

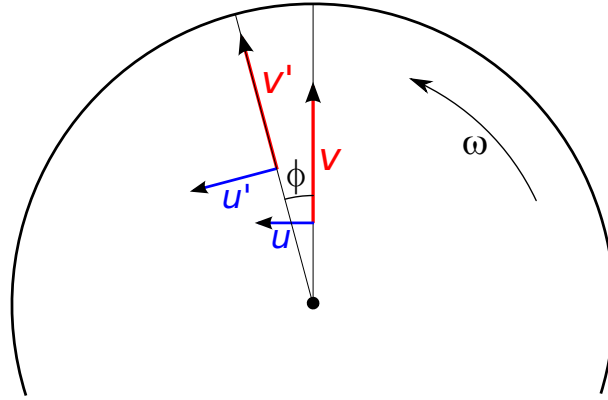
Rotace

Pokusy s kolem, káčou a jinými setrvačníky

- Roztočené kolo se chová jinak než neroztočené – lze je pověsit jen na jedné straně osy na provázek, kolo „stojí“ na vodorovné ose, přitom koná precesi (otáčí se kolem svislé osy)
- Toto lze vysvětlit pomocí úvah o momentu hybnosti a momentech vnějších sil
- Lze to ale vysvětlit i mnohem triviálněji, pomocí úvahy o tom, že se snažíme změnit směr osy rotace kola a přemýšlíme, jakou silou musíme působit, abychom toho dosáhli
- Při změně směru osy dojde ke změně rotace samotné. Např. směřuje-li osa původně vodorovně před námi (směr X) a na konci procesu dopředu od nás (směr Y), lze říci, že kolo se na začátku vůbec netočí kolem osy Y, ale na konci se kolem ní točí. Je tedy třeba kolo roztočit kolem osy Y a současně zbrzdit rotaci kolem osy X, která tam původně je, ale na konci už není. Na kolo mohou působit jen prostřednictvím jeho osy, takže pro roztočení kolem Y musím tlačít levou stranu osy nahoru a pravou stranu dolů! Sice to pak vypadá, jako bych chtěl osu kola natočit do směru Z a ne Y, ale skutečně toto musím dělat!
- Pokud kolo zavěším na provázek na jednu stranu vodorovné osy, gravitace dělá to, co já předtím, takže osa kola se otáčí ve vodorovné rovině a nedostává se tedy do svislé polohy. A stejně to funguje s vlčkem nebo káčou, které se nepřevrátí.
- Pokud se kolo točí rychle, je třeba značné síly, abychom změnili jeho osu, protože musíme jednu rotaci zastavit a jinou vytvořit. Setrvačníky proto mají silný stabilizační efekt, toho se využívá třeba při stabilizaci lodí nebo i při jízdě na kole (není to ale efekt, díky němuž udržíme na kole rovnováhu).
- Další využití – v gyrokomparech a navigaci, setrvačnick se ale musí doplnit důmyslným mechanismem, aby se odstranily efekty tření apod. Lze dosáhnout úžasné přesnosti
- Kolo v Cardanově závěsu – nejjednodušší gyroskop, ale velmi nepřesný
- Existuje i podivný setrvačnick, jehož osa se pohybuje po drátěné spirále. Zde se uplatňuje třecí síla a další efekty, vysvětlení je velmi netriviální

Coriolisova síla

- Pokus: necháme vytékat vodu z PET láhve, kterou přitom otáčíme kolem její osy. Přitom se proud zřetelně stáčí na stranu. Jak si lze toto vysvětlit? V neinerciální soustavě spojené s nádobou působí setrvačné síly – známá odstředivá a méně známá Coriolisova. Právě ta způsobuje zatáčení proudu.
- Odvození Coriolisovy síly pro speciální případ radiálního pohybu:



Změna rychlosti má dvojí původ, barvy rovnic odpovídají barvám na obrázku

$$\Delta v = |v' - v| = v\phi = v\omega\Delta t \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \omega v$$

$$\Delta u = |u' - u| = \omega(r' - r) = \omega v\Delta t \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \omega v$$

Zrychlení (Coriolisovo) směřuje doleva a má velikost $2\omega v$

- Coriolisova síla směřuje doprava a je rovna

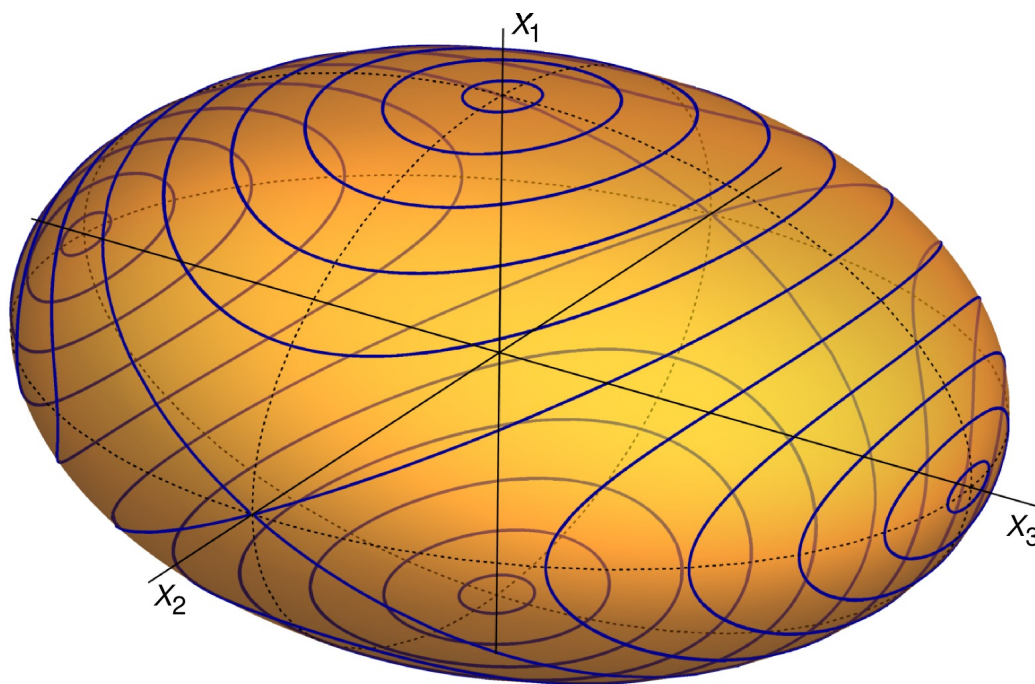
$$\vec{F}_c = -m\vec{a}_c = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

- Pokus s rotující židlí: točím se a přitáhnu ruce se závažími k tělu – točím se pak rychleji
- To lze v inerciální soustavě vysvětlit zákonem zachování momentu hybnosti – zmenšil jsem moment setrvačnosti, tím musela vzrůst úhlová rychlost
- Lze to vysvětlit i v soustavě, která je spojena se mnou, dříve než začnu ruce přitahovat, a otáčí se stálou úhlovou rychlostí? Vzhledem k této soustavě jsem původně v klidu, ale jak přitahuji ruce, roztáčím se.
- Vysvětlení dá Coriolisova síla. Ta začne působit na závaží v rukou a působí kolmo na jejich pohyb (který je radiální), takže působí tečně a roztáčí mě.
- Pokud budu chtít dělat závažím kroužky, zjistím, že to jde na jednu stranu mnohem snáze než na druhou. To proto, že u kroužků v opačném směru, než v jakém se na židli točím, působí Coriolisova síla směrem do středu kroužku, což je přesně to, co velice vítám – pro kruhový pohyb závaží potřebuji dostředivou sílu, která bude pohyb zakřivovat. Naopak u kroužků ve stejném směru, v jakém se na židli točím, působí Coriolisova síla směrem od středu kroužku ven a tedy mi práci velmi ztěžuje.
- Coriolisova síla má stejný charakter jako Lorentzova síla v homogenním magnetickém poli \vec{B} – ta je dána vztahem $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
- Obecná úvaha – uhnutí do boku: přibližně platí $\Delta = \frac{1}{2}at^2 = \omega vt^2 = \omega ts = \varphi s$, kde φ je úhel otočení za dobu letu a s je vzdálenost, na kterou se vrhá.
- Přestřelka na točně nebo ve vlaku jedoucím do zatáčky – C. síla závisí lineárně na rychlosti, takže je pro kulku větší než odstředivá a může způsobit minutí cíle

- C. síla působí i na světlo; chceme-li trefit světelným paprskem geostacionární družici, musíme mířit trošku jinam, než kde ji vidíme, protože C. síla paprsky odchyluje. Na jednu dráhu světla odchylka činí asi 400 metrů, proto musíme mířit o 800 metrů vedle. Při pohledu z inerciální soustavy je vysvětlení takovéto: musíme mířit do bodu, kde družice *bude*, až k ní paprsek doletí, ne tam, kde *je* teď. A už vůbec ne tam, kde ji vidíme, protože tam byla před chvílí, když z ní světlo vyletlo.
- Hlavní projevy C. síly při rotaci Země – na velkých škálách, tj. počasí, cyklóny atd. C. síla od rotace Země se neprojevuje např. u víru v umyvadle.
- Každý si může zkusit účinku C. síly např. na malém kolotoči na dětském hřišti – zkusit boxovat (ruka bude odchylována do strany) a dělat rukou kroužky v jednom nebo druhém směru.

Rotující tuhý kvádr

- Volnou rotaci zde na Zemi můžeme nejlépe zkoumat tak, že těleso roztočíme a vyhodíme do vzduchu, protože pak rotaci téměř nic neovlivňuje (snad jen zanedbatelně odpor vzduchu)
- Při volné rotaci se zachovávají dvě veličiny: rotační kinetická energie E a moment hybnosti \vec{L}
- Nesymetrické těleso má tři tzv. hlavní hodnoty momentu setrvačnosti, které můžeme označit jako J_1, J_2, J_3 a uspořádat takto: $J_1 \leq J_2 \leq J_3$



- V soustavě pevně spojené s tělesem, v níž kartézské souřadnicové osy x_1, x_2, x_3 splývají s hlavními osami momentu setrvačnosti, lze kinetickou energii vyjádřit pomocí složek momentu hybnosti jako

$$E = \frac{L_1^2}{2J_1^2} + \frac{L_2^2}{2J_2^2} + \frac{L_3^2}{2J_3^2} \quad (1)$$

a druhou mocninu momentu hybnosti jako

$$L^2 = L_1^2 + L_2^2 + L_3^2$$

Tyto veličiny se obě zachovávají. První rovnice je rovnicí elipsoidu (přesněji řečeno povrchu elipsoidu), druhá rovnicí sféry (povrchu koule). Koncový bod vektoru momentu hybnosti pak musí ležet na průniku obou ploch. Na obrázku je elipsoid odpovídající nějaké hodnotě E a jeho průniky se sférami odpovídajícími různým hodnotám L^2 – viz obrázek

- Pokud těleso roztočíme kolem osy blízké ose s nejmenším nebo největším momentem setrvačnosti (x_1 nebo x_3), bude vzhledem k tělesu koncový bod vektoru \vec{L} stále zůstat v blízkosti své původní polohy. Pokud ale roztočíme těleso kolem osy s prostředním momentem setrvačnosti (osa x_2), dostane se koncový bod vektoru \vec{L} daleko od své původní polohy – na druhou stranu elipsoidu. Na tělese proto pozorujeme, že se jakoby převrací.

Rotující krabice mléka

- Na rozdíl od kvádrů, v krabici mléka se může disipovat energie, tedy rotační energie se může měnit na teplo díky proudění v mléce
- Proto ze nezachovává energie E , ale jen moment hybnosti \vec{L}
- Lze ukázat, že jediná stabilní rotace je taková, kdy energie dosáhla minimální možné hodnoty pro daný moment hybnosti
- Tomu odpovídá podle vzorce (1) největší moment setrvačnosti
- Těleso se tady po nějaké době bude točit kolem osy s největším momentem setrvačnosti
- Tato úvaha lze aplikovat i na jiná tělesa, která nejsou tuhá a mohou disipovat energii, např. na svazek klíčů, které také skončí v takovéto rotaci

Seznam pomůcek

- nejrůznější setrvačníky a káče
- kolo z kola, provázek
- sada setrvačnicků, roztáčetlo
- kolo ze sbírek fyziky
- Rotující židle, závaží (mosazná nebo i plné PET lahve)
- Podivný setrvačnick, který běží po spirále
- Setrvačnick, který se staví na osičku
- Na Coriolisovu sílu – PET láhev s dírou u dna, při vytékání vody s ní otáčím, vidím, že voda neteče rovně – lze zviditelnit kamerou připevněnou k lahvi
- Vajíčko a fixu na ně
- Krabice mléka, balzovou krabičku od čaje, obrázek elipsoidu dle Landaua na fólii, lahvička s korekční kapalinou