

Ke každému příkladu uveďte okomentovaný postup vedoucí k výsledku. Nezapomeňte zohlednit podmínky užívaných vět!

1. Spočtěte integrál

$$\int_C \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy,$$

kde C je přímka spojující body $[0, 1]$ a $[-2, 4]$.

2. Spočtěte hmotnost plochy, která je dána jako $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$, pro $x \geq 0$, $y \leq 0$, $z \leq 1$, je-li její hustota dána jako $\rho(x, y) = x + y$.

3. Spočtěte integrál

$$\iint_S z dx dy - (x + y) dy dz,$$

kde plocha S je dána jako $z = x^2 + y^2$, která je ohraničená omezením $0 \leq z \leq 2$ a normálový vektor směřuje dovnitř.

4. Spočtěte integrál

$$\iint_S (x^2 + y^2 + z^2) dy dz + (x^2 + y^2 + z^2) dx dz + (z^2 + x^2) dx dy,$$

kde plocha S je hranicí krychle $[0, 1]^3$ s vnější normálou orientovanou dovnitř.