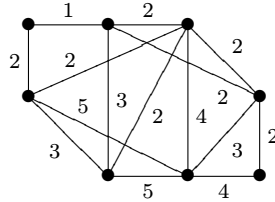
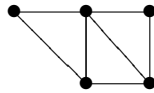


## Teorie grafů – podzim 2014 – 2. termín

1. (10 bodů) Nalezněte všechny kostry nejmenší váhy v grafu



2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu

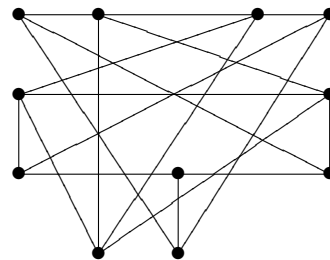
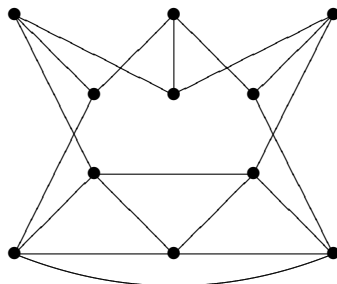


3. (5 bodů) Dejte příklad nakreslení nějakého grafu s pěti vrcholy v rovině, které má právě sedm stěn. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad grafu  $G$  se sedmi vrcholy, který splňuje  $\kappa(G) = 1$  a  $\kappa'(G) = 3$ . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu  $G$  se sedmi vrcholy, který splňuje  $\chi(G) = \chi'(G) = 4$ . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla  $x$  a  $y$  je posloupnost

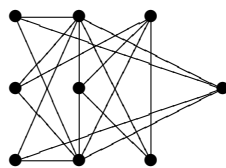
$$(2, 3, 4, 4, 5, x, 7, y, y)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty  $x$  a  $y$  dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy se šesti vrcholy, jejichž blokový strom má právě pět vrcholů.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Necht  $n \geq 3$  je celé číslo a  $G$  je obyčejný graf s  $n + 1$  vrcholy  $u_1, \dots, u_n, v$ , přičemž tyto vrcholy jsou spojeny hranami  $u_i v$  pro všechny indexy  $i \in \{1, \dots, n\}$  a  $u_i u_j$  pro  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  taková, že číslo  $i - j$  je kongruentní 1 nebo 2 modulo  $n$ . Určete hranovou a vrcholovou souvislost  $G$ , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je  $G$  eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte řez sítě a rezervní polocestu.
12. (5 bodů) Formulujte větu o struktuře 2-souvislých grafů a vysvětlete všechny pojmy, které se v ní vyskytují.
13. (10 bodů) Necht  $X$  značí množinu všech konečných podmnožin množiny  $\mathbb{N}$ . Dokažte, že pro každou ekvivalenci konečného indexu na  $X$  existuje třída rozkladu taková, že obsahuje dvě disjunktní množiny i jejich sjednocení.