

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ  
TÉMA 1: LINEÁRNÍ ALGEBRA

TEORIE

VERONIKA HORSKÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

## 1 Lineární algebra - Přehled pojmů

- **vektor** ... posloupnost čísel; např.  $(1, 2, 0)$
- **matice** ... tabulka čísel; např.  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
- **délka vektoru** ... počet čísel ve vektoru
- **dimenze matice** ... počet řádků matice a počet sloupců matice
- **(hlavní) diagonála matice** ... prvky matice na pozicích  $[1,1]$ ,  $[2,2]$ ,  $[3,3]$ , ...
- **transpozice matice** ... zrcadlové převrácení matice podle hlavní diagonály; např.  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
- **skalární součin vektorů** ... speciální násobení dvou vektorů, jehož výsledkem je číslo
- **lineární kombinace vektorů** ... např.  $2 \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$  ... vektor  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$  je lineární kombinací vektorů  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  a  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- **lineární závislost vektorů** ... vektory jsou lineárně závislé, pokud lze minimálně jeden z nich vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních vektorů; ... např.  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , a  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$  jsou lineárně závislé vektory
- **lineární nezávislost vektorů** ... vektory jsou lineárně nezávislé, pokud žádný z nich nelze vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních vektorů, ... např. vektory  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  jsou lineárně nezávislé
- **schodovitý tvar matice** ... tvar matice, kde jsou pod diagonálou samé nuly; např.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ , nebo  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , ale i  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Každou matici můžeme převést na schodovitý tvar procesem zvaným Gaussova eliminace.
- **Gaussova eliminace** ... algoritmus, pomocí kterého převádíme matici v libovolném tvaru na matici ve schodovitém tvaru pomocí vhodně volené posloupnosti následujících úprav
  - a) záměna řádků,
  - b) vynásobení libovolného řádku nenulovým číslem,
  - c) přičtení některého řádku nebo jeho násobku k jinému řádku,
  - d) vynechání řádku, který je lineární kombinací ostatních řádků.

- **hodnost matice** ... počet lineárně nezávislých řádků matice (lineárně nezávislé řádky matice jsou ty, které po úpravě na schodovitý tvar neobsahují samé nuly), např. matice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  má 2 lineárně nezávislé řádky.
- **rozšířená matice** ... matice ve tvaru  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 4 \\ 0 & 3 & 2 & | & 4 \\ 1 & 0 & 1 & | & 3 \end{pmatrix}$
- **homogenní soustava lineárních rovnic** ... 
$$\begin{aligned} -2x_1 - 2x_2 - x_3 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ -x_1 + 5x_2 + 4x_3 &= 0 \end{aligned}$$
- **nehomogenní soustava lineárních rovnic** ... 
$$\begin{aligned} -2x_1 - 2x_2 - x_3 &= 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ -x_1 + 5x_2 + 4x_3 &= 3 \end{aligned}$$
- **determinant matice** ... číslo, které umíme vypočítat z každé čtvercové matice. V případě matice dimenze  $2 \times 2$  počítáme determinant křížovým pravidlem, v případě matice dimenze  $3 \times 3$  počítáme determinant matice Sarrusovým pravidlem, v případě matice libovolné dimenze větší než  $3 \times 3$  počítáme determinant Laplaceovým rozvojem (zde neděláme).
- **křížové pravidlo** ... metoda umožňující rychle vypočítat determinant matice dimenze  $2 \times 2$
- **Sarrusovo pravidlo** ... metoda umožňující relativně rychle vypočítat determinant matice dimenze  $3 \times 3$