Lineární a adaptivní zpracování dat

6. Kumulační zvýrazňování časových řad v šumu II

Daniel Schwarz
Jakub Jamarik

MU
IBA

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

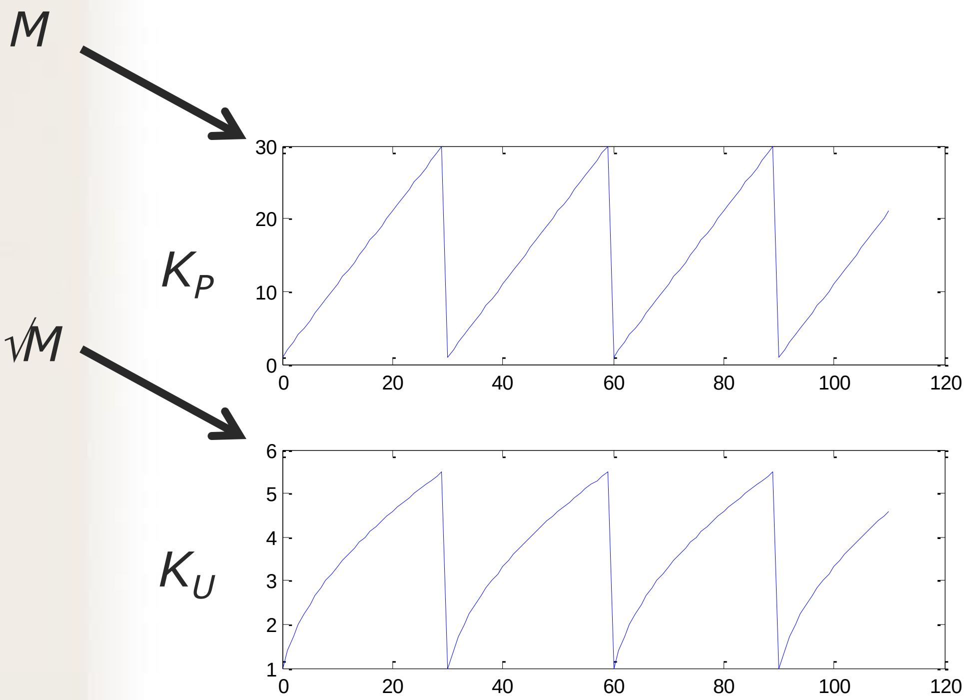
Investice do rozvoje vzdělávání

Opakování

Repetiční časové řady – formulujte jejich vlastnosti, příklady….
Kumulační zpracování repetičních časových řad – co to je, k čemu to je?
Princip metody?
Nutné podmínky pro úspěch metody?
Jak zabezpečit koherenci repetic?
Jakou veličinou vyjadřujeme úspěch kumulačního zpracování? Jaký je vztah pro tuto veličinu?
Co se děje při nesplnění podmínek?
Jak ověřit, že realizace šumu v jednotlivých repeticích nejsou korelovány?
K čemu je odhad zbytkového rušení tzv. ± průměrováním?
Kumulace s rovnoměrnými vahami a pevným oknem – princip, dynamika *K*?

Kumulace s pevným oknem + / -

Pevné okno vyhovuje, jde-li o jednorázové získání očištěné repetice časové řady.
Po zpracování M repetic je nutno vynulovat registry (paměti) kumulačních kanálů.



$M = 30$

V plné kvalitě je signál k dispozici pouze jednou za M repetic.
Sledování pomalých změn v časové řadě je omezeno.

Kumulace s klouzavým oknem

Po přijetí *M* repetic nedojde k nulování kumulačních kanálů.
V registrech/pamětích je vždy zahrnuto posledních *M* repetic.

$$a_i = \begin{cases} \frac{1}{M}, i = 0,1,\ldots,M-1 \\ 0, \quad i \geq M \end{cases}$$

$$y(kT) = \sum_{i=0}^{\max(j,M-1)} \left[\frac{1}{M} \cdot_{(j-i)} x(lT) \right], \quad j = 0,1,2,\ldots$$

Kumulace s klouzavým oknem

Po přijetí *M* repetic nedojde k nulování kumulačních kanálů.
V registrech/pamětích je vždy zahrnuto posledních *M* repetic.

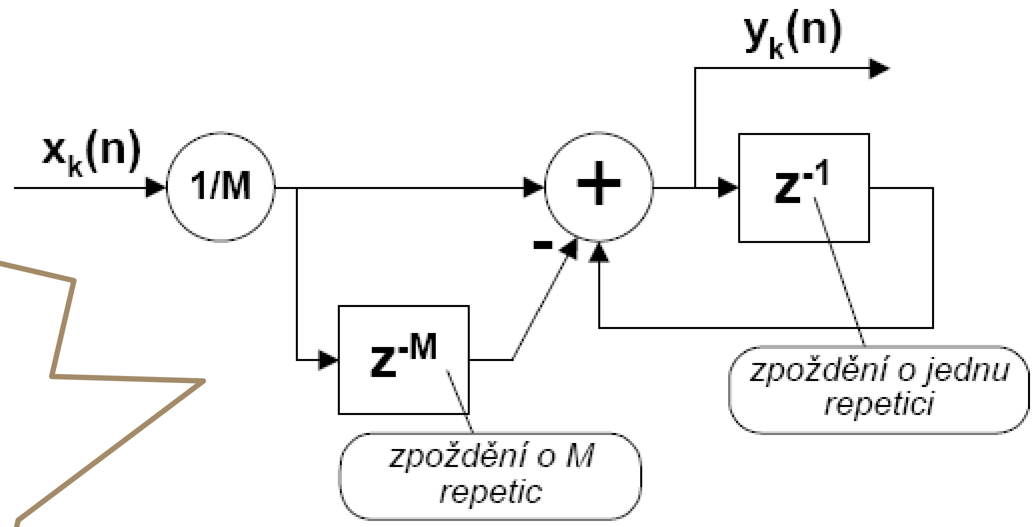
$$a_i = \begin{cases} \dfrac{1}{M}, i = 0,1,\ldots,M-1 \\ 0, \quad i \geq M \end{cases}$$

$$y(kT) = \ldots x(iT)\Big], \quad j = 0,1,2,\ldots$$

Princip je stejný jako u kumulace s pevným oknem. Liší se pouze implementace!

Kumulace s klouzavým oknem

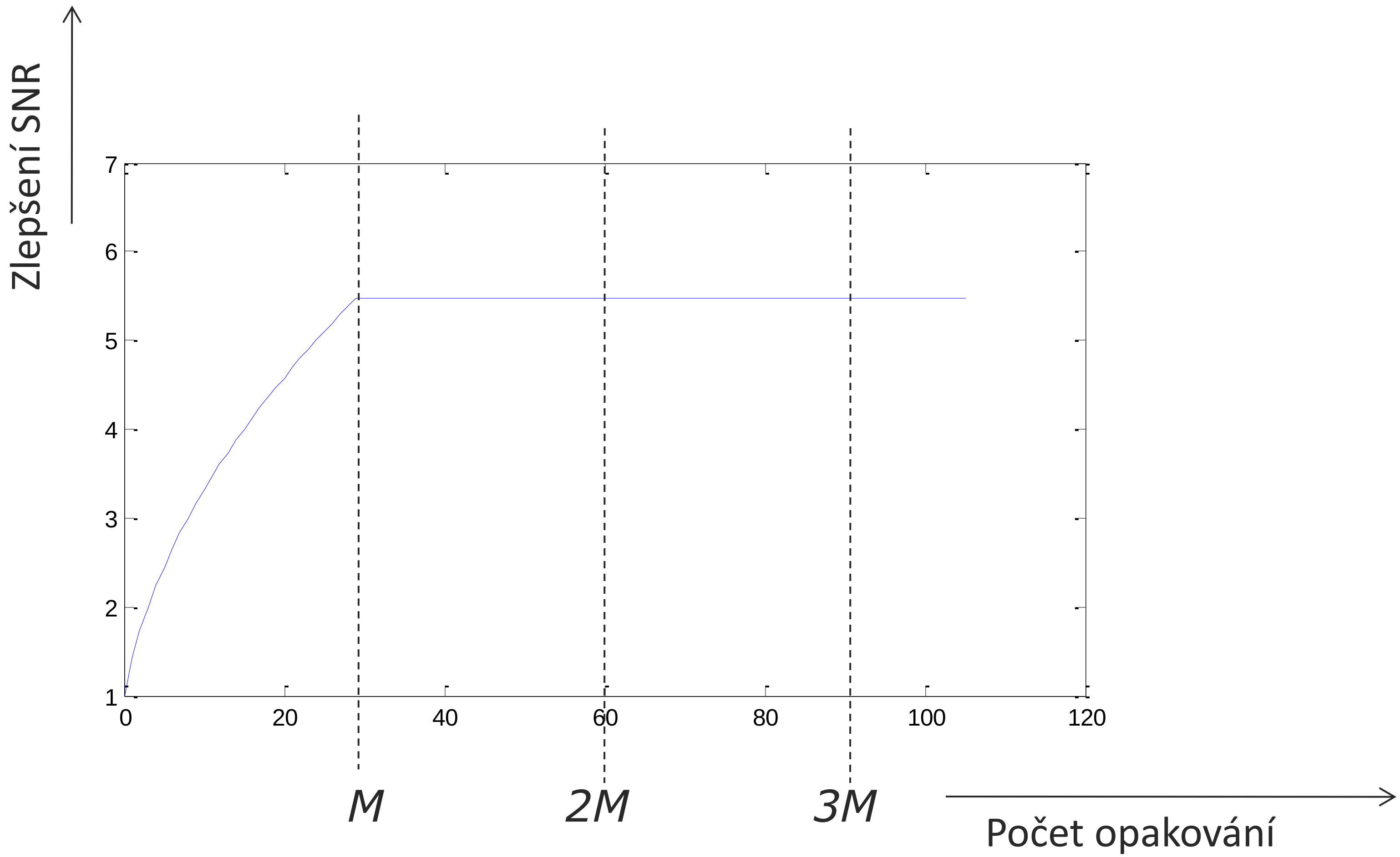
Po přijetí *M* repetic nedojde k nulování kumulačních kanálů.
V registrech je vždy zahrnuto posledních *M* repetic.



Starší repetice se „zapomínají"

Kumulace s klouzavým oknem

Po přijetí *M* repetic nedojde k nulování kumulačních kanálů.
V registrech je vždy zahrnuto posledních *M* repetic.



Exponenciální kumulace

Význam předchozích repetic je tím menší, čím jsou starší.
Postupné „zapomínání“ starších hodnot.

U metody s rovnoměrnými vahami a pevným i klouzavým oknem působil příspěvek kterékoli repetice po dobu M repetic plnou vahou a pak byl z výsledku vypuštěn.

Exponenciální kumulace

Význam předchozích repetic je tím menší, čím jsou starší.
Postupné „zapomínání“ starších hodnot.

U metody s rovnoměrnými vahami a pevným i klouzavým oknem působil příspěvek kterékoli repetice po dobu M repetic plnou vahou a pak byl z výsledku vypuštěn.

Jde nám stále o vyhlazování prováděné
v repetičních časových řadách !

Exponenciální kumulace

Význam předchozích repetic je tím menší, čím jsou starší.
Postupné „zapomínání“ starších hodnot.

U metody s rovnoměrnými vahami a pevným i klouzavým oknem působil příspěvek kterékoli repetice po dobu M repetic plnou vahou a pak byl z výsledku vypuštěn.

$$a_j = \alpha^{M-j}, \alpha \in (0,1), j = 1,2,\ldots M$$

Exponenciální kumulace

Zlepšení výkonového poměru užitečného signálu k šumu pro *M* repetic

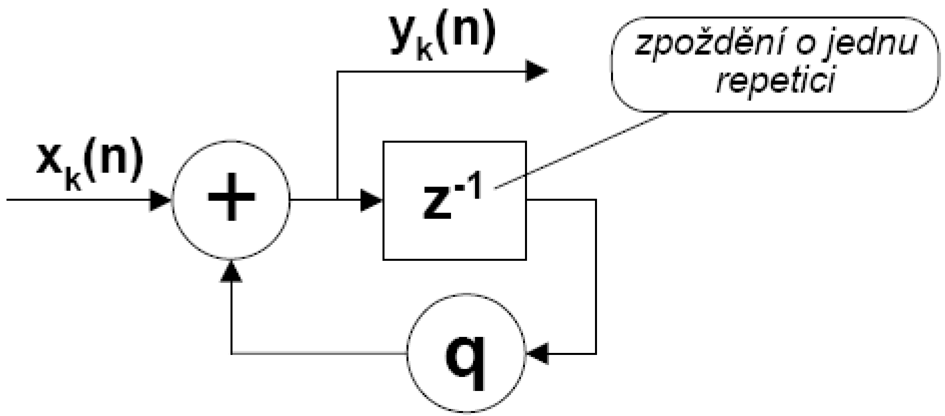
$$K_{ms}=\frac{\left(\sum_{j=1}^{M}a_j\right)^2}{\sum_{j=1}^{M}a_j^{\,2}}=\frac{\left(\sum_{j=1}^{M}\alpha^{M-j}\right)^2}{\sum_{j=1}^{M}\left(\alpha^{M-j}\right)^2}=\frac{\left(\sum_{j=0}^{M-1}\alpha^{j}\right)^2}{\sum_{j=0}^{M-1}\alpha^{2j}}=\frac{\left(\dfrac{1-\alpha^M}{1-\alpha}\right)^2}{\dfrac{1-\alpha^{2M}}{1-\alpha^2}}=$$

$$=\frac{\left(1-\alpha^M\right)^2(1+\alpha)(1-\alpha)}{(1-\alpha)^2\left(1-\alpha^M\right)\left(1+\alpha^M\right)}=\frac{1-\alpha^M}{1+\alpha^M}\,\frac{1+\alpha}{1-\alpha},$$

$$\text{pro}\,M>>1\Rightarrow\alpha^M\rightarrow 0\Rightarrow\ K_{ms}\cong\frac{1+\alpha}{1-\alpha},$$

Exponenciální kumulace

Význam předchozích repetic je tím menší, čím jsou starší.
Postupné „zapomínání" starších hodnot.



Exponenciální kumulace

Výsledná amplituda signálu i zlepšení SNR závisí na zpětnovazebním koeficientu α.

Čím blíže je α -> 1, tím ……….?...................

Exponenciální kumulace

Výsledná amplituda signálu i zlepšení SNR závisí na zpětnovazebním koeficientu α.

Čím blíže je α -> 1, tím vyšší je K_{ms}, ale tím déle trvá přiblížení k ustálenému stavu.

Exponenciální kumulace

Výsledná amplituda signálu i zlepšení SNR závisí na zpětnovazebním koeficientu α.

Čím blíže je α -> 1, tím vyšší je K_{ms}, ale tím déle trvá přiblížení k ustálenému stavu.

Rovnoměrná kumulace s klouzavým oknem slouží jako normál

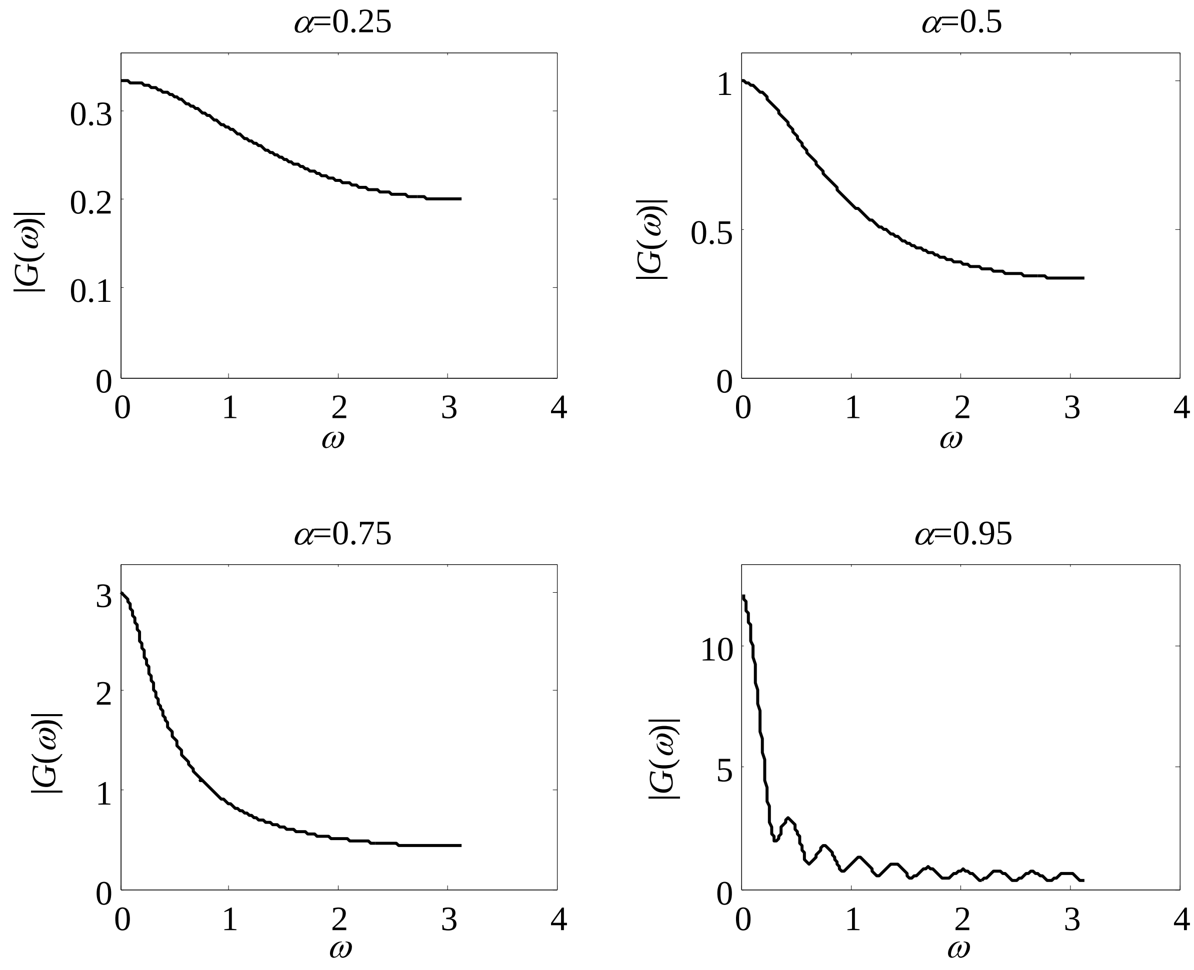
$$\sqrt{M} = \sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \Rightarrow \alpha = \frac{M-1}{M+1}$$

Exponenciální kumulace

Jak bude koeficient α ovlivňovat chování kumulačního zpracování ve frekvenční oblasti?

Exponenciální kumulace

Modulové frekvenční charakteristiky FIR filtru řádu M=20 s impulsní charakteristikou $h_j=\alpha^{M-j+1}$pro různé hodnoty α.

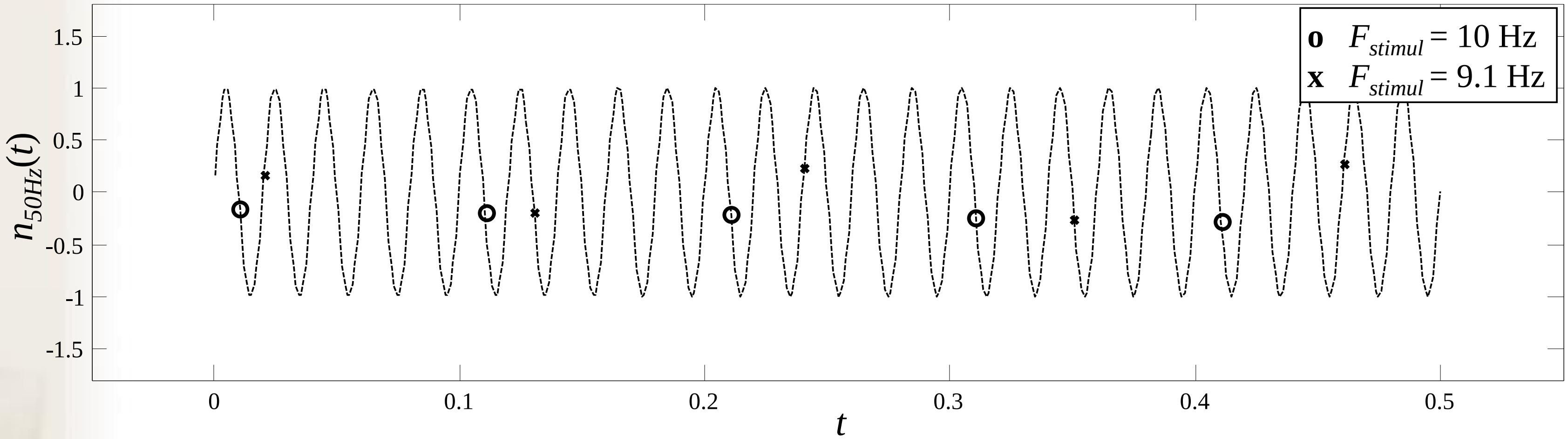


Exponenciální kumulace

- Exponenciální kumulace se svými vlastnostmi více podobá rovnoměrné kumulaci s klouzavým oknem.
- Exponenciální kumulace má velmi jednoduchý algoritmus, který nevyžaduje složité operace posunu v paměťovém poli repetic.
- Exponenciální kumulace umožňuje, stejně jako rovnoměrná kumulace s klouzavým oknem, sledování pomalých změn v užitečné složce zpracovávaných časových řad.

Kumulační techniky – viz skripta:

- Odhad zbytkové rušivé složky ± průměrováním
- Repetiční časové řady s nenáhodným rušením



6. cvičení

1. Na předloženém repetičním signálu odhalte tvar repetice pomocí kumulace s klouzavým oknem a rovnoměrnými váhami a dále pomocí kumulace s exponenciálními váhami. Volte různá α a srovnejte výsledné průběhy repetic.

2. Vykreslete pomocí Matlabu srovnání dynamických vlastností exponenciální kumulace pro α=0.980198 a rovnoměrné kumulace s klouzavým oknem pro M=100. Určete počet repetic, které jsou nutné k tomu, aby zlepšení poměru signálu k šumu bylo stejné u metody s klouzavým oknem a u metody s exponenciálními váhami.

3. Vyhlazenou časovou řadu z příkladu č. 1 zperiodizujte a přidejte šum (dodá učitel). Ověřte, zda na výslednou směs budou fungovat kumulační techniky a pokud ano, tak prostřednictvím libovolné metody vypočtěte znovu jednu vyhlazenou repetici časové řady.

4. Ověřte experimentálně princip +/- průměrování, a to na příkladu odhalení statistických vlastností šumu.