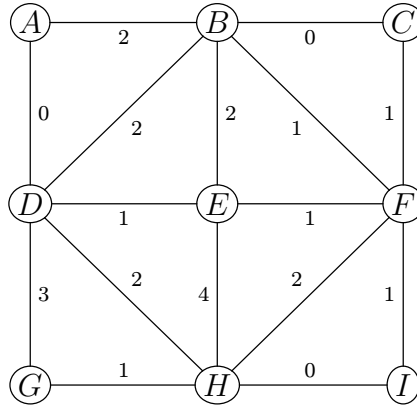


Teorie grafů – podzim 2021 – 3. termín

1. (10 bodů) Na následujícím grafu předvedte běh Dijkstrova algoritmu s počátečním vrcholem E . Vyznačte algoritmem získaný strom nejkratších cest.



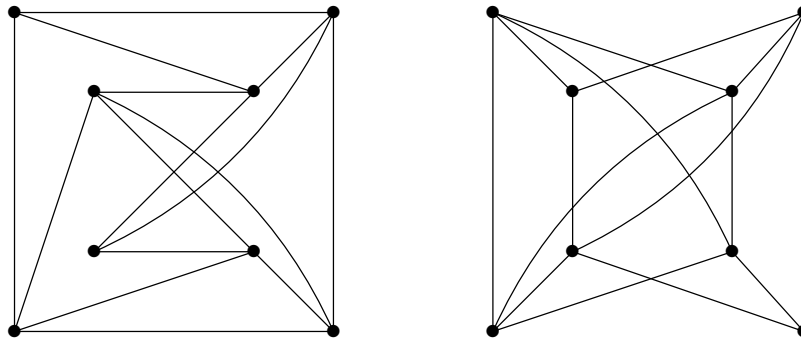
2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu $K_{2,3}$.
3. (5 bodů) Dejte příklad 3-regulárního grafu s osmi vrcholy a jeho dvou vrcholů u a v takových, že $d(u, v) = 3$ a existují právě čtyři nejkratší cesty z u do v . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad eulerovského grafu G se sedmi vrcholy, který splňuje $\chi'(G) \geq 5$ a $\chi(G) = 2$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu se šesti vrcholy, který má až na izomorfismus právě tři kostry. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která nezáporná celá čísla x a y je posloupnost

$$(x, x, x, x + 2, y, y + 2, y + 2, y + 2, y + 2)$$

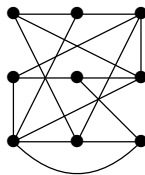
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy se šesti vrcholy a pěti hranami, které mají právě jeden bod artikulace.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí

zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 2$ je celé číslo a nechť G je obyčejný graf, který vznikne z grafu K_n provedením dělení jedné jeho hrany. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte vrcholovou a hranovou souvislost grafu κ a κ' .
12. (5 bodů) Formulujte Ramseyho větu pro k barev.
13. (10 bodů) Dokažte, že v každém n -souvislém grafu, který má právě $2n$ vrcholů, existuje perfektní párování.