Ústav matematiky a statistiky
Přírodovědecká fakulta
Masarykova univerzita

C1480: Úvod do matematiky - seminář

Téma 1: Lineární algebra 1/2

Veronika Bendová, **Vladimír Horský**

bendova.veroonika@gmail.com

Přehled pojmů

- **vektor** . . . posloupnost čísel
- **délka vektoru** . . . počet čísel ve vektoru
- **skalární součin vektorů** . . . speciální násobení dvou vektorů, jehož výsledkem je číslo
- **matice** . . . tabulka čísel
- **transpozice matice** . . . zrcadlové převrácení matice podle hlavní diagonály
- **dimenze matice** . . . počet řádků matice a počet sloupců matice

- **násobení matic** ... speciální proces násobení dvou matic dimenzí $(k \times l)$ a $(l \times m)$, jehož výsledkem je nová matice dimenze $(k \times m)$

- **(hlavní) diagonála matice** ... prvky matice na pozicích [1,1], [2,2], [3,3], ...

- **determinant matice** ... číslo, které umíme vypočítat z každé čtvercové matice. Počítá se různě v závislosti na dimenzi matice:
  - matice dimenze $2 \times 2 \rightarrow$ křížové pravidlo
  - matice dimenze $3 \times 3 \rightarrow$ Sarussovo pravidlo
  - matice dimenze 4×4 a vyšší $\rightarrow$ Laplaceův rozvoj (zde neděláme)

Základní operace s vektory

Mějme vektory: $a = (2, 1, 2)$, $b = (-1, 0, 1)$, $c = (1, 2, 1, 1)$, $d = (1, 0, -2, 0)$, $e = (3, 0, 1, 3)$, $f = (-1, 1, 0, -2)$.

Příklad 1.1. Délka vektorů
Určete délku vektoru

1. $c = (1, 2, 1, 1)$

Příklad 1.2. Sčítání vektorů, odčítání vektorů, násobení skalárem
Vypočítejte

1. $a + b$

2. $a - 2b$

Mějme vektory: $a = (2, 1, 2)$, $b = (-1, 0, 1)$, $c = (1, 2, 1, 1)$, $d = (1, 0, -2, 0)$, $e = (3, 0, 1, 3)$, $f = (-1, 1, 0, -2)$.

Příklad 1.3. Skalární součin vektorů
Vypočítejte následující skalární součin

1. $4a \cdot b$

Základní operace s maticemi

Mějme matice: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$,
$E = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 1.4. Transpozice matic
Určete tvar následujících matic

1. A^T

2. F^T

Mějme matice: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 1.5. Dimenze matic
Určete dimenzi následujících matic

1. A
2. A^T
3. $A^T \cdot B^T$

Mějme matice: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 1.6. Sčítání matic, odčítání matic, násobení skalárem
Vypočítejte

1. $C + D$

2. $C + D^T$

2. $B^T - 2A$

Mějme matice: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 1.7. Násobení matic
Vypočítejte

1. $A \cdot B$
2. $A^T \cdot B^T$
3. $C \cdot F^T$

Příklad 1.8. Diagonála matice
Najděte (hlavní) diagonálu následujících matic

1. $A \cdot B$
2. $A^T \cdot B^T$
3. $C \cdot F^T$

Determinant matice

Příklad 1.12. Determinant matice
Stanovte následující determinanty

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

Příklad 1.13. Rovnice s determinanty
Vyřešte následující rovnici

1. $\begin{vmatrix} z & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} z & 1 \\ 2 & z \end{vmatrix} = -1$