9. Modely dravec-kořist

E3101 Úvod do matematického modelování

Model dravec-kořist Gauseho typu

Model dravec-kořist Leslieho typu

MU IBA
Vytvořil Institut biostatistiky a analýz, Masarykova univerzita
J. Hřebíček, J. Kalina

Model dravec-kořist Leslieho typu

- Existují i komplikovanější populační modely, kde se kombinují oba dříve zmíněné principy.
- Model Leslieho typu předpokládá, že:
  - populace predátora zmenšuje relativní přírůstek populace kořisti
  - populace kořisti zvětšuje úživnost prostředí pro populaci predátora.
- Velikost populace kořisti vlastně určuje velikost úživnosti prostředí pro populaci predátora. Pokud by tedy byla populace kořisti neomezená, byla by neomezená i úživnost.

Model dravec-kořist Leslieho typu

$$N_k(t+h) = N_k(t) + N_k(t) \cdot \left(r_k - r_k \frac{N_k(t)}{K_k} + \alpha_{k,p} \cdot N_p\ (t) \right) \cdot h, N_k(0) = N0_k, \alpha < 0$$

$$N_p(t+h) = N_p(t) + N_p(t) \cdot \left(r_p - r_p \frac{N_p(t)}{K_p + \gamma_{p,k} \cdot N_k\ (t)} \right) \cdot h, N_p(0) = N0_p$$

Model dravec-kořist Gauseho typu

- V předcházejícím případě jsme uvažovali nespecializovaného predátora, který se neživil výhradně modelovanou populací.
- Populaci predátora jsme proto mohli považovat za konstantní a nezahrnovali jsme ji do modelu:

$$N_k(t+h) = N_k(t) + r_k \cdot N_k(t) \cdot \left(1 - \frac{N_k(t)}{K_k}\right) \cdot h - p(N_k(t)) \cdot h, N_k(0) = N0_k$$

- Nyní budeme predátora považovat za specializovaného a zahrneme jej do modelu jako další modelovanou populaci.
- Pro jednoduchost označme populaci kořisti N_k a populaci predátora N_p

Model dravec-kořist Gauseho typu

- Předpokládá vliv populace predátora na kořist, stejnou jako v případě nespecializovaného predátora z minulého týdne (s vhodnou predační funkcí p):

$$N_k(t+h) = N_k(t) + r_k \cdot N_k(t) \cdot \left(1 - \frac{N_k(t)}{K_k}\right) \cdot h - N_p(t) \cdot p(N_k(t)) \cdot h, N_k(0) = N0_k$$

- Pro predátora předpokládá, že je specializovaný a tedy je jeho populace závislá pouze na velikosti populace kořisti:

$$N_p(t+h) = N_p(t) + \delta \cdot N_p\,(t) \cdot h + c \cdot N_p(t) \cdot p\big(N_k(t)\big) \cdot h, N_k(0) = N0_k, \delta < 0$$

- Jako vhodná predační funkce může být využita Hollingova funkce II. typu:

$$p(N_k) = S \cdot \frac{N_k}{N_k + \sigma}$$

Domácí úkol č. 5 (do 10. 12. 2024)

- Vykreslete směrové pole v prostoru dravec × kořist) pro Gauseho model z výuky, kde docházelo k oscilacím.
- Nastavení:
- r_k<-2
- delta<--05
- K_k<-1000
- c<-3
- S<-4
- sigma<-400