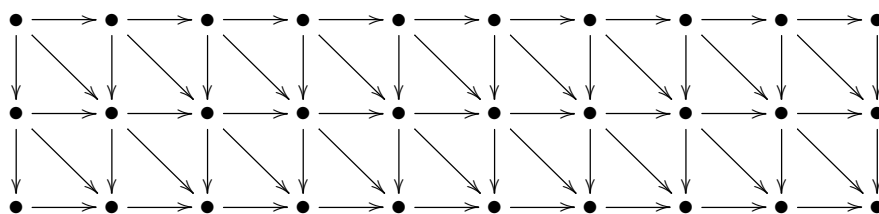


## Domácí úkol z kombinatoriky, 7. prosince 2023

Přestože tento domácí úkol nebudete odevzdávat, měli byste si jej ve vlastním zájmu sepsat. Nezapomeňte vždy zapsat i úvahu, kterou jste k výsledku došli, způsobem, kterým byste svůj postup vysvětlili spolužákovi.

Vzorové řešení zadaných úloh bude uveřejněno v interaktivní osnově 10. prosince 2023, abyste si svůj domácí úkol mohli sami opravit.

1. Ve čtvercové síti je povoleno jít dolů, doprava a diagonálně vpravo dolů (viz náčrtek). Označme  $a_n$ , kde  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \geq 0$ , počet cest z daného startovního bodu do cílového bodu, který je o dvě délky strany čtverce níže a o  $n$  délek strany čtverce vpravo (náčrtek popisuje situaci pro  $n = 9$ ).



Nalezněte rekurentní vztah pro výpočet členů posloupnosti  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  pomocí předchozích členů. Vypočítejte  $a_{13}$ .

2. Rekurentní posloupnost  $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$  je dána svými počátečními hodnotami  $b_0 = 1$ ,  $b_1 = 5$ , a rekurentním vztahem  $b_{n+1} = 4b_n - 7b_{n-1}$  platným pro každé přirozené číslo  $n$ . Nalezněte explicitní vyjádření členu  $b_n$  této posloupnosti, tj. vyjádření, ve kterém nebudou vystupovat jiné členy této posloupnosti (jedinou proměnnou bude  $n$ ).
3. Kolik anagramů můžeme vytvořit ze slova ABCDE? Určete, kolik z těchto anagramů splňuje, že každé jejich písmeno stojí na jiném místě než stálo v původním slově (tj. dotyčný anagram nezačíná písmenem A, nemá na druhém místě písmeno B, nemá na třetím místě písmeno C, nemá na čtvrtém místě písmeno D, ani nekončí písmenem E).