

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ
TÉMA 1: LINEÁRNÍ ALGEBRA

SKUPINA: B

VERONIKA HORSKÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

1.1 Základní operace s vektory

Mějme vektory $a = (2, 1, 2)$, $b = (-1, 0, 1)$, $c = (1, 2, 1, 1)$, $d = (1, 0, -2, 0)$, $e = (3, 0, 1, 3)$, $f = (-1, 1, 0, -2)$.

Příklad 1.1. Délka vektorů

Určete délku následujících vektorů

1. $a = (2, 1, 2)$ 3

2. $f = (-1, 1, 0, -2)$ 4

Příklad 1.2. Sčítání vektorů, odčítání vektorů, násobení skalárem

Vypočítejte

1. $d + e$ (4, 0, -1, 3)

2. $2c - d$ (1, 4, 4, 2)

3. $b - f + 3e$ nejde

4. $3f - (4d - c)$ (-6, 5, 9, -5)

Příklad 1.3. Skalární součin vektorů

Vypočítejte následující skalární součiny

1. $3e \cdot c$ 21

2. $a \cdot b - 8d \cdot f$ 8

1.2 Základní operace s maticemi

Mějme matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 1.4. Transpozice matic

Určete tvar následujících matic

1. D^T $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

2. F^T $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Příklad 1.5. Dimenze matic

Určete dimenzi následujících matic

1. C 2×3

2. $D^T \cdot C^T$ 2×2

3. $E \cdot F$ nejde

Příklad 1.6. Sčítání matic, odčítání matic, násobení skalárem

Vypočítejte

1. $B - 2E$

nejde

2. $3D^T + 2C$

$$\begin{pmatrix} 8 & 6 & -3 \\ -5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Příklad 1.7. Násobení matic

Vypočítejte

1. $D^T \cdot C^T$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$$

2. $C \cdot F + 2D^T$

$$\begin{pmatrix} 2 & 9 & 0 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Příklad 1.8. Diagonála matice

Najděte (hlavní) diagonálu následujících matic

1. $D^T \cdot C^T$

(2 -5)

2. $C \cdot F + 2D^T$

(2 -1)

1.3 Gaussova eliminace, lineární (ne)závislost vektorů, soustavy lineárních rovnic**Příklad 1.9. Lineární závislost a nezávislost vektorů**

Zjistěte, zda jsou následující vektory lineárně závislé nebo lineárně nezávislé. V případě lineární závislosti vyjádřete jeden z vektorů jako lineární kombinaci zbylých lineárně nezávislých vektorů.

1. $(-1 \ 2 \ 5), (-3 \ 2 \ 7), (1 \ 0 \ -2)$

lineárně nezávislé

2. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

lineárně závislé; $-2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Příklad 1.10. Hodnost matice

Stanovte, jaká je hodnost následujících matic

1. $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

3

2. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

2

Příklad 1.11. Řešení soustavy lineárních rovnic

Vyřešte následující soustavy lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 2p_1 - 3p_2 - p_3 &= -7 \\ 1. \quad 3p_1 + p_2 + p_3 &= 4 \\ -p_1 + 4p_2 + 6p_3 &= -3 \end{aligned}$$

$p_1 = 1, p_2 = 4, p_3 = -3$

$$\begin{aligned} 2f_1 - f_2 &= 4 \\ 2. \quad -3f_1 + f_2 + 4f_3 &= -1 \\ -1f_1 + f_3 &= 1 \end{aligned}$$

nemá řešení

1.4 Determinant matice

Příklad 1.12. Determinant matice

Stanovte následující determinanty

$$1. \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \qquad 13$$

$$2. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix} \qquad -9$$

Příklad 1.13. Rovnice s determinanty

Vyřešte následující rovnici

$$1. \begin{vmatrix} 0 & 2 & w \\ -1 & w & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & w & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ w & -1 & w \end{vmatrix} = 4 \qquad w = 1$$