MUNI

Přes nekonečno do ráje: Množiny

CORE004 Matematika jako součást kultury

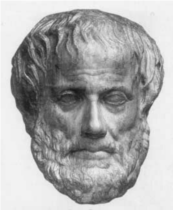
Zdeněk Pospíšil
707@mail.muni.cz

Masarykova univerzita

4. listopadu 2024

Obsah

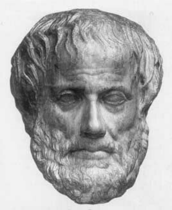
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

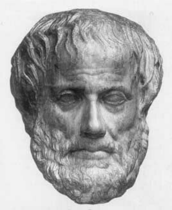


Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.



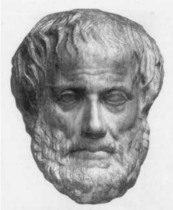
Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

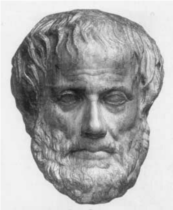
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

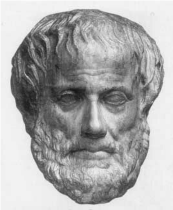
Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

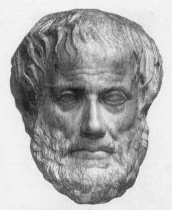
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.

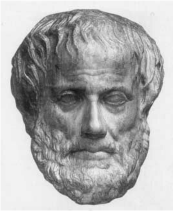
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Άπειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

...neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).

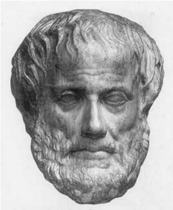
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

...neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

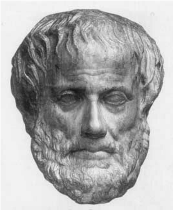
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Απειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

...neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

Pokračování výpočtu, algoritmu (nekonečno časové):

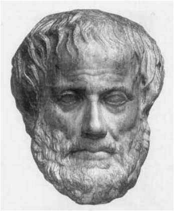
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Ἄπειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

Pokračování výpočtu, algoritmu (nekonečno časové):

- Dospěje k výsledku.

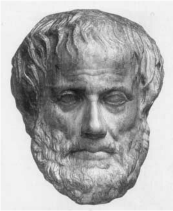
Aristotelés: Odmítnutí nekonečna

Ἄπειρον nemůže být ἀρχή

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



Aristotelés ze Stageiry
384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

Pokračování výpočtu, algoritmu (nekonečno časové):

- Dospěje k výsledku (ale nevíme, kdy).

Novověké komentáře

1724–1804

Immanuel Kant, *Kritik der reinen Vernunft*:
První rozpor transcendentálních idejí:

A 426/B 454	Svět má počátek v čase a také v prostorovém ohledu je nekonečný.
A 426/B 455	Svět je bez počátku a nemá v prostoru žádné hranice, nýbrž je tak s ohledem na čas, tak s ohledem na prostor nekonečný.

Novověké komentáře

1724–1804

Immanuel Kant, *Kritik der reinen Vernunft*:
První rozpor transcendentálních idejí:

A 426/B 454 Svět má počátek v čase a také v prostorovém ohledu je nekonečný.

A 426/B 455 Svět je bez počátku a nemá v prostoru žádné hranice, nýbrž je tak s ohledem na čas, tak s ohledem na prostor nekonečný.

G. W. F. Hegel, *Wißenschaft der Logik I,* kap. 2 C:
Kvantum se proměňuje a stává se jiným kvantem; další určení této proměny, její směřování do nekonečna, spočívá v tom, že je kvantum pojato jako v sobě samém sporné. – Kvantum se stává jiným, avšak do své jinakosti plynule přechází; i toto jiné je tudíž kvantem. Je jiné nejen vzhledem k určitému kvantu, ale vzhledem ke kvantu vůbec, představuje sebe samého jakožto omezeného, je svou omezeností, svým nekonečnem.

1770–1831

Theologické důvody proti existenci aktuálního nekonečna

Tomáš Aquinský
1225–1274

Aktuální nekonečno se může týkat pouze Boha.
Svět není nekonečný ani v prostoru, ani v čase.

Theologické důvody proti existenci aktuálního nekonečna

Tomáš Aquinský
1225–1274

Aktuální nekonečno se může týkat pouze Boha.
Svět není nekonečný ani v prostoru, ani v čase.

Dante Alighieri
1265–1321

Božská komedie, 33,121-126:

Ne, nemám slov, ba ani sil to chápat
a netroufám si vyložit to blíž,
s tím „nic“, co vím, zde musím jenom tápat.

Ó věčné světlo, které v sobě tkvíš,
jen ty si s láskou hledíš do ohniska,
jen ty se znáš a sebe vysvětlíš.

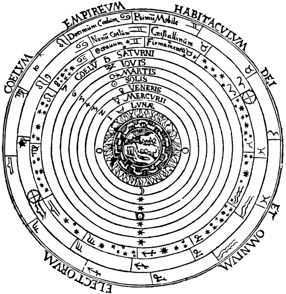
Theologické důvody proti existenci aktuálního nekonečna

Dante Alighieri
1265–1321

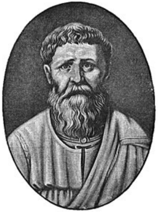
Božská komedie, 33,121-126:

Ne, nemám slov, ba ani sil to chápat
a netroufám si vyložit to blíž,
s tím „nic“, co vím, zde musím jenom tápat.

Ó věčné světlo, které v sobě tkvíš,
jen ty si s láskou hledíš do ohniska,
jen ty se znáš a sebe vysvětlíš.

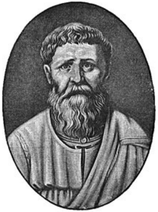


Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



Aurelius Augustin
354–430

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

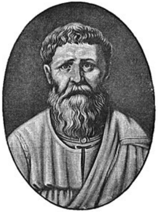


Aurelius Augustin
354–430

I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti ... I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho ...

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není ... Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

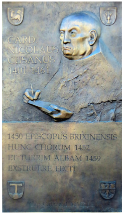
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



Aurelius Augustin
354–430

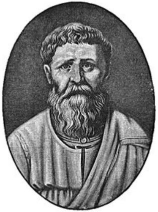
I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



Mikuláš Kusánský
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

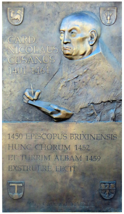


I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

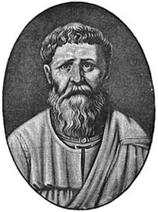
Aurelius Augustin
354–430

De docta ignorantia: … *o pravdě nevíme nic jiného, než že víme, že přesně tak jak jest, je neuchopitelná – a všichni filosofové ji hledají, ale žádný ji nenašel tak jak jest; a čím poučenější budeme o této nevědomosti, tím blíž se přibližujeme k samotné pravdě.*



Mikuláš Kusánský
1401–1462

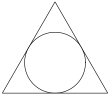
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

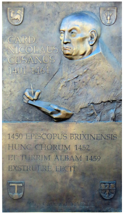


Aurelius Augustin
354–430

I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

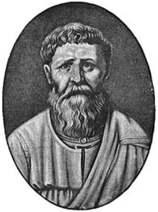
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!





Mikuláš Kusánský
1401–1462

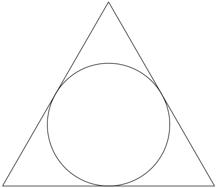
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

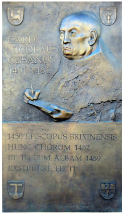


I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

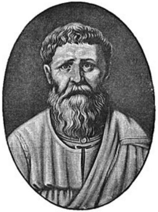
Aurelius Augustin
354–430





Mikuláš Kusánský
1401–1462

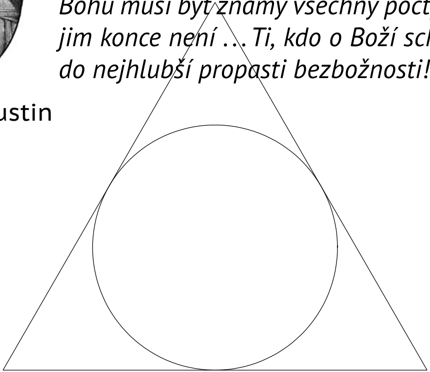
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

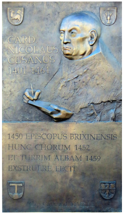


Aurelius Augustin
354–430

I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!





Mikuláš Kusánský
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

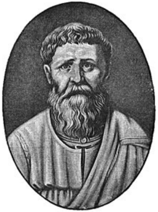
Aurelius Augustin
354–430

I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

Mikuláš Kusánský
1401–1462

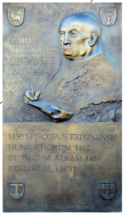
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



Aurelius Augustin
354–430

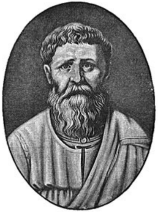
I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



Mikuláš Kusánský
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



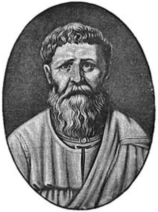
Aurelius Augustin
354–430

I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

Mikuláš Kusánský
1401–1462

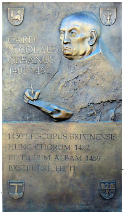
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



Aurelius Augustin
354–430

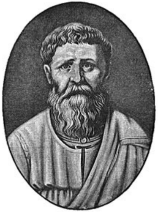
I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



Mikuláš Kusánský
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

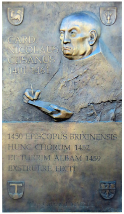


I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …

Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

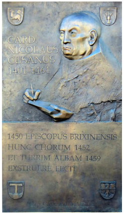
Aurelius Augustin
354–430

Není žádná úměrnost mezi nekonečným a konečným.



Mikuláš Kusánský
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



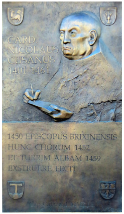
Mikuláš Kusánský
1401–1462

Není žádná úměrnost mezi nekonečným a konečným.

Giordano Bruno
1548–1600

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

Není žádná úměrnost mezi nekonečným a konečným.



Mikuláš Kusánský
1401–1462

Giordano Bruno
1548–1600

…je rozmnožena znamenitost Boží a zjevena velikost Jeho říše. Není oslavován jedním, nýbrž nespočetnými slunci, nikoliv jednou zemí a jedním světem, ale tisícem tisíců, co pravím, nekonečností světů.

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti (přesnost)

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti (přesnost)
5. Bůh

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.
Uznával aktuální nekonečno.

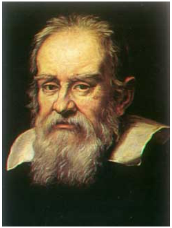
Polož si otázku, zda vskutku může existovat aktuální nekonečno, co do množství. Odpovídám: Co se týče andělů, není důvod, proč by jich nemohlo být vytvořeno nekonečně mnoho. Anděl nezabírá místo v prostoru a i kdyby, pak prostor je nekonečný. Kromě toho by mohlo být vytvořeno i nekonečně mnoho světů. Není nic, co by tomu bránilo.

Klasifikace:

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti (přesnost)
5. Bůh (nekonečný svým vlastním způsobem)

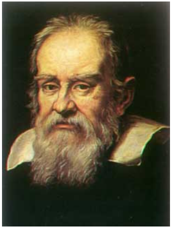
1592–1667

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

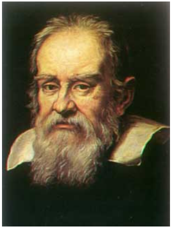
Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



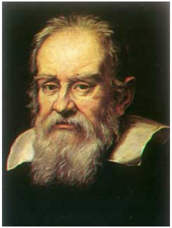
1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

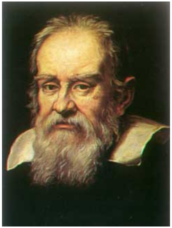


1564–1642

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 . . .

• . . .

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

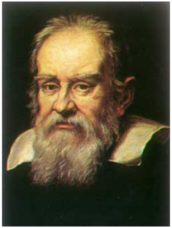


1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 . . .

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

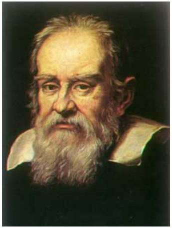
Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část

Závěr:

Počet čtvercových čísel je menší, než všech přirozených.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

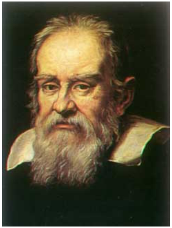
Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část

Závěr:

Počet čtvercových čísel je menší, než všech přirozených.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

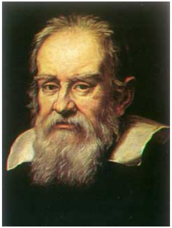
Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

Axiom: Co se kryje, rovno jest.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 ...

1^2 2^2 3^2 4^2 5^2 6^2 7^2 8^2 9^2 10^2 11^2 12^2 13^2 14^2 15^2 16^2 17^2 18^2 19^2 20^2 21^2 22^2 23^2 24^2 25^2 26^2 ...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



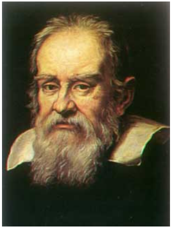
1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

Axiom: Co se kryje, rovno jest.
Závěr:
Počet čtvercových čísel je stejný, jako všech přirozených.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část
Axiom: Co se kryje, rovno jest.
Závěr:

Spor!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

. . . ale potřebujeme ho

Podkladem světa jsou (přirozená) čísla

...ale potřebujeme ho

Podkladem světa jsou (přirozená) čísla

Poměr délek úhlopříčky a strany čtverce nelze najít konečným postupem.

…ale potřebujeme ho

Podkladem světa jsou (přirozená) čísla

Poměr délek úhlopříčky a strany čtverce nelze najít konečným postupem.

Popis pohybu a změny:

$$x + \mathrm{d}x = x, \quad y + \mathrm{d}y = y, \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y'$$

…ale potřebujeme ho

Podkladem světa jsou (přirozená) čísla

Poměr délek úhlopříčky a strany čtverce nelze najít konečným postupem.

Popis pohybu a změny:

$$x + \mathrm{d}x = x, \quad y + \mathrm{d}y = y, \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y'$$

Diferenciály nejsou dobře definované.

…ale potřebujeme ho

Podkladem světa jsou (přirozená) čísla

Poměr délek úhlopříčky a strany čtverce nelze najít konečným postupem.

Popis pohybu a změny:

$$x + \mathrm{d}x = x, \quad y + \mathrm{d}y = y, \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y'$$

Diferenciály nejsou dobře definované.

Algebraizace infinitesimálního počtu:

$$(\forall x_0)(\forall \varepsilon)(\exists \delta)(\forall x)\ |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

... ale potřebujeme ho

Podkladem světa jsou (přirozená) čísla

Poměr délek úhlopříčky a strany čtverce nelze najít konečným postupem.

Popis pohybu a změny:

$$x + \mathrm{d}x = x, \quad y + \mathrm{d}y = y, \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y'$$

Diferenciály nejsou dobře definované.

Algebraizace infinitesimálního počtu:

$$(\forall x_0)(\forall \varepsilon)(\exists \delta)(\forall x)\ |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

Obecný kvantifikátor je aktuálně nekonečnou konjunkcí výroků.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

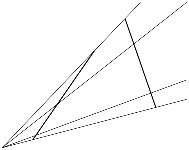
- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

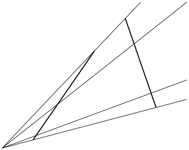
1781–1848

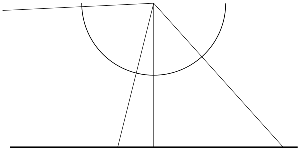


Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

1781–1848





Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

Eukleidovy axiomy platí pouze pro konečná množství.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

1781–1848

Eukleidovy axiomy platí pouze pro konečná množství.

- Pozoruhodný vztah dvou nekonečných množství spočívá v tom, že je možno každý předmět jednoho množství spojit s předmětem z druhého množství ve dvojici tak, že žádný předmět v obou množstvích nezůstane bez spojení a že také žádný se nevyskytuje ve dvou či více dvojicích.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta. (*ParUn.* $ 13)
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí. (*ParUn.* $ 11)
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

Eukleidovy axiomy platí pouze pro konečná množství.

- Pozoruhodný vztah dvou nekonečných množství spočívá v tom, že je možno každý předmět jednoho množství spojit s předmětem z druhého množství ve dvojici tak, že žádný předmět v obou množstvích nezůstane bez spojení a že také žádný se nevyskytuje ve dvou či více dvojicích.
- Avšak přes to mohou tato množství být ve vztahu nerovnosti, takže se jedno jeví být pouze částí druhého.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Celých čísel je $\aleph_0$.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Celých čísel je $\aleph_0$.

$$0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, 6, \ldots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Racionálních čísel je $\aleph_0$.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Racionálních čísel je $\aleph_0$.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \dots \\
\frac{1}{2} & \frac{2}{2} & \frac{3}{2} & \frac{4}{2} & \frac{5}{2} & \frac{6}{2} & \frac{7}{2} & \frac{8}{2} & \dots \\
\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{3} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{6}{3} & \frac{7}{3} & \frac{8}{3} & \dots \\
\frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{3}{4} & \frac{4}{4} & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} & \frac{7}{4} & \frac{8}{4} & \dots \\
\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & \frac{5}{5} & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} & \frac{8}{5} & \dots \\
\frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & \frac{5}{6} & \frac{6}{6} & \frac{7}{6} & \frac{8}{6} & \dots \\
\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{6}{7} & \frac{7}{7} & \frac{8}{7} & \dots \\
\frac{1}{8} & \frac{2}{8} & \frac{3}{8} & \frac{4}{8} & \frac{5}{8} & \frac{6}{8} & \frac{7}{8} & \frac{8}{8} & \dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}
, \qquad 1, \tfrac{1}{2}, 2, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{2}, 3, \tfrac{1}{4}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{3}{2}, 4, \tfrac{1}{5}, \tfrac{2}{4}, \tfrac{3}{3}, \tfrac{4}{2}, 5\dots
$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Racionálních čísel je $\aleph_0$.

$$\begin{array}{ccccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \dots \\
\frac{1}{2} & \frac{2}{2} & \frac{3}{2} & \frac{4}{2} & \frac{5}{2} & \frac{6}{2} & \frac{7}{2} & \frac{8}{2} & \dots \\
\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{3} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{6}{3} & \frac{7}{3} & \frac{8}{3} & \dots \\
\frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{3}{4} & \frac{4}{4} & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} & \frac{7}{4} & \frac{8}{4} & \dots \\
\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & \frac{5}{5} & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} & \frac{8}{5} & \dots \\
\frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & \frac{5}{6} & \frac{6}{6} & \frac{7}{6} & \frac{8}{6} & \dots \\
\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{6}{7} & \frac{7}{7} & \frac{8}{7} & \dots \\
\frac{1}{8} & \frac{2}{8} & \frac{3}{8} & \frac{4}{8} & \frac{5}{8} & \frac{6}{8} & \frac{7}{8} & \frac{8}{8} & \dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}, \qquad 1, \tfrac{1}{2}, 2, \tfrac{1}{3}, 3, \tfrac{1}{4}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{3}{2}, 4, \tfrac{1}{5}, 5 \dots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Sporem:
$$\begin{array}{l}
0{,}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}\cdots\\
0{,}a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}\cdots\\
0{,}a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}\cdots\\
0{,}a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}\cdots\\
0{,}a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}\cdots\\
0{,}a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}\cdots\\
\vdots
\end{array}$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Sporem:

$$\begin{array}{l} 0{,}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}\cdots \\ 0{,}a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}\cdots \\ 0{,}a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}\cdots \\ 0{,}a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}\cdots \\ 0{,}a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}\cdots \\ 0{,}a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}\cdots \\ \vdots \end{array}$$

$$0{,}b_1b_2b_3b_4b_5\cdots \qquad b_i = \begin{cases} 0, & a_{ii} \neq 0 \\ 1, & a_{ii} = 0 \end{cases}$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Sporem:
$$\begin{array}{l}
0{,}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}\cdots \\
0{,}a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}\cdots \\
0{,}a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}\cdots \\
0{,}a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}\cdots \\
0{,}a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}\cdots \\
0{,}a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}\cdots \\
\vdots
\end{array}$$

$$0{,}b_1b_2b_3b_4b_5\cdots \qquad b_i = \begin{cases} 0, & a_{ii} \neq 0 \\ 1, & a_{ii} = 0 \end{cases}$$

Cantorův diagonální argument

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

$$x = 0{,}\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4\xi_5\xi_6\xi_7\cdots, \quad y = 0{,}\eta_1\eta_2\eta_3\eta_4\eta_5\eta_6\eta_7\cdots,$$

$$q = 0{,}\xi_1\eta_1\xi_2\eta_2\xi_3\eta_3\xi_4\eta_4\xi_5\eta_5\xi_6\eta_6\cdots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

$$q = 0{,}\varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4\varrho_5\varrho_6\varrho_7\varrho_8\varrho_9\varrho_{10}\cdots\ ,$$

$$x = 0{,}\varrho_1\varrho_3\varrho_5\varrho_7\varrho_9\cdots\ ,\ y = 0{,}\varrho_2\varrho_4\varrho_6\varrho_8\varrho_{10}\cdots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

$$q = 0{,}\varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4\varrho_5\varrho_6\varrho_7\varrho_8\varrho_9\varrho_{10}\cdots,$$

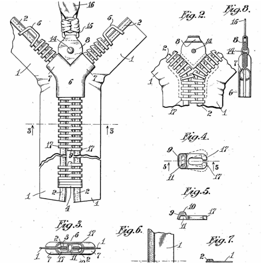
$$x = 0{,}\varrho_1\varrho_3\varrho_5\varrho_7\varrho_9\cdots, \quad y = 0{,}\varrho_2\varrho_4\varrho_6\varrho_8\varrho_{10}\cdots$$

Cantorův zip

Exkurs:

V té době vznikl i opravdový zip (zdrhovadlo)

Roku 1851 si ho nechal patentovat Elias Howe (vynálezce šicího stroje)



Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \le q \le 1$.

$$q = 0{,}\varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4\varrho_5\varrho_6\varrho_7\varrho_8\varrho_9\varrho_{10}\cdots\ ,$$

$$x = 0{,}\varrho_1\varrho_3\varrho_5\varrho_7\varrho_9\cdots\ ,\quad y = 0{,}\varrho_2\varrho_4\varrho_6\varrho_8\varrho_{10}\cdots$$

George Cantor Richardu Dedekindovi, 29. června 1877:

Je le vois, mais je ne crois pas!

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více částí, než kolik má složek.

$$\left|\{\bullet,\bullet\}\right| = 2$$

$$\left|\{\{\,\},\{\bullet\},\{\bullet\},\{\bullet,\bullet\}\}\right| = 4$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více vlastních částí, než kolik má složek.

$$\left|\{\bullet, \bullet, \circ\}\right| = 3$$

$$\left|\{\{\bullet\}, \{\bullet\}, \{\circ\}, \{\bullet, \bullet\}\{\bullet, \circ\}\{\bullet, \circ\}\}\right| = 6$$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více částí, než kolik má složek.

$M, \mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více částí, než kolik má složek.

M, $\mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$.

$\Phi : M \to \mathcal{P}(M)$, $\Phi(m) = \{m\}$ injekce $\Rightarrow |M| \leq |\mathcal{P}(M)|$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více částí, než kolik má složek.

$M, \mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$.

$\Phi : M \to \mathcal{P}(M), \Phi(m) = \{m\}$ injekce $\Rightarrow |M| \leq |\mathcal{P}(M)|$

Připusťme $|M| = |\mathcal{P}(M)|$:

Existuje $\Psi : M \to \mathcal{P}(M)$ bijekce

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více částí, než kolik má složek.

M, $\mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$.

$\Phi : M \to \mathcal{P}(M)$, $\Phi(m) = \{m\}$ injekce $\Rightarrow |M| \leq |\mathcal{P}(M)|$

Připusťme $|M| = |\mathcal{P}(M)|$:

Existuje $\Psi : M \to \mathcal{P}(M)$ bijekce

$\left\{x \in M : \ x \notin \Psi(x)\right\} \notin \Psi(M)$

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

1845–1918

Celek obsahuje více částí, než kolik má složek.

$M, \mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$.

$\Phi : M \to \mathcal{P}(M), \Phi(m) = \{m\}$ injekce $\Rightarrow |M| \leq |\mathcal{P}(M)|$

Připusťme $|M| = |\mathcal{P}(M)|$:

Existuje $\Psi : M \to \mathcal{P}(M)$ bijekce

$\{x \in M : x \notin \Psi(x)\} \notin \Psi(M)$ – spor.

Georg Cantor: S nekonečny lze kalkulovat

- Axiom *co se kryje, rovno jest* platí i pro nekonečná množství.
- Axiom *celek je větší než část* je nutné zeslabit: *celek není menší než část.*
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Reálných čísel je více než $\aleph_0$.
- Ke každému nekonečnému množství existuje množství větší, $\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots$

1845–1918

Naivní teorie množin

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b$:= z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b$:= z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b$:= z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Exkurs: Aristotelská logika

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>kladné</td><td>záporné</td></tr>
<tr><td colspan="2">singulární</td><td>S je P
$S\,\alpha\,P$</td><td>S není P
$S\,\varepsilon\,P$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">generální</td><td>obecné</td><td>každé S je P
S a P</td><td>žádné S není P
S e P</td></tr>
<tr><td>částečné</td><td>některé S je P
S i P</td><td>některé S není P
S o P</td></tr>
</table>

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

		kladné	záporné
singulární		S je P $S \,\alpha\, P$ $S \in P$	S není P $S \,\varepsilon\, P$ $S \notin P$
generální	obecné	každé S je P S a P $S \subseteq P$	žádné S není P S e P $S \cap P = \emptyset$
	částečné	některé S je P S i P $S \cap P \neq \emptyset$	některé S není P S o P $S \setminus P \neq \emptyset$

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

		kladné	záporné
singulární		S je P $S\,\alpha\,P$ $S \in P$	S není P $S\,\varepsilon\,P$ $S \notin P$
generální	obecné	každé S je P S a P $\emptyset \neq S \subseteq P$	žádné S není P S e P $S \cap P = \emptyset$
	částečné	některé S je P S i P $S \cap P \neq \emptyset$	některé S není P S o P $S \setminus P \neq \emptyset$

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

		kladné	záporné
singulární		S je P $S\,\alpha\,P$ $S \in P$	S není P $S\,\varepsilon\,P$ $S \notin P$
generální	obecné	každé S je P S a P $\emptyset \neq S \subseteq P$	žádné S není P S e P $S \cap P = \emptyset$
	částečné	některé S je P S i P $S \cap P \neq \emptyset$	některé S není P S o P $S \setminus P \neq \emptyset$

Sylogismy:

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

		kladné	záporné
singulární		S je P $S \,\alpha\, P$ $S \in P$	S není P $S \,\varepsilon\, P$ $S \notin P$
generální	obecné	každé S je P $S\,\mathrm{a}\,P$ $\emptyset \neq S \subseteq P$	žádné S není P $S\,\mathrm{e}\,P$ $S \cap P = \emptyset$
	částečné	některé S je P $S\,\mathrm{i}\,P$ $S \cap P \neq \emptyset$	některé S není P $S\,\mathrm{o}\,P$ $S \setminus P \neq \emptyset$

Sylogismy:

žádný tygr není přítulný	$M\,\mathrm{e}\,P$
některá zvířátka jsou tygři	$S\,\mathrm{i}\,M$
některá zvířátka nejsou přítulná	$S\,\mathrm{o}\,P$

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

		kladné	záporné
singulární		S je P $S\,\alpha\,P$ $S \in P$	S není P $S\,\varepsilon\,P$ $S \notin P$
generální	obecné	každé S je P $S\,\mathrm{a}\,P$ $\emptyset \neq S \subseteq P$	žádné S není P $S\,\mathrm{e}\,P$ $S \cap P = \emptyset$
	částečné	některé S je P $S\,\mathrm{i}\,P$ $S \cap P \neq \emptyset$	některé S není P $S\,\mathrm{o}\,P$ $S \setminus P \neq \emptyset$

Sylogismy:

premisa *maior* $\rightarrow$	žádný tygr není přítulný	$M\,\mathrm{e}\,P$
premisa *minor* $\rightarrow$	některá zvířátka jsou tygři	$S\,\mathrm{i}\,M$
závěr $\rightarrow$	některá zvířátka nejsou přítulná	$S\,\mathrm{o}\,P$

Exkurs: Aristotelská logika

pojem — množina

Kategorické soudy:

		kladné	záporné
singulární		S je P $S \,\alpha\, P$ $S \in P$	S není P $S \,\varepsilon\, P$ $S \notin P$
generální	obecné	každé S je P S a P $\emptyset \neq S \subseteq P$	žádné S není P S e P $S \cap P = \emptyset$
	částečné	některé S je P S i P $S \cap P \neq \emptyset$	některé S není P S o P $S \setminus P \neq \emptyset$

Sylogismy:

premisa *maior* $\rightarrow$	žádný tygr není přítulný	M e P	$M \cap P = \emptyset$
premisa *minor* $\rightarrow$	některá zvířátka jsou tygři	S i M	$S \cap M \neq \emptyset$
závěr $\rightarrow$	některá zvířátka nejsou přítulná	S o P	$S \setminus P \neq \emptyset$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \big\{ \{x\}, \{x, y\} \big\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b$:= z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a$ nebo $x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a$ a současně $x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a$ a současně $x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \big\{ \{x\}, \{x, y\} \big\}$
Kartézský součin množin: $a \times b := \{(x, y) : x \in a, y \in b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \big\{ \{x\}, \{x, y\} \big\}$
Kartézský součin množin: $a \times b := \{(x, y) : x \in a, y \in b\}$

Relace ρ na množině a: $\rho \subseteq a \times a$
Korespondence κ množin a, b: $\kappa \subseteq a \times b$

Naivní teorie množin – univerzální jazyk matematiky

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : \ x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : \ x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : \ x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : \ x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \big\{ \{x\}, \{x, y\} \big\}$
Kartézský součin množin: $a \times b := \{(x, y) : \ x \in a, y \in b\}$

Relace ρ na množině a: $\rho \subseteq a \times a$
Korespondence κ množin a, b: $\kappa \subseteq a \times b$

Naivní teorie množin

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f: a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f: a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f: a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f: a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f: a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f: a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f: a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f: a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f: a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Množina a nemá větší mohutnost než množina b, $|a| \leq |b|$, pokud existuje injekce $a \to b$.

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Množina a nemá větší mohutnost než množina b, $|a| \leq |b|$, pokud existuje injekce $a \to b$.

Platí: $|a| = |b|$ právě tehdy, když $|a| \leq |b|$ a současně $|b| \leq |a|$.

Naivní teorie množin

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Množina a nemá větší mohutnost než množina b, $|a| \leq |b|$, pokud existuje injekce $a \to b$.

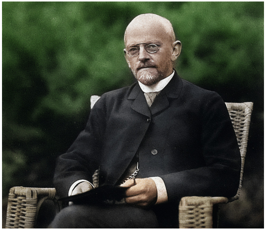
Platí: $|a| = |b|$ právě tehdy, když $|a| \leq |b|$ a současně $|b| \leq |a|$.

Potenční množina množiny a: $\mathcal{P}(a) := \{b : \ b \subseteq a\}$

Matematický ráj

Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können.

Über das Unendliche, *Math. Ann.* 95, 1926

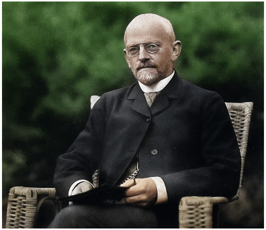


David Hilbert
1862–1943

Matematický ráj

Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können.

Über das Unendliche, *Math. Ann.* 95, 1926



David Hilbert
1862–1943

…existuje jedna plně uspokojivá cesta, po které lze uniknout paradoxům, aniž ztratíme vědu. Východiska, z nichž bude možné tuto cestu nalézt, a požadavky, které nás k poznání nasměrují, jsou následující:

1. Kdykoli se nám k tomu nabízí sebemenší příležitost, chceme pečlivě následovat plodné způsoby výstavby pojmů a úsudků, chceme o ně pečovat, podporovat je a činit je použitelnými. Nikdo nás nevyžene z ráje, který pro nás stvořil Cantor.
2. Je nutné, abychom zajistili stejnou jistotu usuzování, jaká existuje v nižší teorii čísel, o které nikdo nepochybuje a kde vznikají rozpory a paradoxy jen vinou naší nepozornosti.

Dosáhnout těchto cílů je očividně možné jen tehdy, pokud se nám podaří plně objasnit *podstatu nekonečna.*

Chrám, pevnost, nebo Babylónská věž?

Přirozená čísla: $0 := \emptyset$

$1 := \{\emptyset\}$

$2 := \{\{\emptyset\}\}$

Chrám, pevnost, nebo Babylónská věž?

Přirozená čísla:

$$\begin{aligned} 0 &:= \emptyset \\ 1 &:= \{\emptyset\} \\ 2 &:= \{\{\emptyset\}\} \\ &\vdots \\ n &:= \{n-1\} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Chrám, pevnost, nebo Babylónská věž?

Přirozená čísla:
$$\begin{aligned} 0 &:= \emptyset \\ 1 &:= \{\emptyset\} \\ 2 &:= \{\{\emptyset\}\} \\ &\vdots \\ n &:= \{n-1\} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$|a| < |\mathcal{P}(a)|$$

Chrám, pevnost, nebo Babylónská věž?

Přirozená čísla:
$$
\begin{aligned}
0 &:= \emptyset \\
1 &:= \{\emptyset\} \\
2 &:= \{\{\emptyset\}\} \\
&\vdots \\
n &:= \{n-1\} \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

$$|a| < |\mathcal{P}(a)|$$

$$\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots \to ת$$

Je to skutečně tak?

Stavba transfinitní matematiky

$$\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots$$

Je to skutečně tak?

Stavba transfinitní matematiky

$$\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots \text{ [?]} \to ת$$

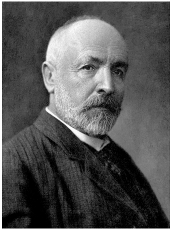
Je to skutečně tak?

Stavba transfinitní matematiky

$$\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots \ [?] \rightarrow ת$$

nemá žádnou oporu ve skutečnosti.

Je to skutečně tak?

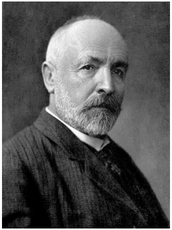


Georg F. L. P. Cantor
1845–1918

infinitum creatum sive transfinitum

infinitum æternum increatum sive Absolutum.

Je to skutečně tak?



Georg F. L. P. Cantor
1845–1918

infinitum creatum sive transfinitum

infinitum æternum increatum sive Absolutum.

Petr Vopěnka
1935–2015

Nejsme nad světem, ale ve světě.
Nehledáme nekonečno v Boží mysli, ale ve světě.

MASARYKOVA
UNIVERZITA