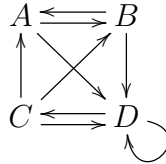
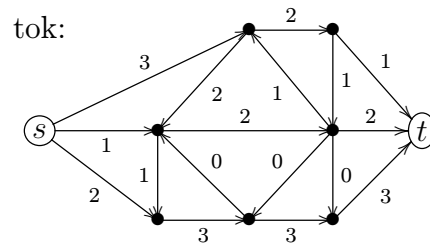
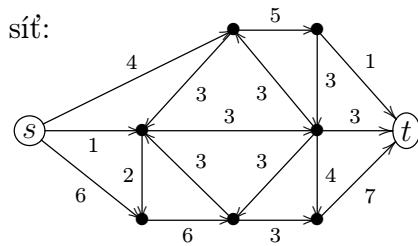


Teorie grafů – podzim 2022 – 1. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů v následujícím orientovaném grafu, které mají délku 8 a končí ve vrcholu C .



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.



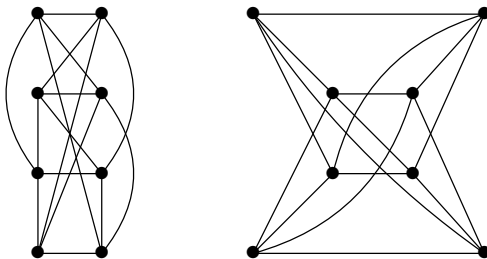
3. (5 bodů) Dejte příklad 2-souvislého grafu, který má právě 12 koster. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad eulerovského grafu G se šesti vrcholy takového, že se hodnota $\chi'(G)$ liší od nejmenšího stupně vrcholu v G přesně o 1. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad obyčejného grafu s devíti vrcholy a jeho dvou vrcholů, mezi nimiž vede právě pět tahů délky 4. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která nezáporná celá čísla x a y je posloupnost

$$(x, x, x, x + 2, y, y + 1, y + 2, y + 2, y + 2)$$

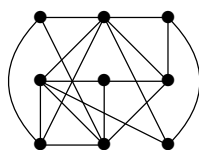
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní 2-souvislé grafy G se sedmi vrcholy, které splňují $\chi(G) = \kappa'(G) = \kappa(G) + 1$.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 1$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf s $3n + 3$ vrcholy u, v, w a u_k, v_k, w_k pro $k = 1, \dots, n$ a s hranami $uu_k, vv_k, ww_k, u_kv_k, v_kw_k$ a u_kw_k pro $k = 1, \dots, n$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte blokový strom včetně v definici použitých pojmů.
12. (5 bodů) Formulujte Mengerovu větu o vrcholové souvislosti obyčejných grafů a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Buď G souvislý graf, který má právě dva bloky. Dokažte, že celý střed grafu G je obsažen v jednom z těchto bloků.