MUNI

Síla symbolů: Algebra a řešení rovnic

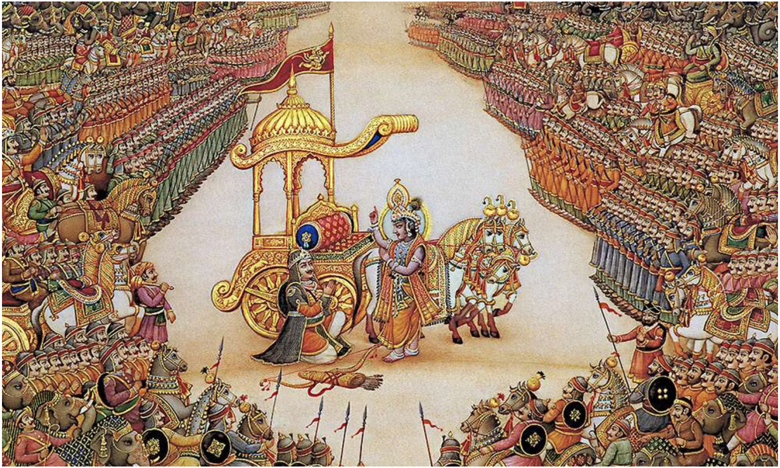
CORE004 Matematika jako součást kultury

Zdeněk Pospíšil
707@mail.muni.cz

Masarykova univerzita

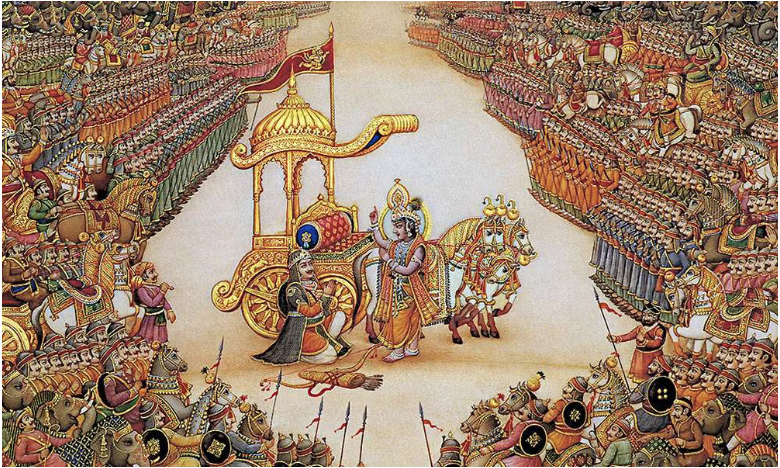
30. září 2024

Obsah



Mahabharata, Adi Parva 2.15-23:

Bojové formace akšauhini: 21 870 válečných vozů
21 870 slonů
65 610 jezdců na koních
109 350 pěšáků



Mahabharata, Adi Parva 2.15-23:

Bojové formace akšauhini: 21 870 válečných vozů $= 2 \cdot 3^7 \cdot 5$

21 870 slonů

65 610 jezdců na koních $= 3 \cdot 21\,870$

109 350 pěšáků $= 5 \cdot 21\,870$

Matematika kalkulací

Původ

Matematika kalkulací

Původ

Brahmagupta (598?–668?)

Stejně, jako v záři Slunce blednou všechny hvězdy, tak také učenec může v obecném shromáždění zastínit slávu jiných, když předloží – a tím spíše když vyřeší – početní úkoly.

Matematika kalkulací

Původ

Brahmagupta (598?–668?)

Stejně, jako v záři Slunce blednou všechny hvězdy, tak také učenec může v obecném shromáždění zastínit slávu jiných, když předloží – a tím spíše když vyřeší – početní úkoly.

Indické číslice asi 300 let před n. l.

Matematika kalkulací

Původ

Brahmagupta (598?–668?)

Stejně, jako v záři Slunce blednou všechny hvězdy, tak také učenec může v obecném shromáždění zastínit slávu jiných, když předloží – a tím spíše když vyřeší – početní úkoly.

Indické číslice asi 300 let před n. l.

Vytvoření speciálního jazyka, jehož slova jsou složena z deseti znaků – číslic, cifer.

Indické číslice z 11. stol.

Matematika kalkulací

Původ

Brahmagupta (598?–668?)

Stejně, jako v záři Slunce blednou všechny hvězdy, tak také učenec může v obecném shromáždění zastínit slávu jiných, když předloží – a tím spíše když vyřeší – početní úkoly.

Indické číslice asi 300 let před n. l.

Vytvoření speciálního jazyka, jehož slova jsou složena z deseti znaků – číslic, cifer.

Indické číslice z 11. stol.

Každé číslo je jednoznačně určeno svým zápisem v poziční desítkové číselné soustavě.

Matematika kalkulací

Původ

Brahmagupta (598?–668?)

Stejně, jako v záři Slunce blednou všechny hvězdy, tak také učenec může v obecném shromáždění zastínit slávu jiných, když předloží – a tím spíše když vyřeší – početní úkoly.

Indické číslice asi 300 let před n. l.

Vytvoření speciálního jazyka, jehož slova jsou složena z několika dobře rozlišitelných znaků – číslic, cifer.

Každé číslo je jednoznačně určeno svým zápisem v poziční číselné soustavě.

Matematika kalkulací

Původ

$$31_8 = 1 + 3 \cdot 8 = 25_{10}$$

Matematika kalkulací

Původ

$$31_8 = 1 + 3 \cdot 8 = 25_{10}$$

$$\text{OCT}\,31 = \text{DEC}\,25$$

Matematika kalkulací

Charakteristika

Matematika kalkulací

Charakteristika

Metody předpovídání na základě manipulací se znaky v nějakém formálním kalkulu

Matematika kalkulací

Charakteristika

Metody předpovídání na základě manipulací se znaky v nějakém formálním kalkulu

- *Znak:* kamínky, písmena, číslice, šachové figury, …

Matematika kalkulací

Charakteristika

Metody předpovídání na základě manipulací se znaky v nějakém formálním kalkulu

- *Znak:* kamínky, písmena, číslice, šachové figury, …
- *Formální kalkul:* jasné vymezení používaných znaků a pravidel pro manipulace s nimi.

Matematika kalkulací

Charakteristika

Metody předpovídání na základě manipulací se znaky v nějakém formálním kalkulu

- *Znak:* kamínky, písmena, číslice, šachové figury, …
- *Formální kalkul:* jasné vymezení používaných znaků a pravidel pro manipulace s nimi.
- *Manipulace se znaky:* Vytvoření sledu různých postavení znaků.
  V každém postavení je ve hře jen konečný počet znaků, následující postavení vzniká z předchozího správným použitím pravidel.
  Výchozí i cílové postavení jsou vymezena čistě formálně, nikoliv nějakým jim přisuzovaným obsahem (významem).

Matematika kalkulací

Charakteristika

Metody předpovídání na základě manipulací se znaky v nějakém formálním kalkulu

- *Znak:* kamínky, písmena, číslice, šachové figury, …
- *Formální kalkul:* jasné vymezení používaných znaků a pravidel pro manipulace s nimi.
- *Manipulace se znaky:* Vytvoření sledu různých postavení znaků.
  V každém postavení je ve hře jen konečný počet znaků, následující postavení vzniká z předchozího správným použitím pravidel.
  Výchozí i cílové postavení jsou vymezena čistě formálně, nikoliv nějakým jim přisuzovaným obsahem (významem).
- *Předpověď:* Mínění předcházející vědění nebo vědění předcházející evidenci.

Matematika kalkulací

Charakteristika

Metody předpovídání na základě manipulací se znaky v nějakém formálním kalkulu

- *Znak:* kamínky, písmena, číslice, šachové figury, …
- *Formální kalkul:* jasné vymezení používaných znaků a pravidel pro manipulace s nimi.
- *Manipulace se znaky:* Vytvoření sledu různých postavení znaků. V každém postavení je ve hře jen konečný počet znaků, následující postavení vzniká z předchozího správným použitím pravidel. Výchozí i cílové postavení jsou vymezena čistě formálně, nikoliv nějakým jim přisuzovaným obsahem (významem).
- *Předpověď:* Mínění předcházející vědění nebo vědění předcházející evidenci.

  Predikce – do budoucnosti,
  Kodikce – do přítomnosti,
  Retrodikce – do minulosti.

Matematika kalkulací

Zásady

Matematika kalkulací

Zásady

1. Předpověď může být pravdivá nebo nepravdivá;
   formální kalkulace může být správná (bezchybná) nebo nesprávná.

Matematika kalkulací

Zásady

1. Předpověď může být pravdivá nebo nepravdivá;
   formální kalkulace může být správná (bezchybná) nebo nesprávná.
2. Z povahy příslušného kalkulu musí být zřejmé, že správně (bezchybně) vykalkulovaná předpověď je ve zkoumané situaci pravdivá.

Matematika kalkulací není věda ani součást nějaké vědy – nemá svůj vlastní předmět studia. Je to **metoda.**

Matematika kalkulací

Zásady

1. Předpověď může být pravdivá nebo nepravdivá;
   formální kalkulace může být správná (bezchybná) nebo nesprávná.
2. Z povahy příslušného kalkulu musí být zřejmé, že správně (bezchybně) vykalkulovaná předpověď je ve zkoumané situaci pravdivá.

Matematika kalkulací není věda ani součást nějaké vědy – nemá svůj vlastní předmět studia. Je to **metoda.**

Účelnost a síla této metody je v každé instanci rozhodujícím způsobem závislá na tom, jak důvtipná byla volba příhodného kalkulu – protomathematikon.

Matematika kalkulací

Zásady

1. Předpověď může být pravdivá nebo nepravdivá;
   formální kalkulace může být správná (bezchybná) nebo nesprávná.
2. Z povahy příslušného kalkulu musí být zřejmé, že správně (bezchybně) vykalkulovaná předpověď je ve zkoumané situaci pravdivá.

Vhodný kalkul musí

- se svým předmětem ladit,
- vyzdvihovat podstatné a tlumit okrajové,
- být elegantní,
- tíhnout k jednoduché průzračnosti, ne však mělké, ale hluboké a prozíravé.

Matematika kalkulací

Zásady

1. Předpověď může být pravdivá nebo nepravdivá;
   formální kalkulace může být správná (bezchybná) nebo nesprávná.
2. Z povahy příslušného kalkulu musí být zřejmé, že správně (bezchybně) vykalkulovaná předpověď je ve zkoumané situaci pravdivá.

Vhodný kalkul musí

- se svým předmětem ladit,
- vyzdvihovat podstatné a tlumit okrajové,
- být elegantní,
- tíhnout k jednoduché průzračnosti, ne však mělké, ale hluboké a prozíravé.

Protomatematika jsou uměním, jehož artefakty mají povahu vynálezů.

Matematika kalkulací

Zásady

1. Předpověď může být pravdivá nebo nepravdivá;
   formální kalkulace může být správná (bezchybná) nebo nesprávná.
2. Z povahy příslušného kalkulu musí být zřejmé, že správně (bezchybně) vykalkulovaná předpověď je ve zkoumané situaci pravdivá.

Syntax: pravidla pro kalkulování se znaky, jejich skladba, provádění jednotlivých kroků a podobně.
Sémantika: co ve zkoumaném předmětu jednotlivé znaky označují, co o něm vypovídá skladba znaků a podobně.

Je vhodné udržovat syntax a sémantiku v souladu.

Algorizmi pravil

Abu Abdalláh Muhammad ibn Músá al Chvárizmí al Mádžúsí

Algorizmi pravil

Abu Abdalláh Muhammad ibn Músá al Chvárizmí al Mádžúsí

Pracoval v بيت الحكمة (dům vědy/moudrosti)
knihovna/universita, za chalífa al Ma'múna (813–833).

Algorizmi pravil

Abu Abdalláh Muhammad ibn Músá al Chvárizmí al Mádžúsí

Pracoval v بيت الحكمة (dům vědy/moudrosti)
knihovna/universita, za chalífa al Ma'múna (813–833).

- Kniha o indickém počítání – Aritmetický traktát

Algorizmi pravil

Abu Abdalláh Muhammad ibn Músá al Chvárizmí al Mádžúsí

Pracoval v بيت الحكمة (dům vědy/moudrosti) knihovna/universita, za chalífa al Ma'múna (813–833).

- Kniha o indickém počítání – Aritmetický traktát
- Věda o redukci a vzájemném rušení (*Hisáb al-džebr va-l-muqábala*) – Algebraický traktát

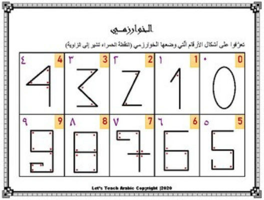
Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, činíce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním ...

Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, číníce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním . . .

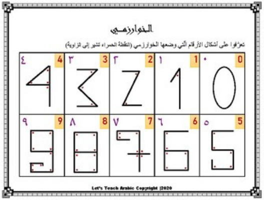
Arabské číslice:

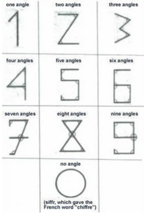


Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, číníce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním . . .

Arabské číslice:

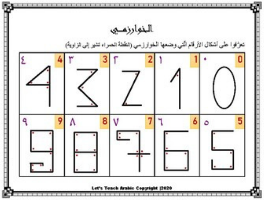


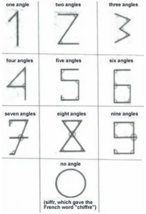


Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, činíce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním …

Arabské číslice:



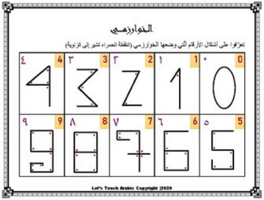


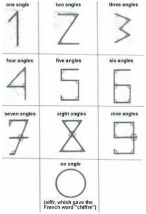
Výpočty prováděné na desce s pískem:

Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, číníce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním …

Arabské číslice:





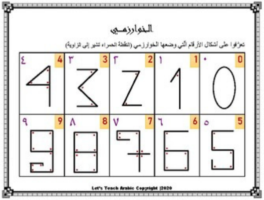
Výpočty prováděné na desce s pískem:

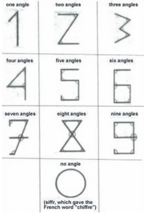
887
352

Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, činíce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním …

Arabské číslice:





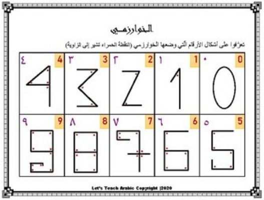
Výpočty prováděné na desce s pískem:

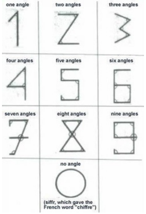
887
1152

Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, číníce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním ...

Arabské číslice:





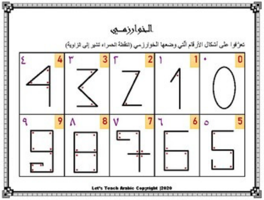
Výpočty prováděné na desce s pískem:

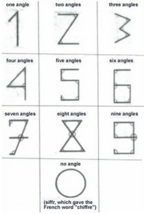
887
1232

Algorizmi pravil o aritmetice

Chvála Alláhovi, Pánu a ochránci našemu, kterého uctíváme, velebíme a slávu jeho šíříme. Jemu se odevzdáváme a k němu se modlíme, aby nás vedl stezkou těch, jež zahrnul milostí svou, stezkou pravdy a aby nám pomohl uskutečnit to, co jsme si předsevzali objasnit o počítání Indů pomocí IX číslic, jimiž vyjádřili libovolné dané číslo, činíce tak pro snadnost a stručnost ulehčující počítání tomu, kdo se zabývá aritmetikou, to je počítáním …

Arabské číslice:





Výpočty prováděné na desce s pískem:

887
1239

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Liber abaci (1202, 1228): Zprostředkování antického a arabského vědění

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Liber abaci (1202, 1228): Zprostředkování antického a arabského vědění

- **Úloha o králících:** Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Liber abaci (1202, 1228): Zprostředkování antického a arabského vědění

- **Úloha o králících:** Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.

$$n(t) = n(t-1) + n(t-2), \quad n(1) = 1, n(2) = 2$$

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Liber abaci (1202, 1228): Zprostředkování antického a arabského vědění

- **Úloha o králících:** Kdosi umístil pár králíků na určitém místě, se všech stran ohrazeném zdí, aby poznal, kolik párů králíků se při tom zrodí průběhem roku, jestliže u králíků je tomu tak, že pár králíků přivede na svět měsíčně jeden pár a že králíci počínají rodit ve dvou měsících svého věku.

$$n(t) = n(t-1) + n(t-2), \quad n(1) = 1, n(2) = 2$$

měsíc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
počet párů	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	...

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Liber abaci (1202, 1228): Zprostředkování antického a arabského vědění

- **Úloha o králících:**
- **Úloha o vážení:** Máme sadu závaží, jejichž váhy jsou 1, 3, 9, 27, 81, …, přičemž od každé takové váhy je v této sadě jen jediné závaží. Naším úkolem je nalézt k libovolné váze nalézt počty závaží, které jsouce umístěny na rovnoramenné váhy, vyjádří tuto váhu.

Aritmetika a algoritmy

Leonardo Pisano (Fibonacci) (1170?–1250)

Liber abaci (1202, 1228): Zprostředkování antického a arabského vědění

- **Úloha o králících:**
- **Úloha o vážení:** Máme sadu závaží, jejichž váhy jsou 1, 3, 9, 27, 81, …, přičemž od každé takové váhy je v této sadě jen jediné závaží. Naším úkolem je nalézt k libovolné váze nalézt počty závaží, které jsouce umístěny na rovnoramenné váhy, vyjádří tuto váhu.

váha	levá miska	pravá miska	váha	levá miska	pravá miska
1	1	0	6	9	3
2	3	1	7	$9+1$	3
3	3	0	8	9	1
4	$3+1$	0	9	9	0
5	9	$3+1$	10	$9+1$	0

Algorizmi pravil o řešení rovnic

Algorizmi pravil o řešení rovnic

Chvalme Alláha za jeho dobrodiní slovy náležitými. Plníce to, co přikázal těm, které stvořil, klaníme se mu, blahořečíme a usilujeme zasloužiti si jeho neskonalou milost, chráníce se před nebezpečím svodů. Uznáváme jeho vládu, klaníme se jeho velikosti a koříme před jeho mocí …

Algorizmi pravil o řešení rovnic

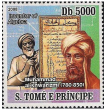
Chvalme Alláha za jeho dobrodiní slovy náležitými. Plníce to, co přikázal těm, které stvořil, klaníme se mu, blahořečíme a usilujeme zasloužiti si jeho neskonalou milost, chráníce se před nebezpečím svodů. Uznáváme jeho vládu, klaníme se jeho velikosti a koříme před jeho mocí …

Učenci minulých časů a zašlých národů nepřestávali psát knihy o rozličných oborech vědy a odvětvích filosofie, majíce přitom na zřeteli ty, kteří přijdou po nich, počítajíce s odměnou přiměřenou jejich silám v naději, že budou oslavováni a neupodnou v zapomenutí, a z úst pravdomluvných se jim dostane takové pochvaly, že v porovnání s ní jsou nicotné všechny námahy a těžkosti, provázející jejich odkrývání nejhlubších tajemství vědy …

Algorizmi pravil o řešení rovnic

Chvalme Alláha za jeho dobrodiní slovy náležitými. Plníce to, co přikázal těm, které stvořil, klaníme se mu, blahořečíme a usilujeme zasloužiti si jeho neskonalou milost, chráníce se před nebezpečím svodů. Uznáváme jeho vládu, klaníme se jeho velikosti a koříme před jeho mocí ...

Učenci minulých časů a zašlých národů nepřestávali psát knihy o rozličných oborech vědy a odvětvích filosofie, majíce přitom na zřeteli ty, kteří přijdou po nich, počítajíce s odměnou přiměřenou jejich silám v naději, že budou oslavováni a neupodnou v zapomenutí, a z úst pravdomluvných se jim dostane takové pochvaly, že v porovnání s ní jsou nicotné všechny námahy a těžkosti, provázející jejich odkrývání nejhlubších tajemství vědy ...



Algorizmi pravil o řešení rovnic

Chvalme Alláha za jeho dobrodiní slovy náležitými. Plníce to, co přikázal těm, které stvořil, klaníme se mu, blahořečíme a usilujeme zasloužiti si jeho neskonalou milost, chráníce se před nebezpečím svodů. Uznáváme jeho vládu, klaníme se jeho velikosti a koříme před jeho mocí ...

Učenci minulých časů a zašlých národů nepřestávali psát knihy o rozličných oborech vědy a odvětvích filosofie, majíce přitom na zřeteli ty, kteří přijdou po nich, počítajíce s odměnou přiměřenou jejich silám v naději, že budou oslavováni a neupodnou v zapomenutí, a z úst pravdomluvných se jim dostane takové pochvaly, že v porovnání s ní jsou nicotné všechny námahy a těžkosti, provázející jejich odkrývání nejhlubších tajemství vědy ...

Proto jsem sepsal krátkou knihu o algebře a almukabale, obsahující jednoduché i složité otázky aritmetiky, neboť to je nezbytné pro lidi při dělení majetků, v záležitostech soudních, v obchodě, při uzavírání smluv a také při vyměřování půdy, vedení kanálů, ve stavitelství a při nejrůznějších jiných pracích.

Algorizmi pravil o řešení rovnic

Chvalme Alláha za jeho dobrodiní slovy náležitými. Plníce to, co přikázal těm, které stvořil, klaníme se mu, blahořečíme a usilujeme zasloužiti si jeho neskonalou milost, chráníce se před nebezpečím svodů. Uznáváme jeho vládu, klaníme se jeho velikosti a koříme před jeho mocí ...

Učenci minulých časů a zašlých národů nepřestávali psát knihy o rozličných oborech vědy a odvětvích filosofie, majíce přitom na zřeteli ty, kteří přijdou po nich, počítajíce s odměnou přiměřenou jejich silám v naději, že budou oslavováni a neupodnou v zapomenutí, a z úst pravdomluvných se jim dostane takové pochvaly, že v porovnání s ní jsou nicotné všechny námahy a těžkosti, provázející jejich odkrývání nejhlubších tajemství vědy ...

Proto jsem sepsal krátkou knihu o algebře a almukabale, obsahující jednoduché i složité otázky aritmetiky, neboť to je nezbytné pro lidi při dělení majetků, v záležitostech soudních, v obchodě, při uzavírání smluv a také při vyměřování půdy, vedení kanálů, ve stavitelství a při nejrůznějších jiných pracích.

Přistupuji k tomu s nejlepšími úmysly, spoléhaje na to, že lidé znalí s tím naloží způsobem odpovídajícím tomu, čím je obdaroval Alláh, velkolepý a přeslavný.

Pravidla kalkulací

Pravidla kalkulací

- Označení hledané veličiny شيء

Pravidla kalkulací

- Označení hledané veličiny شيء
- Tři druhy čísel:
  - kvadrát (mal)
  - kořen (džízr)
  - dané určité číslo (dirhem)

Pravidla kalkulací

- Označení hledané veličiny شيء
- Tři druhy čísel
- Správné rovnosti:
  1. $(\tau + \sigma) + \varrho = \tau + (\sigma + \varrho),\ (\tau\sigma)\varrho = \tau(\sigma\varrho)$
  2. $\tau + \sigma = \sigma + \tau,\ \tau\sigma = \sigma\tau$
  3. $\tau(\sigma + \varrho) = \tau\sigma + \tau\varrho$
  4. $1\tau = \tau$
  5. $\tau\frac{1}{\tau} = 1$
  6. $\tau = \tau$
  7. $\sqrt(\tau)\sqrt(\tau) = \tau$
  8. $\sqrt(\sigma\tau) = \sqrt{\sigma}\sqrt{\tau}$

Pravidla kalkulací

- Označení hledané veličiny شيء
- Tři druhy čísel
- Správné rovnosti
- Odvozovací pravidla:
    1. Symetrie rovnosti: $\tau = \sigma \ \rightarrow \ \sigma = \tau$
    2. Transitivita rovnosti: $\tau = \sigma, \sigma = \varrho \ \rightarrow \ \tau = \varrho$
    3. Pravidlo substituce: Nechť π je výraz, který vznikne z výrazu σ nahrazením podvýrazu σ výrazu τ výrazem ϱ. Potom $\sigma = \varrho \ \rightarrow \ \tau = \pi$
    4. Pravidla al džebr: $\sigma = \varrho, \tau = \pi \ \rightarrow \ \sigma + \tau = \varrho + \pi$
       $\sigma = \varrho, \sigma + \tau = \varrho + \pi \ \rightarrow \ \tau = \pi$
    5. Pravidla al mukábala: $\sigma = \varrho, \tau = \pi \ \rightarrow \ \sigma\tau = \varrho\pi$
       $\sigma = \varrho, \sigma\tau = \varrho\pi \ \rightarrow \ \tau = \pi$
    6. Jednoznačnost odmocniny: $\sigma^2 = \tau \ \rightarrow \ \sigma = \sqrt{\tau}$

Klasifikace a řešení rovnic

- $x^2 = q$
- $x^2 = px$
- $x^2 = px + q$
- $x^2 + px = q$
- $x^2 + q = px$

Klasifikace a řešení rovnic

- $x^2 = q \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{q}$
- $x^2 = px$
- $x^2 = px + q$
- $x^2 + px = q$
- $x^2 + q = px$

Klasifikace a řešení rovnic

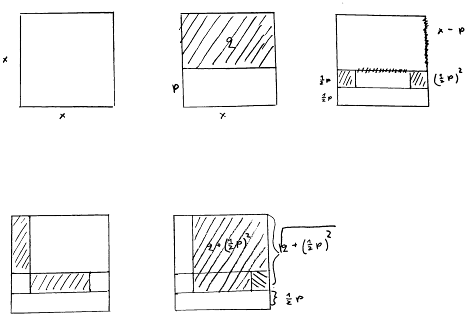
- $x^2 = q \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{q}$
- $x^2 = px \quad \rightarrow \quad x = p$
- $x^2 = px + q$
- $x^2 + px = q$
- $x^2 + q = px$

Klasifikace a řešení rovnic

$$
\begin{aligned}
x^2 &= px + q \\
x^2 - px &= q \\
x^2 - px + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2 &= q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2 \\
\left(x - \tfrac{1}{2}p\right)^2 &= q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2 \\
x - \tfrac{1}{2}p &= \sqrt{q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2} \\
x &= \sqrt{q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2} + \tfrac{1}{2}p
\end{aligned}
$$

Klasifikace a řešení rovnic

$$
\begin{aligned}
x^2 &= px + q \\
x^2 - px &= q \\
x^2 - px + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2 &= q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2 \\
\left(x - \tfrac{1}{2}p\right)^2 &= q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2 \\
x - \tfrac{1}{2}p &= \sqrt{q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2} \\
x &= \sqrt{q + \left(\tfrac{1}{2}p\right)^2} + \tfrac{1}{2}p
\end{aligned}
$$



Klasifikace a řešení rovnic

- $x^2 = q \quad \to \quad x = \sqrt{q}$
- $x^2 = px \quad \to \quad x = p$
- $x^2 = px + q \quad \to \quad x = \sqrt{\left(\frac{1}{2}p\right)^2 + q} + \frac{1}{2}p$
- $x^2 + px = q$
- $x^2 + q = px$

Klasifikace a řešení rovnic

- $x^2 = q \quad \to \quad x = \sqrt{q}$
- $x^2 = px \quad \to \quad x = p$
- $x^2 = px + q \quad \to \quad x = \sqrt{(\frac{1}{2}p)^2 + q} + \frac{1}{2}p$
- $x^2 + px = q \quad \to \quad x = \sqrt{(\frac{1}{2}p)^2 + q} - \frac{1}{2}p$
- $x^2 + q = px$

Klasifikace a řešení rovnic

- $x^2 = q \quad \to \quad x = \sqrt{q}$
- $x^2 = px \quad \to \quad x = p$
- $x^2 = px + q \quad \to \quad x = \sqrt{\left(\frac{1}{2}p\right)^2 + q} + \frac{1}{2}p$
- $x^2 + px = q \quad \to \quad x = \sqrt{\left(\frac{1}{2}p\right)^2 + q} - \frac{1}{2}p$
- $x^2 + q = px$

  $\to \quad x_1 = \frac{1}{2}p + \sqrt{\left(\frac{1}{2}p\right)^2 - q},\ x_2 = \frac{1}{2}p - \sqrt{\left(\frac{1}{2}p\right)^2 - q}$

  pokud $p^2 > 4q$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Co je to $\sqrt{p^2 - 4q}$ pro $p^2 < 4q$?

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Co je to $\sqrt{p^2 - 4q}$ pro $p^2 < 4q$?

$$\sqrt{p^2 - 4q} = \sqrt{|p^2 - 4q|(-1)} = \sqrt{|p^2 - 4q|}\sqrt{(-1)} = \sqrt{4q - p^2}\sqrt{(-1)}$$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Co je to $\sqrt{p^2 - 4q}$ pro $p^2 < 4q$?

$$\sqrt{p^2 - 4q} = \sqrt{|p^2 - 4q|(-1)} = \sqrt{|p^2 - 4q|}\sqrt{(-1)} = \sqrt{4q - p^2}\sqrt{(-1)}$$

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových" čísel

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Grafické znázornění čísel

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových" čísel

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Grafické znázornění čísel

Komplexní čísla $\mathbb{C}$:

$$
\begin{aligned}
&z = (a, b),\ a, b \in \mathbb{R}\\
&(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)\\
&(a, b)(c, d) = (ac - bd, ad + bc)
\end{aligned}
$$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Grafické znázornění čísel

Komplexní čísla $\mathbb{C}$:

$$\begin{aligned} &z = (a, b),\ a, b \in \mathbb{R} \\ &(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \\ &(a, b)(c, d) = (ac - bd, ad + bc) \end{aligned}$$

Komplexně sdružené číslo: $\bar{z} = a - b\mathrm{i}$, $(a, -b)$, $\quad z + \bar{z} \in \mathbb{R}$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Grafické znázornění čísel

Komplexní čísla $\mathbb{C}$:
$$
\begin{aligned}
&z = (a, b),\ a, b \in \mathbb{R}\\
&(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)\\
&(a, b)(c, d) = (ac - \bar{b}d, a\bar{d} + bc)
\end{aligned}
$$
Komplexně sdružené číslo: $\bar{z} = a - b\mathrm{i}$, $(a, -b)$, $\quad z + \bar{z} \in \mathbb{R}$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Grafické znázornění čísel

Komplexní čísla $\mathbb{C}$: $z = (a, b)$, $a, b \in \mathbb{R}$

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$
$$(a, b)(c, d) = (ac - \bar{b}d, a\bar{d} + bc)$$

Komplexně sdružené číslo: $\bar{z} = a - b\mathrm{i}$, $(a, -b)$, $\quad z + \bar{z} \in \mathbb{R}$

Kvaterniony $\mathbb{K}$: (a, b), $a, b \in \mathbb{C}$

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$
$$(a, b)(c, d) = (ac - \bar{b}d, a\bar{d} + bc)$$
$$q = a + b\mathrm{i} + c\mathrm{j} + d\mathrm{k}$$

sdružený kvaternion: $\bar{q} = a - b\mathrm{i} - c\mathrm{j} - d\mathrm{k}$

Rozšiřování číselných oborů

Zavádění „nových“ čísel

Komplexní čísla: $z = a + b\mathrm{i}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$

Grafické znázornění čísel

Komplexní čísla $\mathbb{C}$:

$$\begin{aligned} & z = (a, b),\ a, b \in \mathbb{R} \\ & (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \\ & (a, b)(c, d) = (ac - \bar{b}d, a\bar{d} + bc) \end{aligned}$$

Komplexně sdružené číslo: $\bar{z} = a - b\mathrm{i}$, $(a, -b)$, $\quad z + \bar{z} \in \mathbb{R}$

Kvaterniony $\mathbb{K}$:

$$\begin{aligned} & (a, b),\ a, b \in \mathbb{C} \\ & (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \\ & (a, b)(c, d) = (ac - \bar{b}d, a\bar{d} + bc) \\ & q = a + b\mathrm{i} + c\mathrm{j} + d\mathrm{k} \\ & \text{sdružený kvaternion: } \bar{q} = a - b\mathrm{i} - c\mathrm{j} - d\mathrm{k} \end{aligned}$$

Oktoniony $\mathbb{O}$:

$$\begin{aligned} & (a, b),\ a, b \in \mathbb{K} \\ & (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \\ & (a, b)(c, d) = (ac - \bar{b}d, a\bar{d} + bc) \end{aligned}$$

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Diofantos z Alexandrie (3. st. LP): rovnice je ekvivalence formálních výrazů.
Řešil konkrétní problémy, zavedl symbol pro neznámou.

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Diofantos z Alexandrie (3. st. LP): rovnice je ekvivalence formálních výrazů.
Řešil konkrétní problémy, zavedl symbol pro neznámou.

---

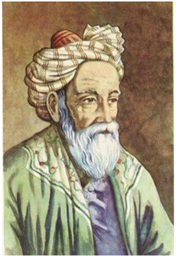
al-Chvárizmí

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

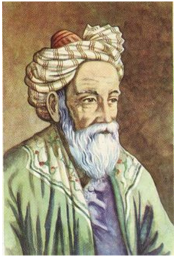
Diofantos z Alexandrie (3. st. LP): rovnice je ekvivalence formálních výrazů.
Řešil konkrétní problémy, zavedl symbol pro neznámou.

Abú al-Fath Umar ibn Ibrahím al-Nisapuri al-Chajjám (1048–1131): Řešení kubických rovnic hledal jako průsečík dvou kuželoseček.



Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí



Abú al-Fath Umar ibn Ibrahím al-Nisapuri al-Chajjám (1048–1131): Řešení kubických rovnic hledal jako průsečík dvou kuželoseček.

Gerolamo Cardano (1501–1576) *Ars magna*
Niccolò Fontano Tartaglia (1500-1557) *Quesiti et Inventioni diverse*: řešení kubických a kvartických rovnic.

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Gerolamo Cardano (1501–1576) *Ars magna*
Niccolò Fontano Tartaglia (1500-1557) *Quesiti et Inventioni diverse*: řešení kubických a kvartických rovnic.

François Viète (1540–1603): koeficienty polynomů

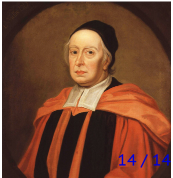
Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

François Viète (1540–1603): koeficienty polynomů jsou symetrickými funkcemi jeho kořenů.

Rafael Bombelli (1526–1572)

John Wallis (1616–1703): geometrická interpretace odmocniny ze záporného čísla.



Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Rafael Bombelli (1526–1572)

John Wallis (1616–1703): geometrická interpretace odmocniny ze záporného čísla.

Carl Friedrich Gauß(1777-1855): důkaz základní věty algebry.

„…přes veškeré úsilí skvělých geometrů je velmi malá naděje, že lze kdykoliv přijmout obecné řešení algebraických rovnic, takže bude více pravděpodobné, že nebude možné najít, nebo bude kontradiktorické.“

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Carl Friedrich Gauß(1777-1855): důkaz základní věty algebry.

„...přes veškeré úsilí skvělých geometrů je velmi malá naděje, že lze kdykoliv přijmout obecné řešení algebraických rovnic, takže bude více pravděpodobné, že nebude možné najít, nebo bude kontradiktorické.“

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Carl Friedrich Gauß(1777-1855): důkaz základní věty algebry.
„…přes veškeré úsilí skvělých geometrů je velmi malá naděje, že lze kdykoliv přijmout obecné řešení algebraických rovnic, takže bude více pravděpodobné, že nebude možné najít, nebo bude kontradiktorické.“

Niels Henrik Abel (1802–1829): *Mémoire sur les équationes algébriques où on démontre l'impossibilité de la résolution générale du cinquième dégré.*

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Niels Henrik Abel (1802–1829): *Mémoire sur les équationes algébriques où on démontre l'impossibilité de la résolution générale du cinquième dégré.*

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

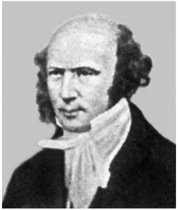
Niels Henrik Abel (1802–1829): *Mémoire sur les équationes algébriques où on démontre l'impossibilité de la résolution générale du cinquième dégré.*

Évariste Galois (1811–1832): jiný pohled na nemožnost řešení rovnic pátého stupně.

Rovnice od Diofanta k Abelovi

Hledání explicitních formulí

Évariste Galois (1811–1832): jiný pohled na nemožnost řešení rovnic pátého stupně.



William Rowan Hamilton (1805–1865): rekonstrukce a doplnění Abelova důkazu.
Zavedl kvaterniony.

MASARYKOVA
UNIVERZITA