

12. Vánoční domácí úkol

E3101 Úvod do matematického modelování



Zadání
Na rozmyšlenou

Domácí úkol č. 6 (do zkoušky)



- Vyjděte z řešení maticového populačního modelu (Lotka-Volterra), ve kterém jste zkonstruovali model společenstva více druhů v maticovém tvaru.
- Předpokládejte ve společenstvu 5 stabilních populací nacházejících se v prostředí. K těmto 5 populacím budou vlivem mutací přibývat další.
- Označte vliv j -tého druhu na i -tý druh (na jeho koeficient růstu) $\beta_{i,j}$ a vnitřní koeficient růstu i -tého druhu α_i .
- Pro definici modelu bude vhodné (nikoliv nutné) uvažovat, že $0 < \alpha_i < 1$ a $-0,01 < \beta_{i,j} < 0,01$ (zhruba).

Domácí úkol č. 6



- Nejprve se pokuste nalézt libovolné hodnoty koeficientů $\beta_{i,j}$ společenstva pro všech 5 druhů, takové, že dojde k oscilacím, ale všechny druhy budou z dlouhodobého pohledu koexistovat a nedojde k jejich vyhynutí.
- Protože každý druh má pouze omezenou možnost investovat svoji energii a schopnosti do zisku energie a hmoty, jakož i obrany či využití ostatních druhů, nastavíme si následující omezení pro i -tý druh:

$$\alpha_i + 100 \cdot \sum_{j=1}^5 \beta_{i,j} = konst.$$

Domácí úkol č. 6



- Součet vnitřního koeficientu růstu a stonásobku všech vlivů ostatních populací je konstantní. Jako vhodná hodnota konstanty se nabízí např. číslo 1. Stejně pravidlo bude později platit i pro nově se objevivší druhy.
- Počáteční velikosti všech populací položte rovné 10.
- Vyjádřete graficky výsledek modelu pro 1000 časových jednotek. Pro řešení (simulaci) modelu můžete využít možnosti gridového výpočetního prostředí nabízeného prostřednictvím Metacentra.

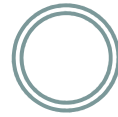
Domácí úkol č. 6



- Nyní v náhodný okamžik přidejte jednoho jedince nového (šestého) druhu takto:
 - Předpokládejme, že jedinec vznikl mutací některého ze stávajících druhů, proto vybereme některý současný druh (řekněme i -tý) a zachováme hodnoty všech koeficientů $\beta_{j,i}$, tedy vlivů nového druhu na současné druhy.
 - Naopak koeficienty $\beta_{i,j}$, tedy vlivy ostatních druhů na nově vzniklý druh budou nové (třeba náhodné), ale musí stejně jako dosud splňovat náš předpoklad

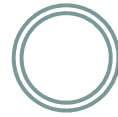
$$\alpha_i + 100 \cdot \sum_{j=1}^5 \beta_{i,j} = konst.$$

Domácí úkol č. 6



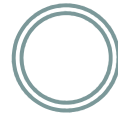
- Každá mutace se projeví vznikem nového druhu počínaje číslem 6 a dále, jehož populace bude mít na počátku velikost 1 jedince. Takový poddruh bude v matici vystupovat jako samostatný nový druh.
- Bude tedy zapotřebí měnit velikost matice, se kterou budete pracovat.
- Za dobu 1000 časových jednotek nastavte model tak, aby došlo nejméně k 10 mutacím (ale může být samozřejmě i násobně víc).

Domácí úkol č. 6



- Zajistěte v náhodných časových okamžicích vznik mutací – tj. objevení se nového i -tého poddruhu s novými (náhodnými) koeficienty $\beta_{i,j}$, splňujícími uvedenou podmínku a velikostí populace 1.
- Předpokládejte (a v modelu zajistěte), že druh, jehož populace klesne pod méně než 1 jedince, vyhyne a ze společenství definitivně zmizí.
- To se provede nejlépe testováním (ve vhodných časech) a případným vyloučením příslušného řádku a sloupce z matice.

Domácí úkol č. 6



- Při správné konstrukci celého modelu bude docházet k tomu, že pokud bude nově se objevivší druh mít v daném společenstvu a čase „lepší“ koeficienty $\beta_{i,j}$ (které ovšem neumíme analyticky určit) než předchozí druhy, postupně dojde k tomu, že vytlačí předchozí druhy a zaujme stabilní pozici v modelu.
- Pokud naopak mutace povede ke vzniku (v daném společenství) méně životaschopného druhu, ten po nějaké době vyhyne.

Domácí úkol č. 6



- Pokuste se zajistit vizualizaci modelu s mutacemi pomocí grafu velikostí populací v čase, kde jednotlivé druhy zobrazíte různými barvami.
- Navrhněte stručnou interpretaci modelu a pokuste se zodpovědět otázku, jak vypadá mutacemi vzniklý druh, který v systému zaujme nejstabilnější pozici (jde v podstatě o výsledek evoluce za zjednodušujícího předpokladu, že prostředí a částečně ani ostatní druhy se v čase nemění).

Domácí úkol č. 6

