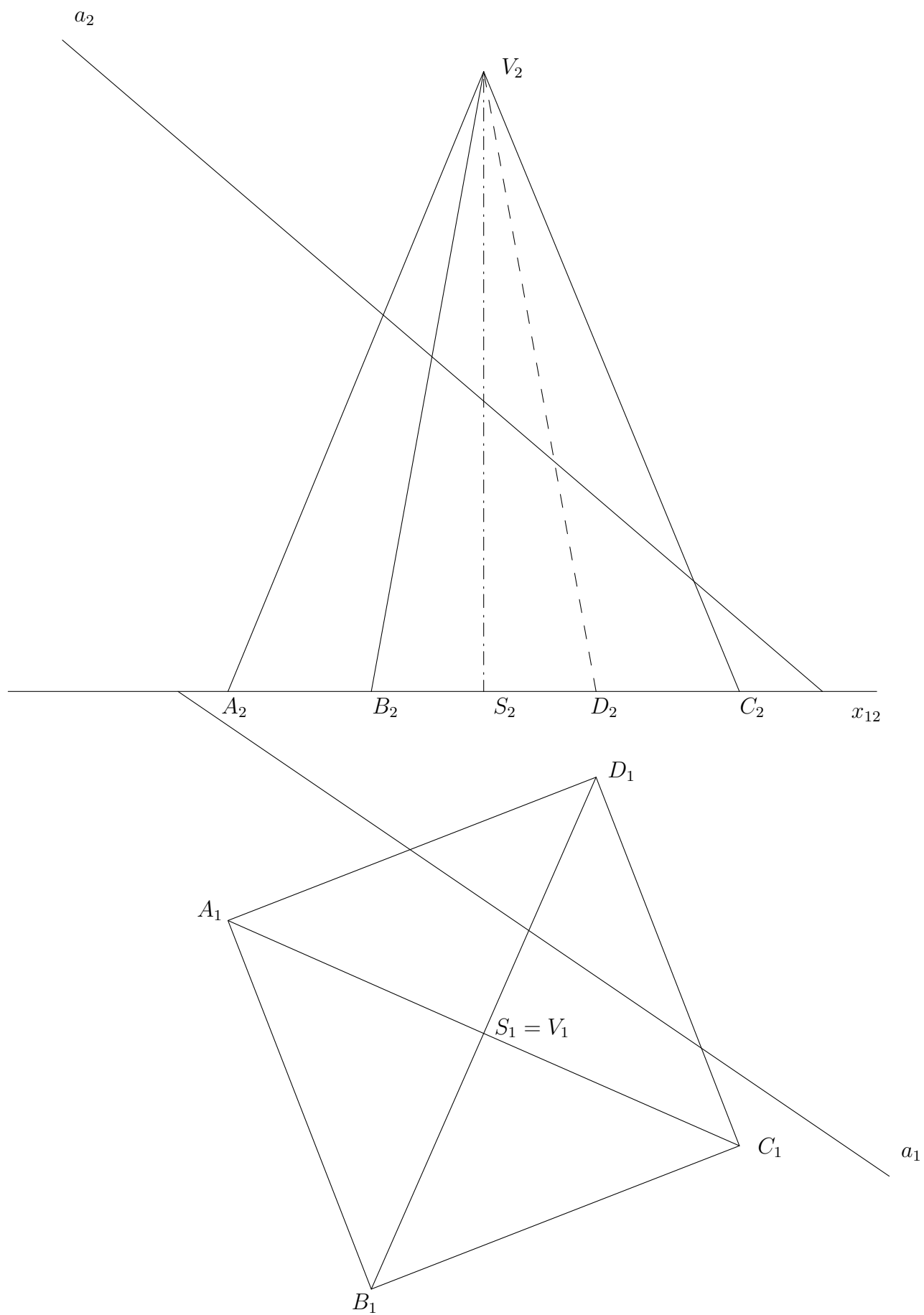
**Příklad 81.** Zobrazte průsečíky přímky  $a$  s hranolem  $ABCD A'B'C'D'$ .



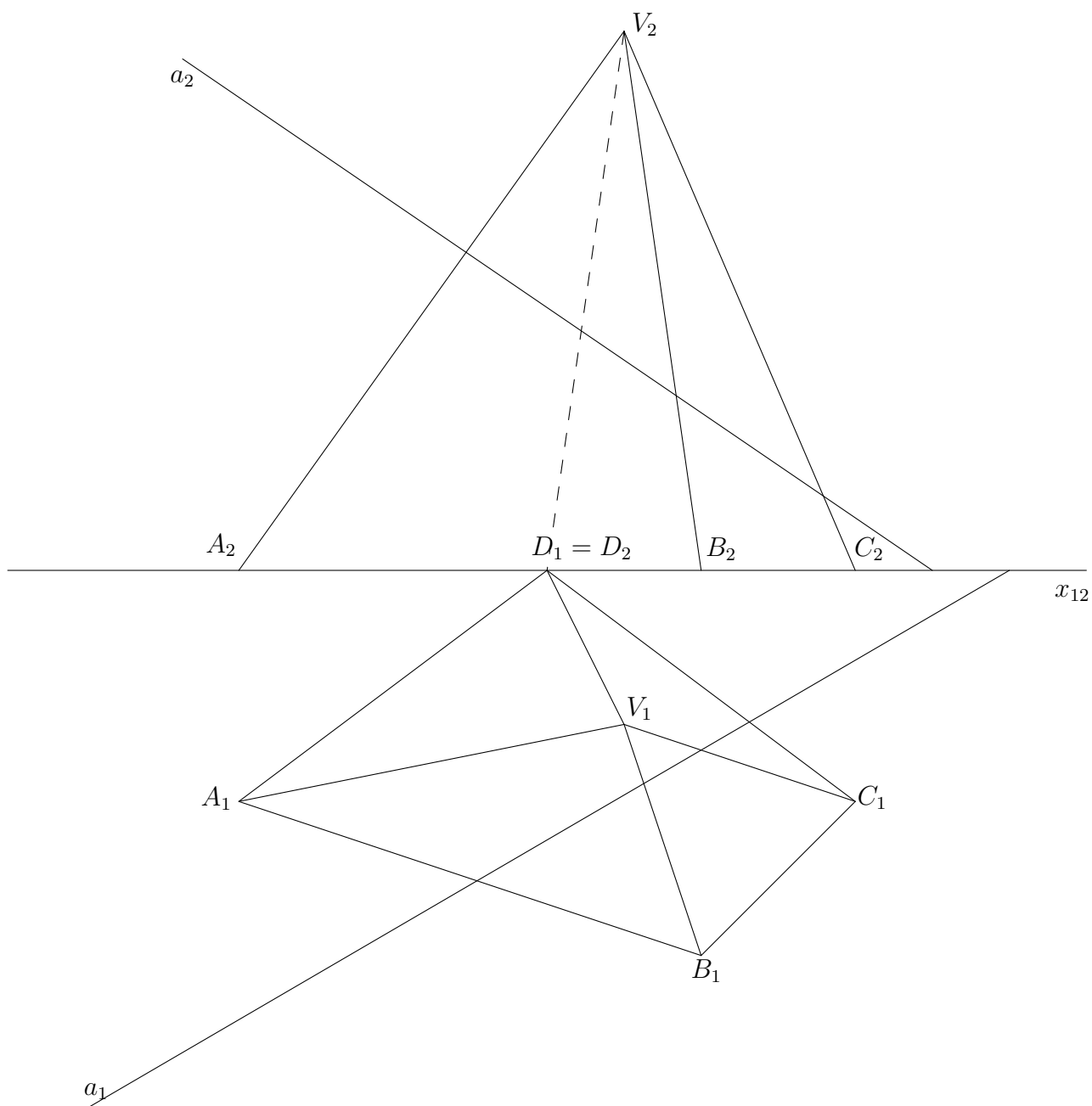
**Příklad 82.** Zobrazte průsečíky přímky  $a$  s hranolem  $ABCDEA'B'C'D'E'$ .



**Příklad 83.** Zobrazte průsečíky přímky  $a$  s jehlanem  $ABCDV$ .



**Příklad 84.** Zobrazte průsečíky přímky  $a$  s jehlanem  $ABCDV$ .



**Příklad 85.** Zobrazte průsečíky přímky  $a$  s osmistěnou  $ABCDVV'$ .

