

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ
TÉMA 1: LINEÁRNÍ ALGEBRA

SKUPINA: A

VERONIKA HORSKÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022**1.1 Základní operace s vektory**Mějme vektory $a = (2, 1, 2)$, $b = (-1, 0, 1)$, $c = (1, 2, 1, 1)$, $d = (1, 0, -2, 0)$, $e = (3, 0, 1, 3)$, $f = (-1, 1, 0, -2)$.**Příklad 1.1. Délka vektorů**

Určete délku následujících vektorů

1. $b = (-1, 0, 1)$ 3

2. $e = (3, 0, 1, 3)$ 4

Příklad 1.2. Sčítání vektorů, odčítání vektorů, násobení skalárem

Vypočítejte

1. $c + d$ $(2, 2, -1, 1)$

2. $e - 3f$ $(6, -3, 1, 9)$

3. $a + 2b + f$ nejde

4. $5c - (3d + 4e)$ $(-10, 10, 7, -7)$

Příklad 1.3. Skalární součin vektorů

Vypočítejte následující skalární součiny

1. $8c \cdot d$ -8

2. $-b \cdot a - 2e \cdot f$ 18

1.2 Základní operace s maticemi

Mějme matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 1.4. Transpozice matic

Určete tvar následujících matic

1. C^T $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

2. F^T $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Příklad 1.5. Dimenze matic

Určete dimenzi následujících matic

1. B 3×1

2. $E \cdot D^T$ 2×3

3. $F^T \cdot C$ nejde

Příklad 1.6. Sčítání matic, odčítání matic, násobení skalárem

Vypočítejte

1. $E - F$

nejde

2. $2C^T + 4D$

$$\begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 6 & 8 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$$

Příklad 1.7. Násobení matic

Vypočítejte

1. $E \cdot D^T$

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 4 & -4 & -7 \end{pmatrix}$$

2. $C \cdot C^T + 3E$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Příklad 1.8. Diagonála matice

Najděte (hlavní) diagonálu následujících matic

1. $E \cdot D^T$

$$(-4 \ -4)$$

2. $C \cdot C^T + 3E$

$$(4 \ -1)$$

1.3 Gaussova eliminace, lineární (ne)závislost vektorů, soustavy lineárních rovnic**Příklad 1.9. Lineární závislost a nezávislost vektorů**

Zjistěte, zda jsou následující vektory lineárně závislé nebo lineárně nezávislé. V případě lineární závislosti vyjádřete jeden z vektorů jako lineární kombinaci zbylých lineárně nezávislých vektorů.

1. $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

lineárně závislé; $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

2. $(2 \ -1 \ 3), (-1 \ 0 \ -2), (5 \ 1 \ 4)$

lineárně nezávislé

Příklad 1.10. Hodnota matice

Stanovte, jaká je hodnota následujících matic

1. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 5 & -2 & 7 \end{pmatrix},$

2

2. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

3

Příklad 1.11. Řešení soustavy lineárních rovnic

Vyřešte následující soustavy lineárních rovnic

1.
$$\begin{aligned} h_1 + 2h_2 + 3h_3 &= -2 \\ &+ 2h_2 + 4h_3 = 1 \\ -2h_1 + h_2 + 4h_3 &= 0 \end{aligned}$$

nemá řešení

2.
$$\begin{aligned} -v_1 + 3v_2 + 5v_3 &= 5 \\ -2v_1 + 2v_2 + 7v_3 &= -3 \\ v_1 &- 2v_3 = 4 \end{aligned}$$

$$v_1 = 2, v_2 = 4, v_3 = -1$$

1.4 Determinant matice

Příklad 1.12. Determinant matice

Stanovte následující determinanty

$$1. \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \qquad -6$$

$$2. \begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix} \qquad 1$$

Příklad 1.13. Rovnice s determinanty

Vyřešte následující rovnici

$$1. 3 \begin{vmatrix} 1 & r & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & r & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & r \\ 1 & -1 & 0 \\ r & 0 & 1 \end{vmatrix} = 5 \qquad r = -3 \text{ nebo } r = 3$$