



Únava – mechanické vlastnosti pevných látek

Ústav fyziky materiálů AV ČR v. v. i.

Únava



Historie

Table 6-1 Chronology of Fatigue Failure Research Events and Accomplishments

Source: "Fracture Mechanics & Fatigue," Union College, 1992, with permission

Year	Researcher	Event or Accomplishment
1829	Albert	First to document failure due to repeated loads.
1839	Poncelet	First to use the term fatigue.
1837	Rankine	Discusses the crystallization theory of fatigue.
1849	Stephenson	Discusses the product liability associated with railway-axle fatigue failures.
1850	Braithwaite	First uses the term fatigue in an English publication and discusses the crystallization theory.
1864	Fairbairn	Reports the first experiments with repeated loads.
1871	Wohler	Publishes results of 20 years of investigation into axle failures, develops the rotating bending test and the <i>S-N</i> diagram, and defines the endurance limit.
1871	Bauschinger	Develops a mirror extensometer with 10^{-6} sensitivity and studies inelastic stress-strain.
1886	Bauschinger	Proposes a cyclic "natural elastic limit" below which fatigue would not occur.
1903	Ewing/Humfrey	Discover slip lines, fatigue cracks, and crack growth to failure, disproving the crystallization theory.
1910	Bairstow	Verifies Bauschinger's theory of a natural elastic limit and Wohler's endurance limit.
1910	Basquin	Develops the exponential law of endurance tests (the Basquin equation).
1915	Smith/Wedgewood	Separate cyclic plastic strain from total plastic strain.
1921	Griffith	Develops fracture criteria and relates fatigue to crack growth.
1927	Moore/Kommers	Quantify high-cycle-fatigue data for many materials in "The Fatigue of Metals."
1930	Goodman/Soderberg	Independently determine the influence of mean stresses on fatigue.
1937	Neuber	Publishes the Neuber equation for strain concentration in notches (English translation in 1946).
1953	Peterson	Publishes "Stress Concentration Design Factors" providing an approach to account for notches.
1955	Coffin/Manson	Independently publish the strain-based low-cycle-fatigue law (Coffin-Manson law).
1961	Paris	Publishes the fracture-mechanics Paris law for fatigue-crack growth.

1923 Palmgren

Kumulativní

poškození

1949 Irwin

1957 Irwin

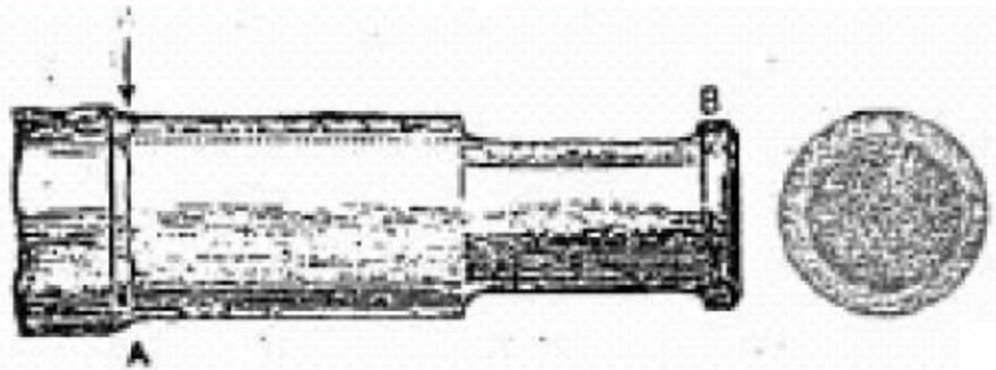
K-koncepce



r. 1843



William Rankine
2.7.1820, Edinburgh, Scotland



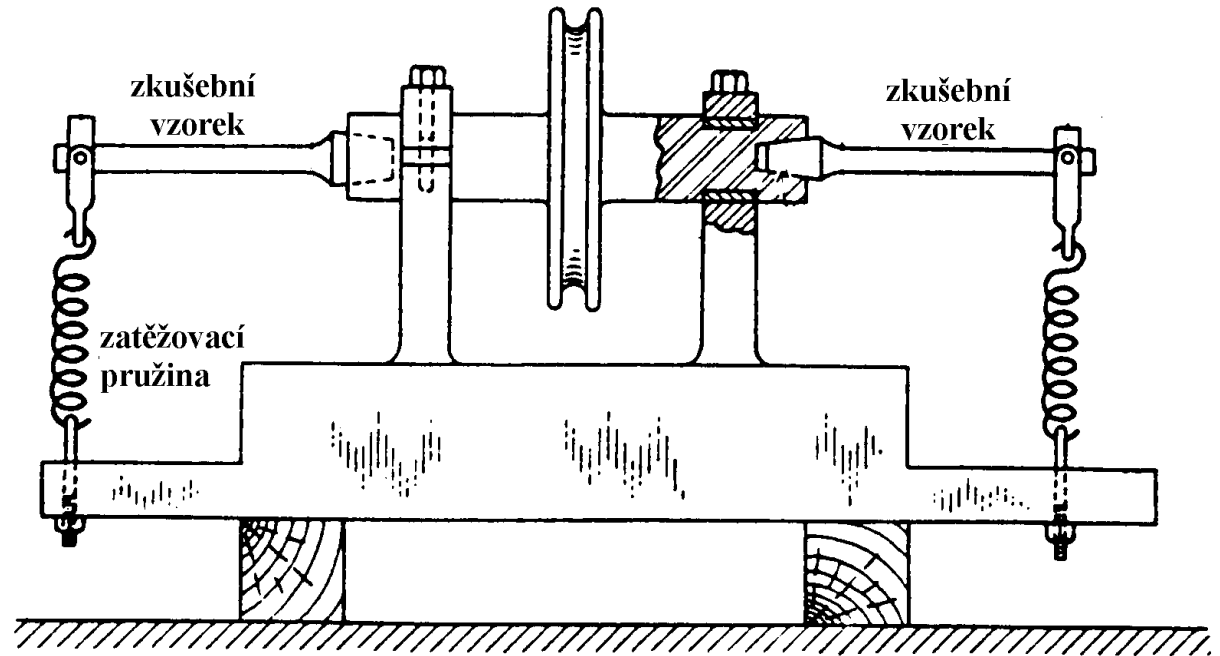
Rankine hovoří o „krytalizaci“ materiálu během opakovaného zatěžování, díky níž se materiál stává křehkým.

r. 1850 F. Braithwaite – pojem „únavá kovů“

Institute of Civil Engineers, F. Braithwaite 1854

"...the iron girders were never strong enough to withstand the *fatigue* caused by intermittent loading of the vessel... the repeated action of deflection and rising towards its original position... deteriorated the metal, and, ultimately the girders broke... There are reasons for believing that many of the appalling, and apparently unaccountable accidents on railways, and elsewhere, are attributable to that progressive action which may be termed, the "*fatigue of metals*".

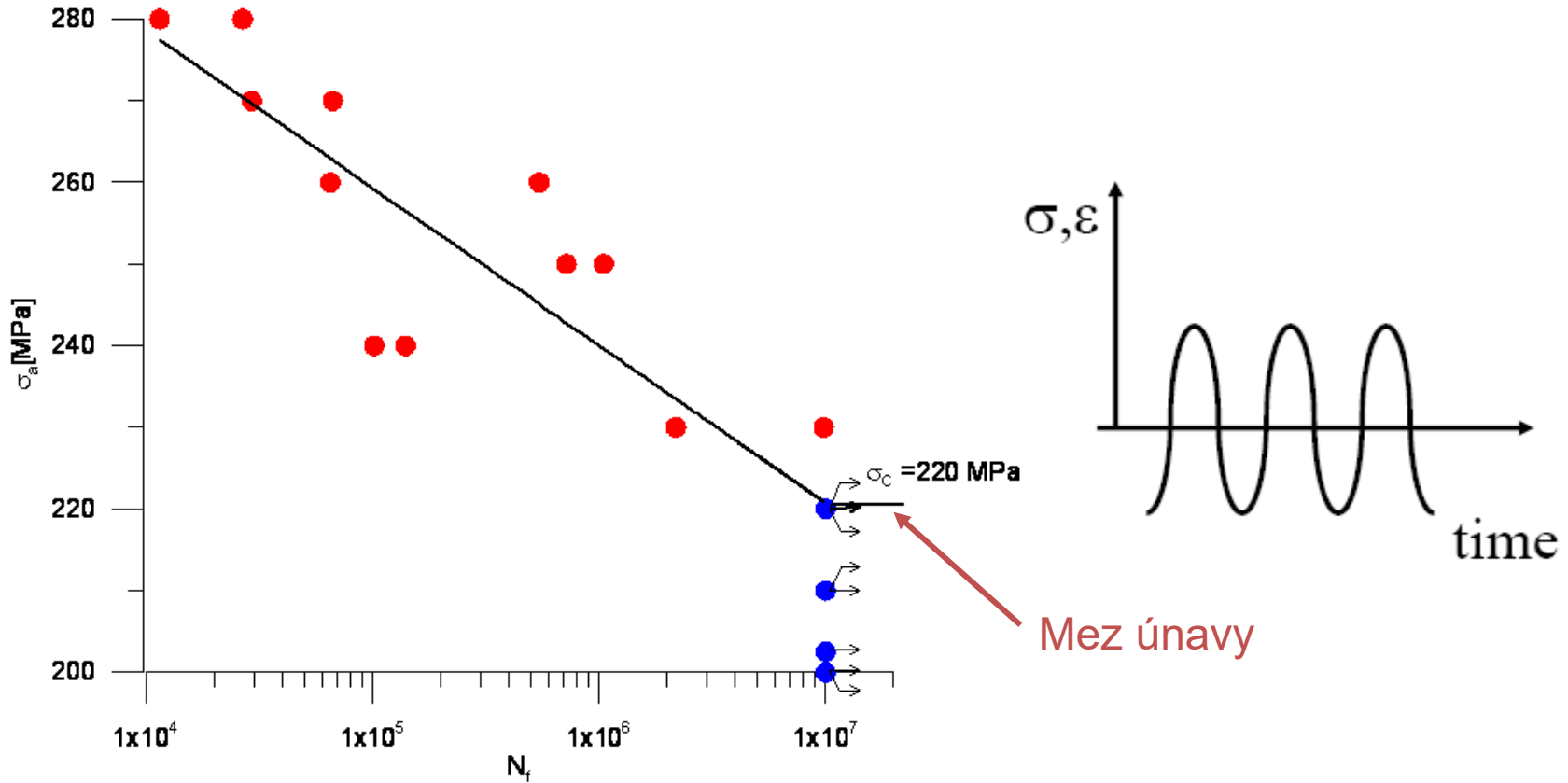
po r. 1850 Wöhler



- Ocel se poruší při zatížení nižším než je její elastický limit (mez kluzu) při dostatečném množství zatěžovacích cyklů.
- Rozkmit napětí, více než maximální zatížení, určuje počet cyklů do lomu.

- Existuje mezní hodnota rozkmitu napětí pod jejíž úrovní součást vydrží neomezený počet zátěžných cyklů (mez únavové pevnosti).
- Se zvyšujícím se maximálním zatížením tato mezní hodnota klesá.

S – n křivka (Wöhler)



Proces únavového porušení

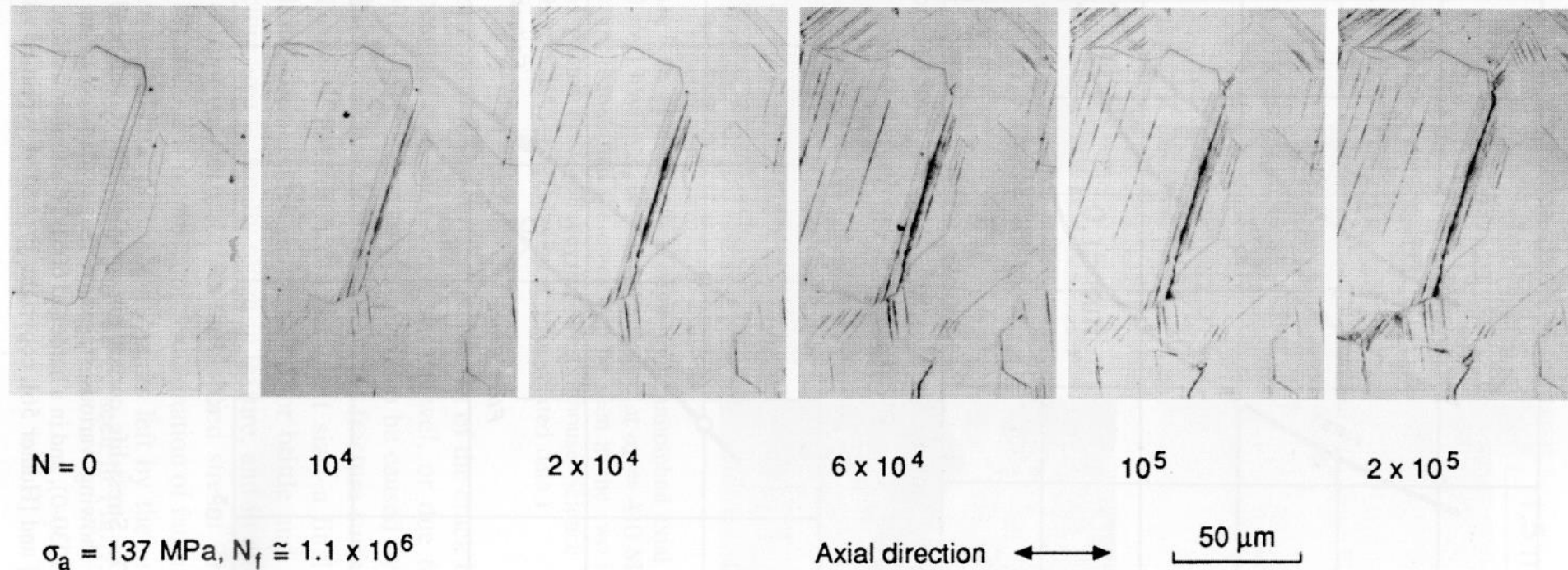
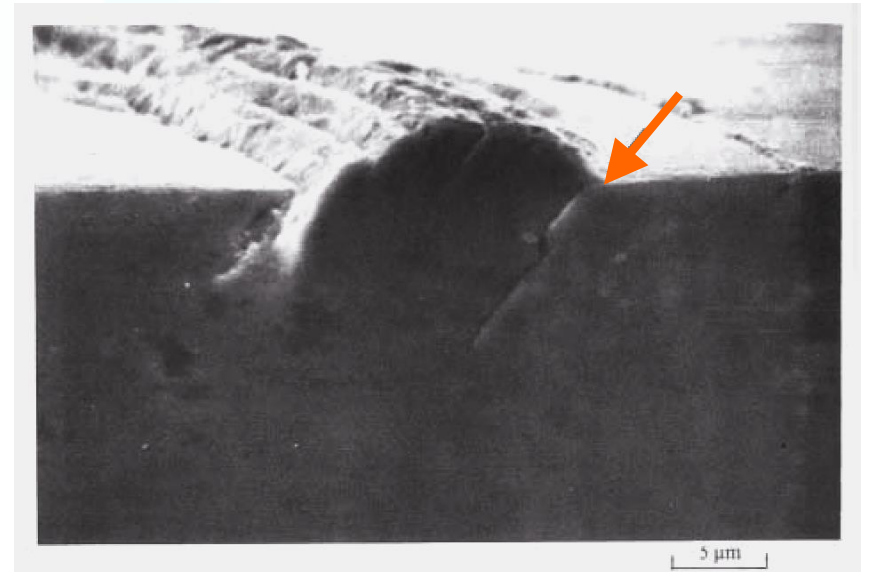
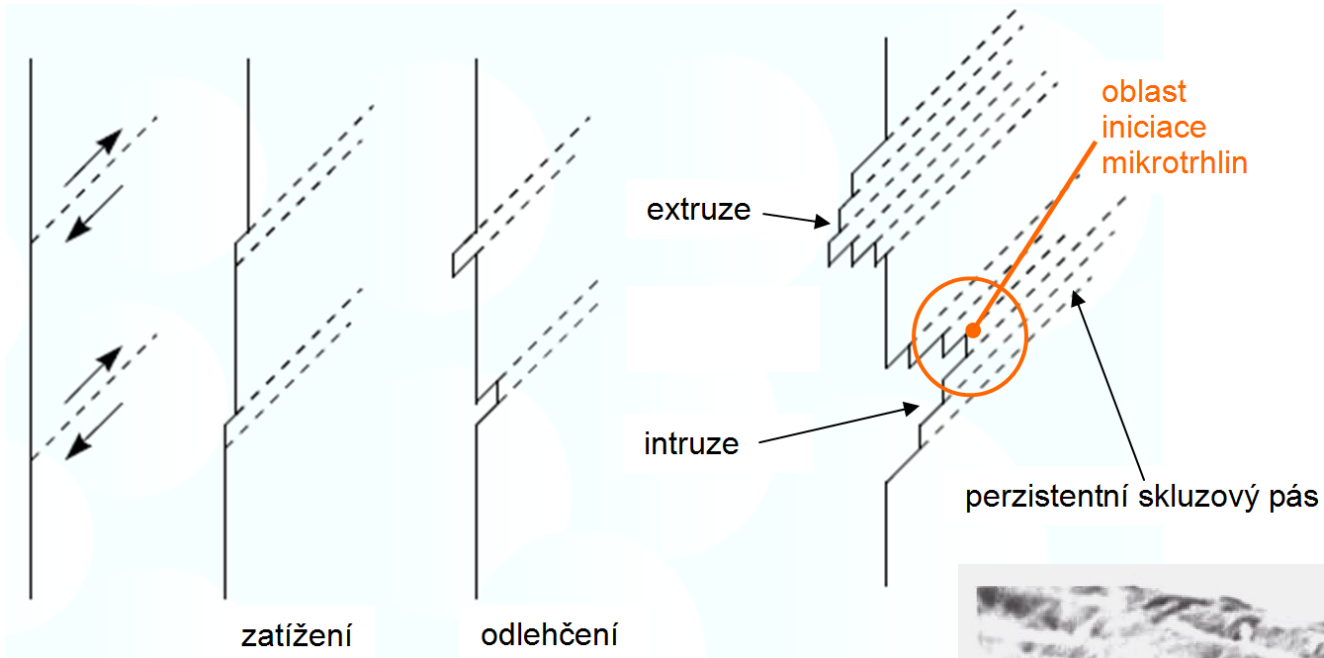


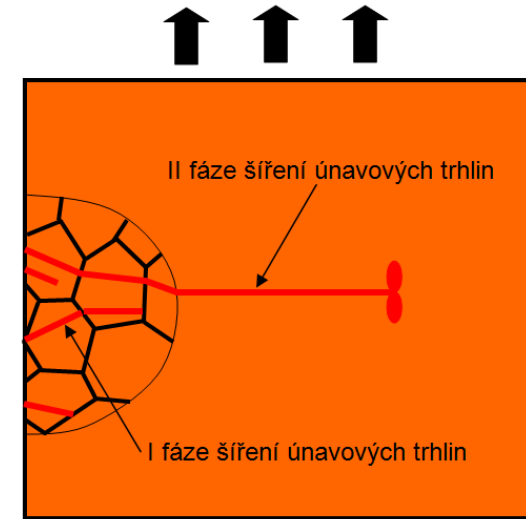
Figure 9.16 The process of slip band damage during cyclic loading developing into a crack in an annealed 70Cu-30Zn brass. (Photos courtesy of Prof. H. Nisitani, Kyushu Sangyo University, Fukuoka, Japan. Published in [Nisitani 81]; reprinted with permission from *Engineering Fracture Mechanics*, Pergamon Press, Oxford, UK.)

Proces únavového porušení



- Iniclace únavové trhliny v krystalu Cu (60 000 cyklů při 20°C)
– (převzato z [Suresh 2006])

Proces únavového porušení



Jednotlivé stádia únavového poškození:

1. Stádium : iniciace únavové trhliny
(formace skluzových pásů, iniciace mikrotrhlin)
2. Stádium : šíření mikrostrukturálně krátké trhliny
(I fáze šíření - rychlost a směr šíření trhliny je silně ovlivňován mikrostrukturou daného materiálu)
3. Stádium : šíření (stabilní) únavové trhliny
(II fáze šíření – šíření magistrální trhliny- lze použít popis pomocí mechaniky kontinua)
4. Stádium : nestabilní šíření trhliny – lom tělesa

- poškozená kliková hřídel (převzato z [Norton 2006])

Metody predikce životnosti

Stress - life (S-N) přístup – nepředpokládáme existenci defektu

Lineární elastická lomová mechanika (LELM) – předpokládáme existenci defektu



- únavově poškozený čep (převzato z [<http://degradace.tf.czu.cz/>])

Metody predikce životnosti

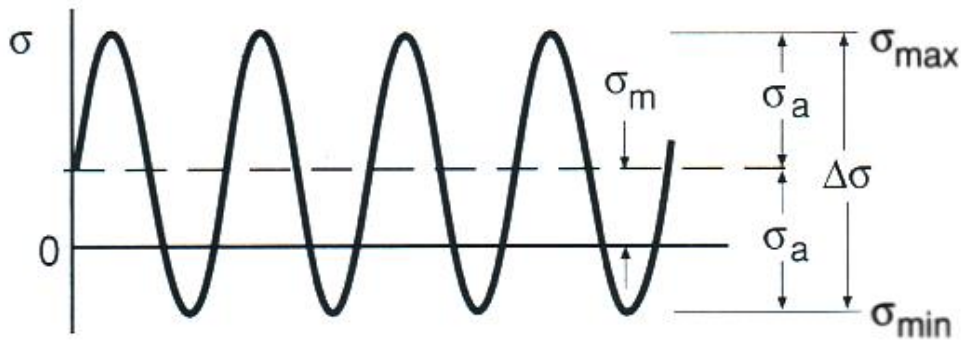
Stress - life (S-N) přístup – nepředpokládáme existenci defektu

Lineární elastická lomová mechanika (LELM) – předpokládáme existenci defektu



- únavově poškozený čep (převzato z [<http://degradace.tf.czu.cz/>])

Parametry popisující zatěžující cyklus



$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

rozkmít napětí (stress range)

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

amplituda napětí (stress amplitude)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

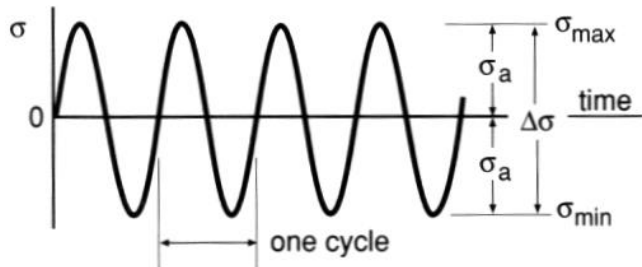
střední napětí (mean stress)

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

parametr asymetrie cyklu (stress ratio)

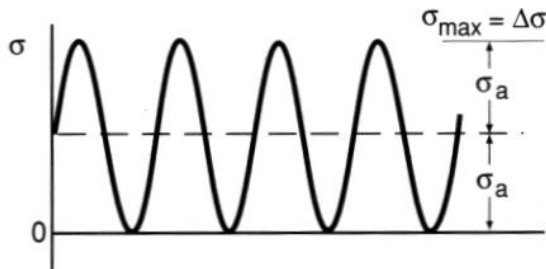
$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

amplitudový poměr (amplitude ratio)



Souměrně střídavý cyklus:

$$R = -1 \quad A = \infty$$



Míjivý cyklus:

$$R = 0 \quad A = 1$$

S – N koncepcce

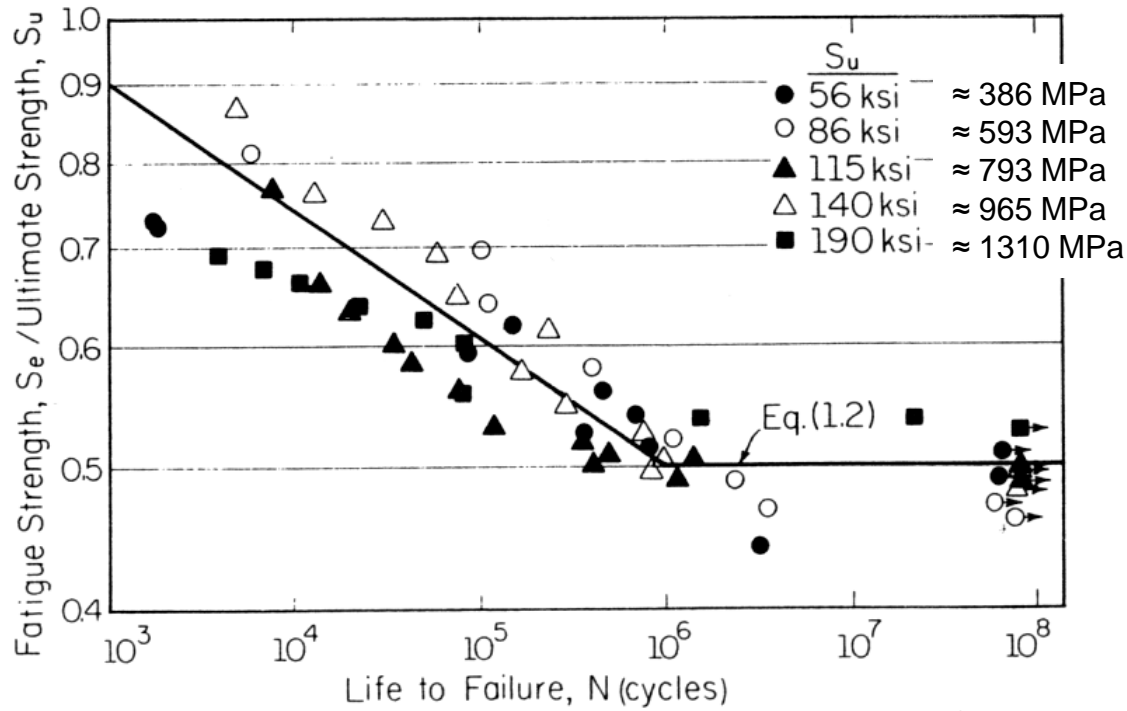


Figure 1.3 S-N curves for several wrought steels, plotted in ratio form (S_e/S_u).



Vliv asymetrie cyklu

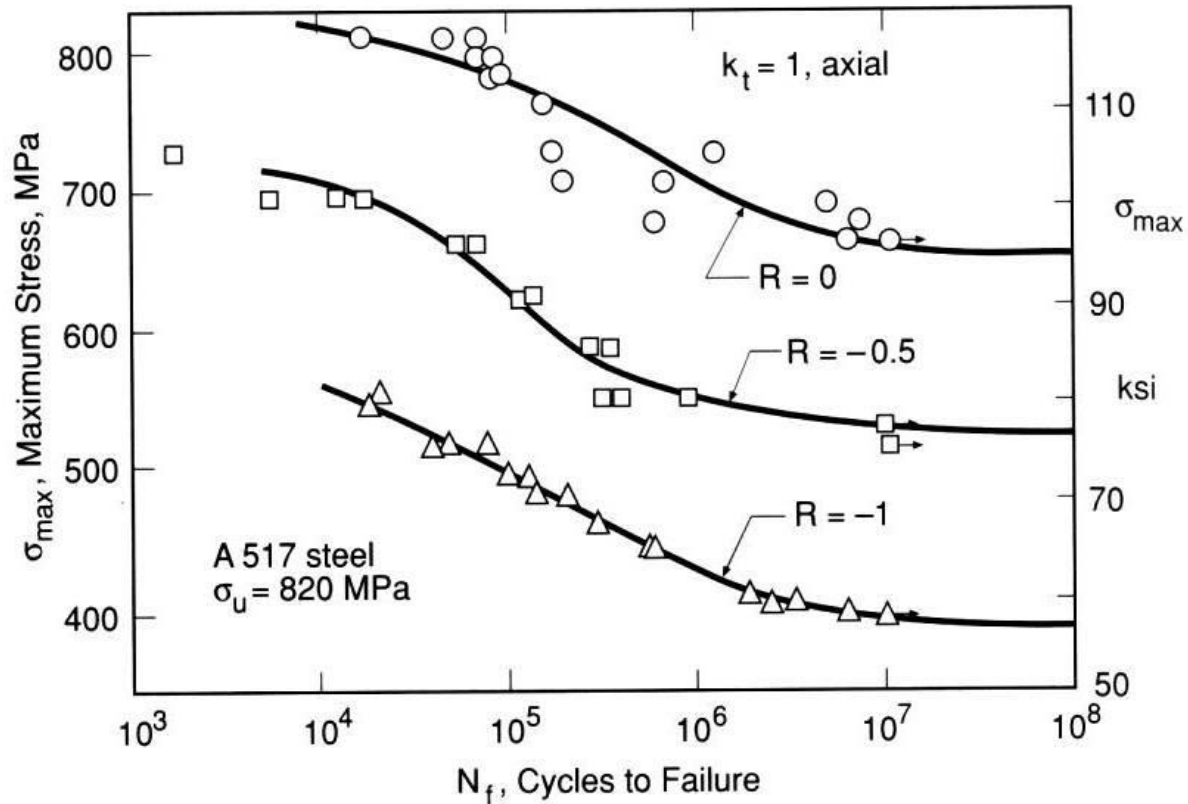


Figure 9.35 Stress-life curves for axial loading of unnotched A517 steel for constant values of the stress ratio R . (Adapted from [Brockenbrough 81]; used with permission.)

Haigh diagram

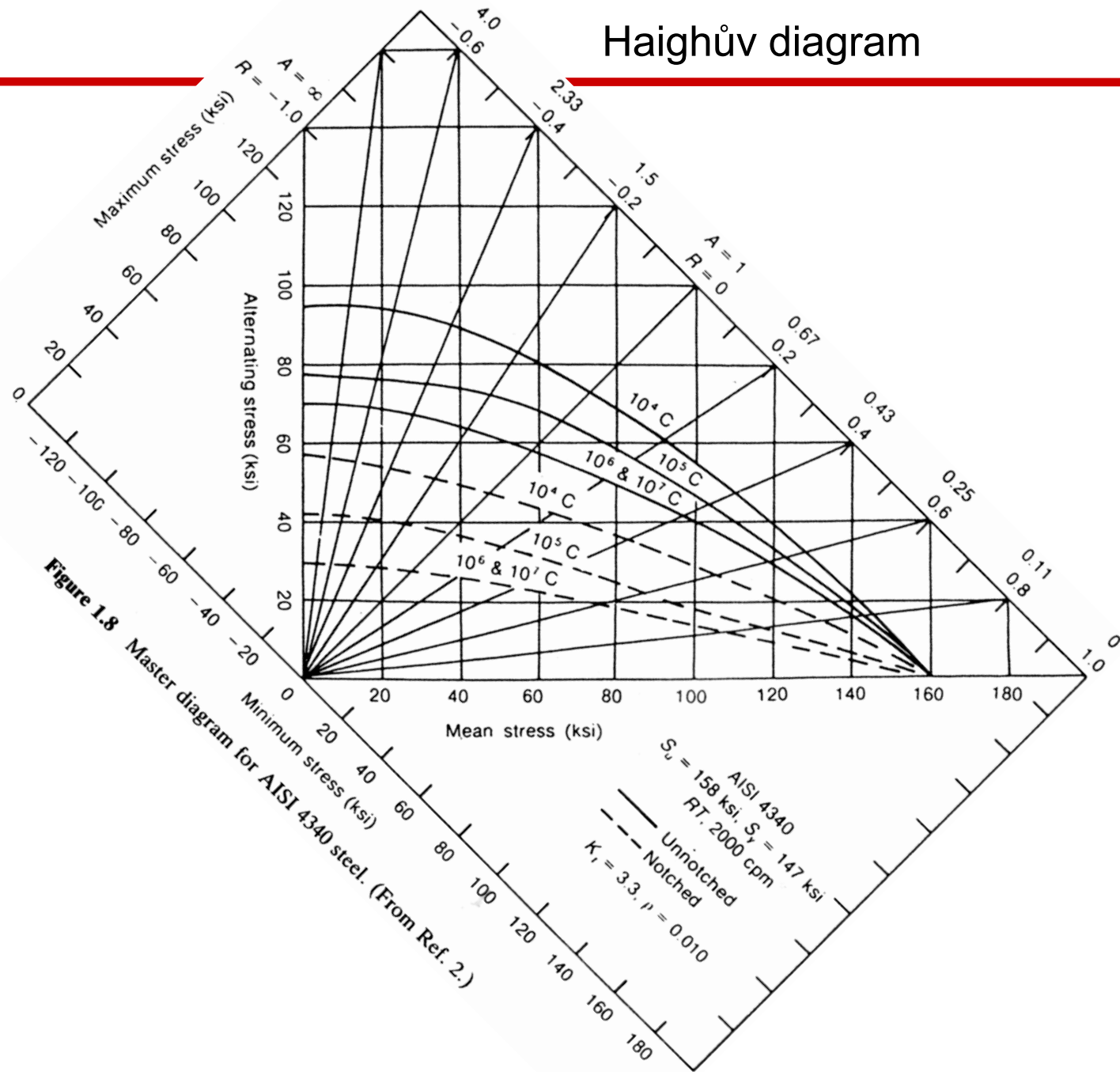


Figure 1.8 Master diagram for AISI 4340 steel. (From Ref. 2.)



Faktory ovlivňující hodnotu meze únavy

1. Velikost
2. Typ zatížení
3. Kvalita povrchu
4. Zpracování povrchu součásti
5. Teplota
6. Prostředí

$$S_e = S'_e \cdot C_{\text{velikost}} \cdot C_{\text{zatížení}} \cdot C_{\text{kval.pov.}} \cdot C_{\text{zprac.pov.}} \cdot C_{\text{teplota}} \cdot C_{\text{prostředí}}$$

Faktory ovlivňující mez únavy

1. Vliv velikosti

TABLE 1.1 Influence of Size on Endurance Limit

Diameter (in)	Endurance Limit (ksi)
0.3	33.0
1.5	27.6
6.75	17.3

Source: J. H. Faupel and F. E. Fisher, *Engineering Design*, John Wiley and Sons, New York, 1981. Reprinted with permission.

$$C_{\text{velikost}} = \begin{cases} 1.0 & \text{pro } d \leq 8 \text{ mm} \\ 1.189d^{-0.097} & \text{pro } 8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm} \end{cases}$$

kde d je průměr součásti

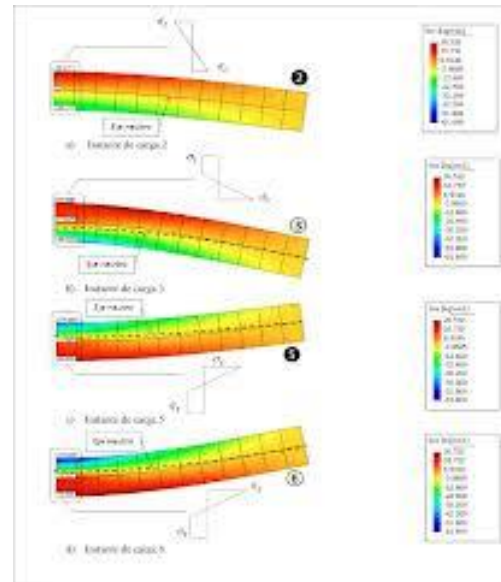


Faktory ovlivňující mez únavy

2. Vliv zatížení

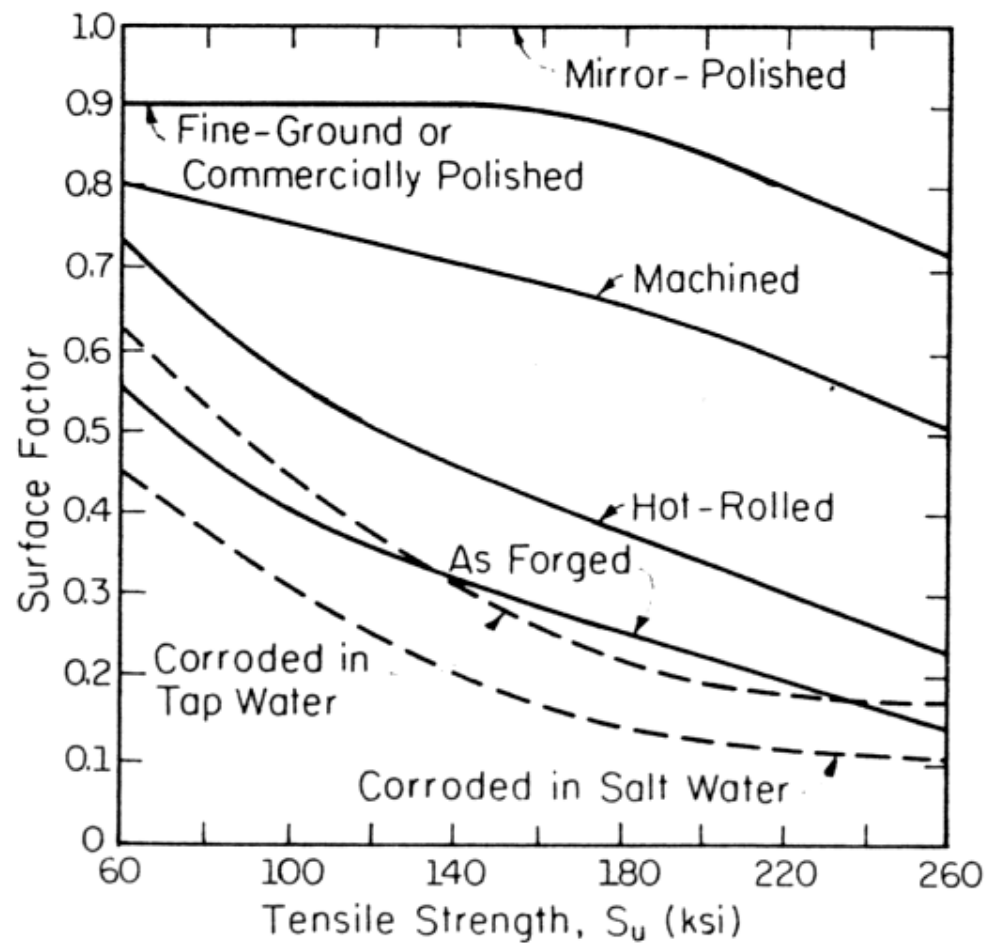
$$S_e(\text{osové zat'.}) \approx 0.7 S_e(\text{ohyb})$$

$$\tau_e(\text{krut}) \approx 0.577 S_e(\text{ohyb})$$



Faktory ovlivňující mez únavy

3. Vliv kvality povrchu



Faktory ovlivňující mez únavy

TABLE 1.6 Fatigue Strength of Steels in Corrosive Environment^a

Material	S_u (ksi)	Endurance Limit ^b (ksi)		Percent Reduction
		In Air	In Salt Water	
SAE 1050	116	53.8	22.6	58
5% Cr steel	116	66	47.2	28

^a 6.8% Salt water, complete immersion.

^b Basis for endurance limit in corrosive environment is 10^7 cycles.



Použitá literatura

- Bannantine, J.A., Comer, J.J., Handrock, J.L., Fundamentals of metal fatigue analysis, Prentice Hall, New Jersey, 1990
- Dowling, E. N., Mechanical behavior of materials, Simon & Schuster Comp., New Jersey, 1999
- Norton, R. L., Machine design *An integrated approach*, Pearson, New Jersey, 2006
- Marquis, G.B., Fatigue Design - lecture notes. Lappeenranta University of Technology, Finland. (www.lut.fi)
- Růžička, M., Mezní stavy konstrukcí, PowerPointová prezentace, Ústav mechaniky FS ČVUT v Praze. (www.cvut.cz)
- Kunz, J., Základy lomové mechaniky, skripta ČVUT, 1994
- Vlček, M., Mezní stavy a spolehlivost, skripta VUT, 1991
- <http://degradace.tf.czu.cz/>
- Ondráček, E., Vrbka, J., Janíček, P., Mechanika těles pružnost a pevnost II, skripta VUT, 1991
- Janíček, P., Ondráček, E., Vrbka, J., Mechanika těles pružnost a pevnost I, skripta VUT, 1992



Metody predikce životnosti

Stress - life (S-N) přístup – nepředpokládáme existenci defektu

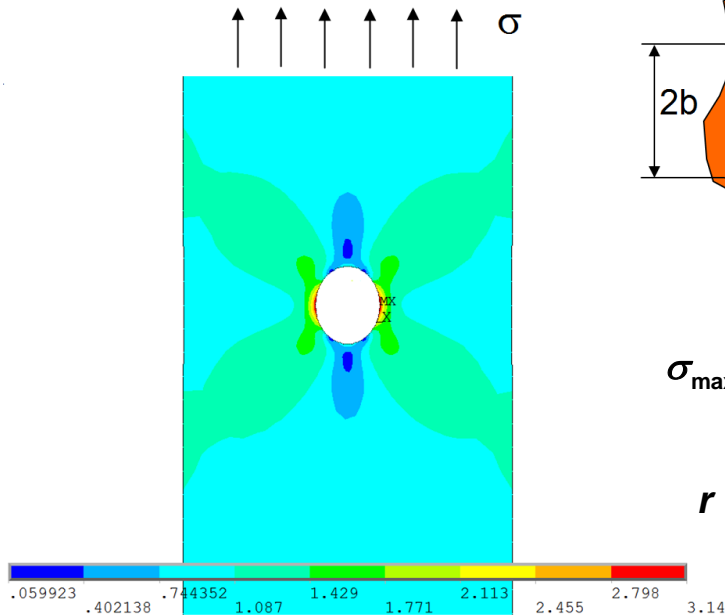
Lineární elastická lomová mechanika (LELM) – předpokládáme existenci defektu



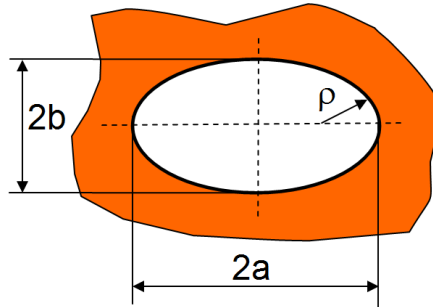
- únavově poškozený čep (převzato z [<http://degradace.tf.czu.cz/>])

Vliv vrubu na napjatost v tělese

- nesingulární koncentrátor napětí



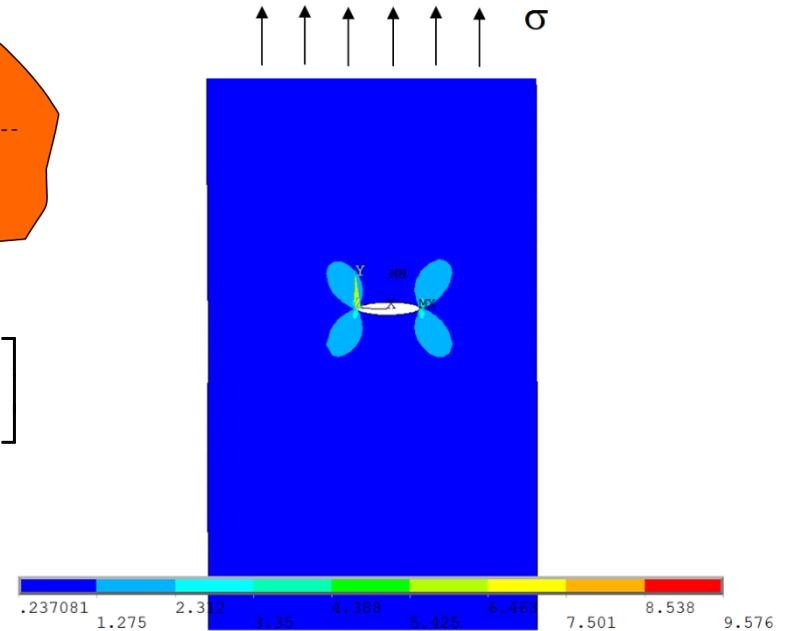
Pás s eliptickým otvorem



$$\sigma_{\max} = \sigma \left[1 + 2(a/r)^2 \right]$$

$$r \rightarrow 0 ; \sigma_{\max} \rightarrow \infty$$

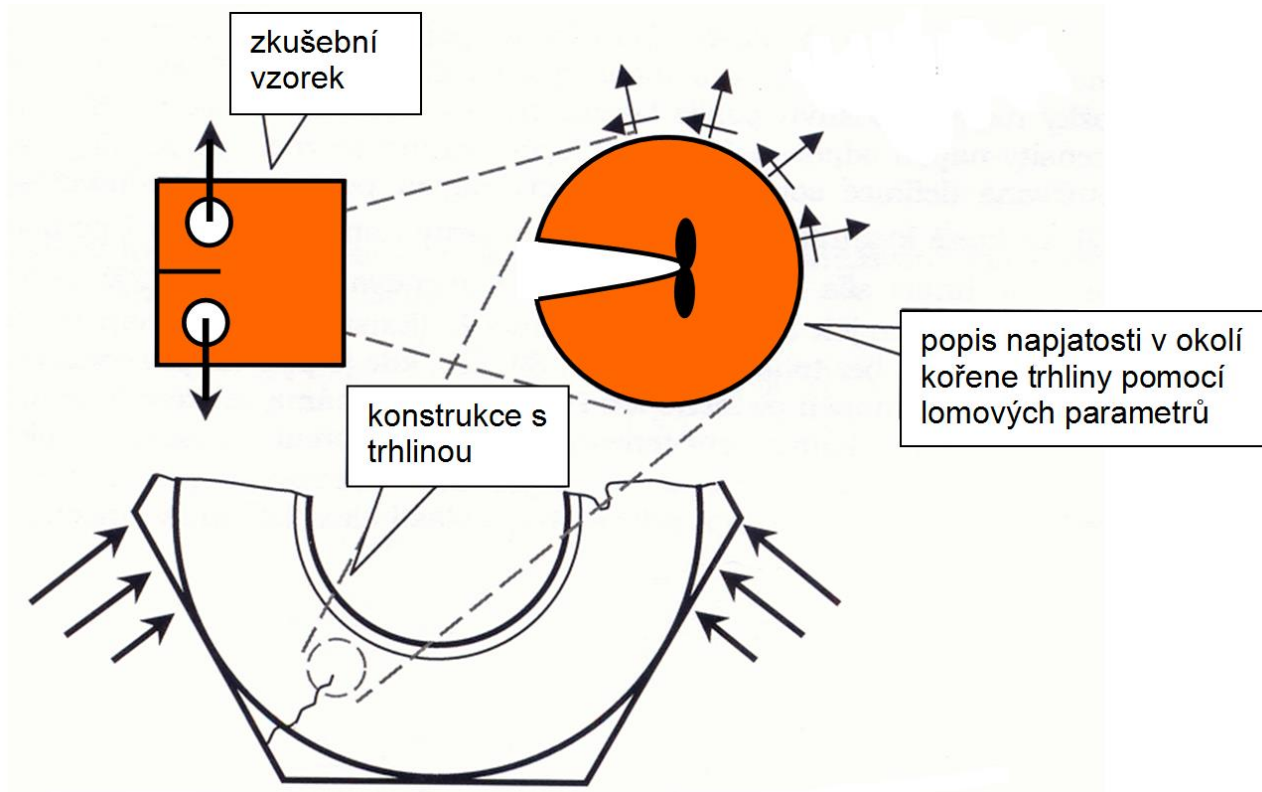
- singulární koncentrátor napětí



Pás s trhlinou

- u ostré trhliny nelze použít klasické postupy protože na čele trhliny jdou elastické napětí do nekonečna.

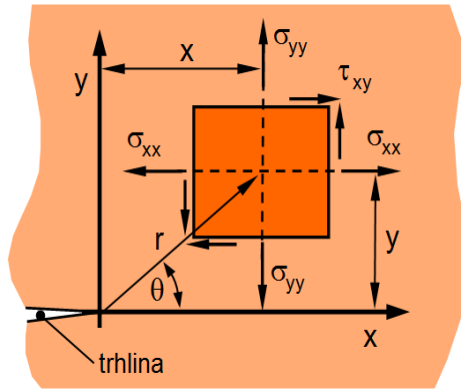
Lomová mechanika



- Lomová mechanika popisuje pomocí jednoho nebo více parametrů napjatost před čelem trhliny (faktor intenzity napětí, J-integrál, CTOD ...).
- Umožňuje věrohodný přenos naměřených dat ze zkušebních vzorků na reálné konstrukce.

Faktor intenzity napětí

Zredukujeme-li obecnou trojrozměrnou úlohu na úlohu rovinnou v kartézských souřadnicích naznačených na obrázku, jsou potom diferenciální rovnice rovnováhy splněny, vyjádříme-li složky tenzoru napětí pomocí **Airyho funkce**:



Souřadný systém v kořeni trhliny

$$\sigma_x = \frac{\delta^2 F}{\delta y^2} \quad \sigma_y = \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} \quad \tau_{xy} = \frac{\delta^2 F}{\delta x \delta y}$$

jsou-li splněny zároveň rovnice kompatibility, musí být funkce **F** biharmonická:

$$\frac{\delta^4 F}{\delta y^4} + 2 \frac{\delta^4 F}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 F}{\delta x^4} = \nabla^2 \nabla^2 F = 0$$

řešení hledáme ve tvaru nekonečné řady :

$$F(r, \theta) = \sum_k A_k r^{\lambda_k} f_k(\theta)$$

Po aplikaci okrajových podmínek získáme výraz pro napětí ve tvaru nekonečné řady známé jako Williamsův rozvoj:

$$\sigma_{ij} = \frac{A_1}{\sqrt{r}} f_{ij}^{(1)}(\theta) + A_2 f_{ij}^{(2)}(\theta) + A_3 \sqrt{r} f_{ij}^{(3)}(\theta) + \dots$$

pro malou oblast v blízkosti kořene trhliny $r \rightarrow 0$

$$\sigma_{ij} = \frac{A_1}{\sqrt{r}} f_{ij}^{(1)}(\theta) + A_2 f_{ij}^{(2)}(\theta)$$

Faktor intenzity napětí

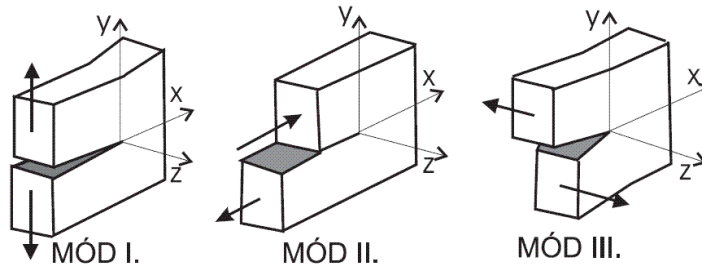
Vezmeme-li v úvahu pouze první, singulární člen získáme vztahy pro rozdělení napětí $\left(\sigma_{ij} = \frac{A_I}{\sqrt{r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \right)$

- rozdělení napětí lze definovat pomocí faktoru intenzity napětí pro jednotlivé módy zatěžování

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta)$$



- pro kombinaci jednotlivých módů získáme vztah pro napětí založený na principu superpozice ve tvaru :

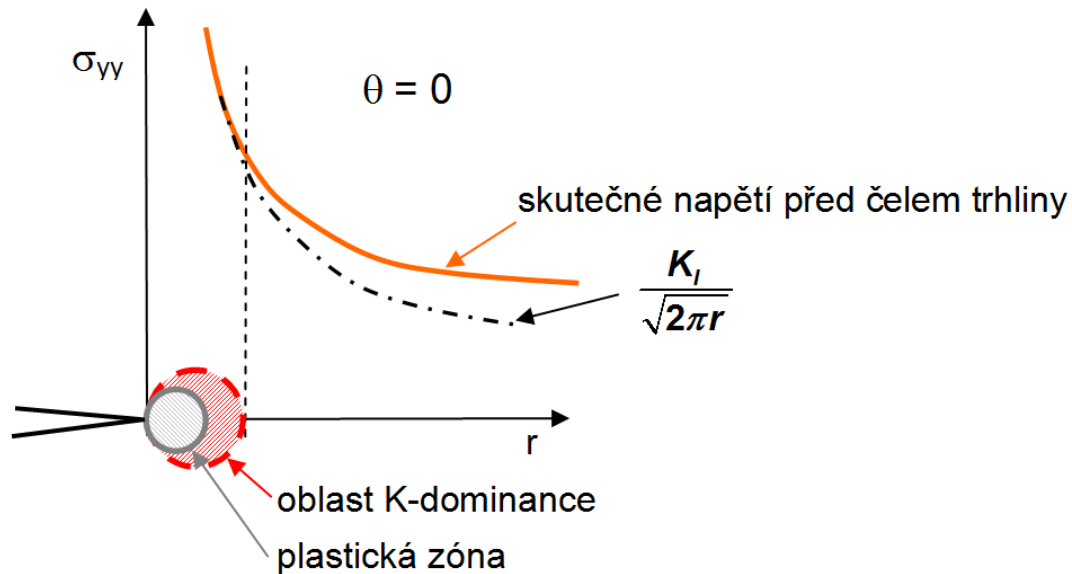
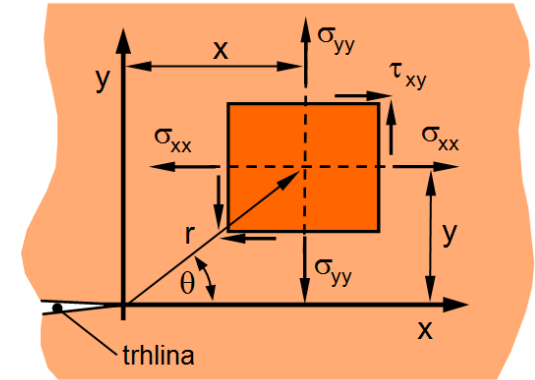
$$\sigma_{ij}^{(celkove)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)}$$

Faktor intenzity napětí

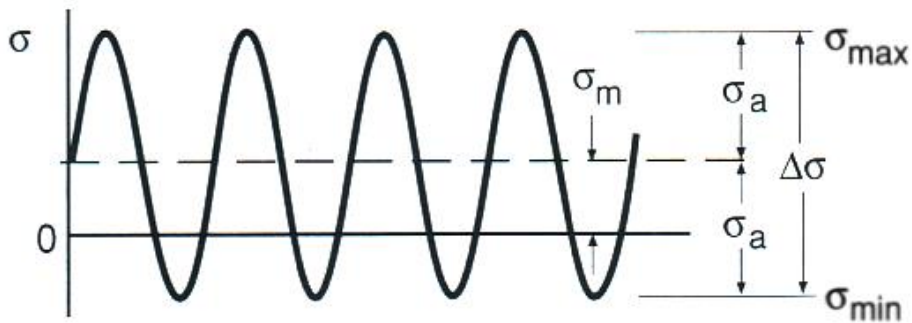
- předpokládejme zatěžovací mód I a úhel $\theta=0$ potom:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(0) [1 - \sin(0) \sin(0)] = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

- napětí před kořenem trhliny lze potom vykreslit do následujícího grafu:



Popis napětí před čelem únavové trhliny

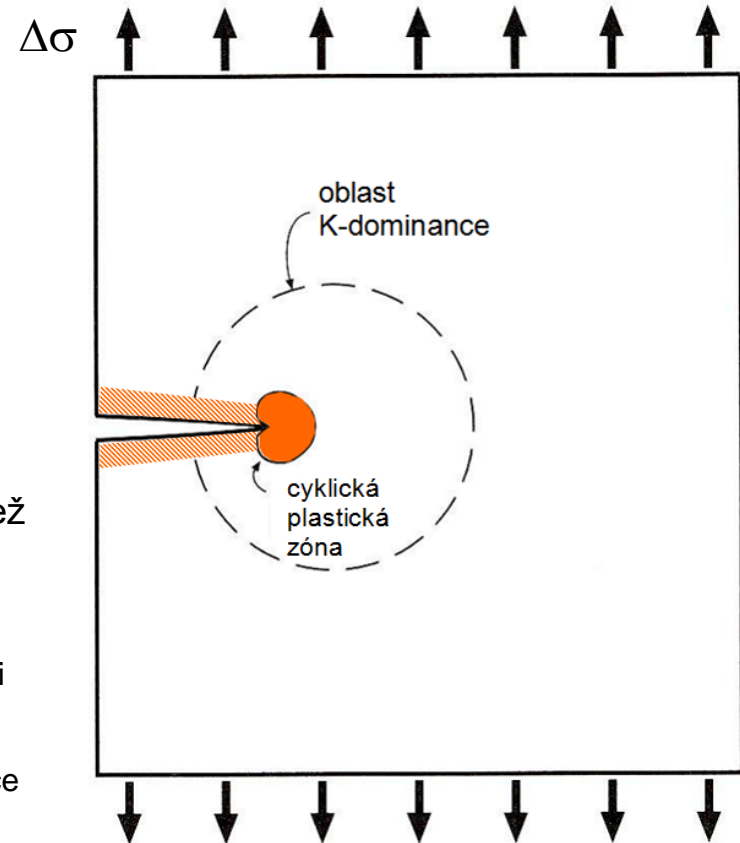


- velikost cyklické plastické zóny je zhruba 4x menší než monotónní plastická zóna a dá se odhadnout ze vztahu:

$$r_{cyc} = \frac{1}{\beta\pi} \left(\frac{\Delta K}{2\sigma_0} \right)^2$$

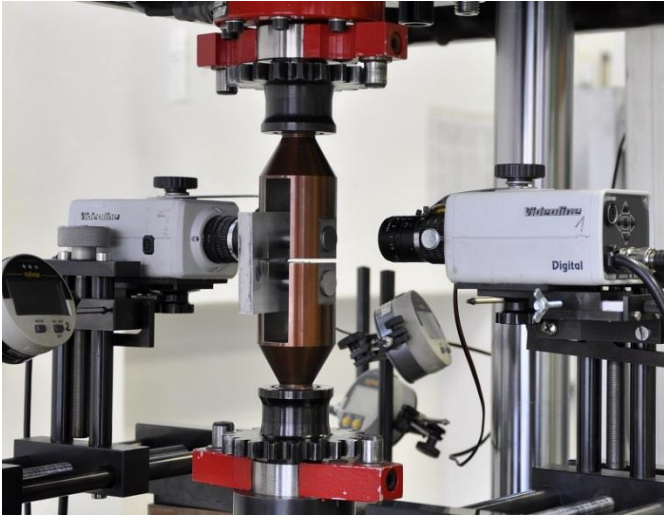
$\beta = 2$ pro podmínku rovinné napjatosti

$\beta = 6$ pro podmínku rovinné deformace

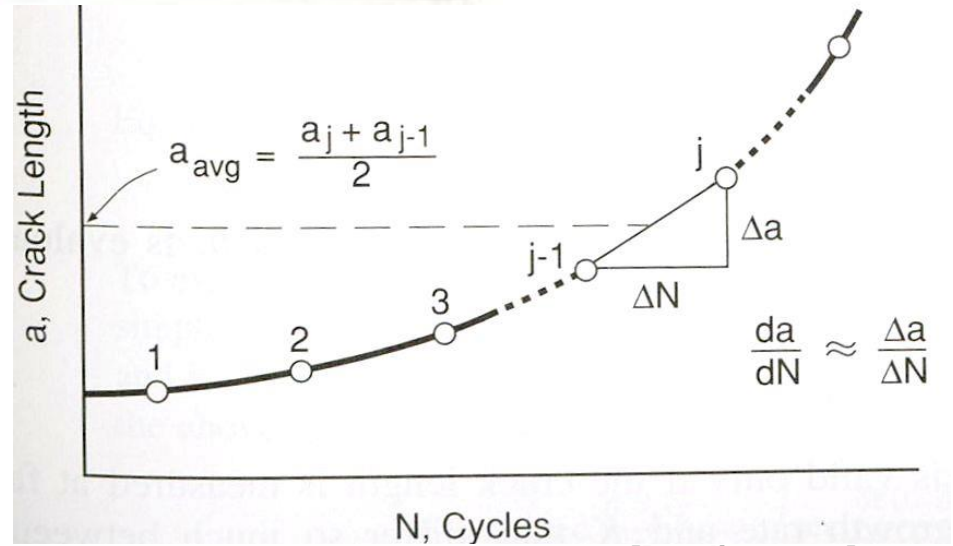
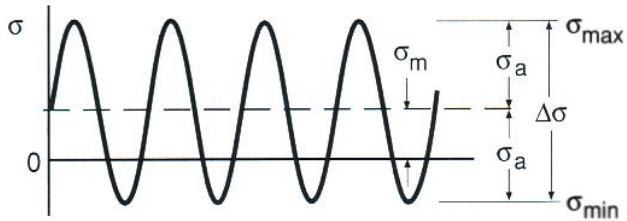


- protože je zatěžování během šíření únavové trhliny většinou poměrně malé, předpoklady lineární elastické lomové mechaniky jsou splněny a pro popis trhliny se nejčastěji používá hodnota faktoru intenzity napětí.

Měření rychlosti šíření



Zkouška rychlosti šíření trhliny



[Dowling 1999]

Rychlost šíření únavové trhliny

oblast a) – oblast nízkých rychlostí šíření trhliny, která končí prahovou hodnotou rozkmitu faktoru intenzity napětí.

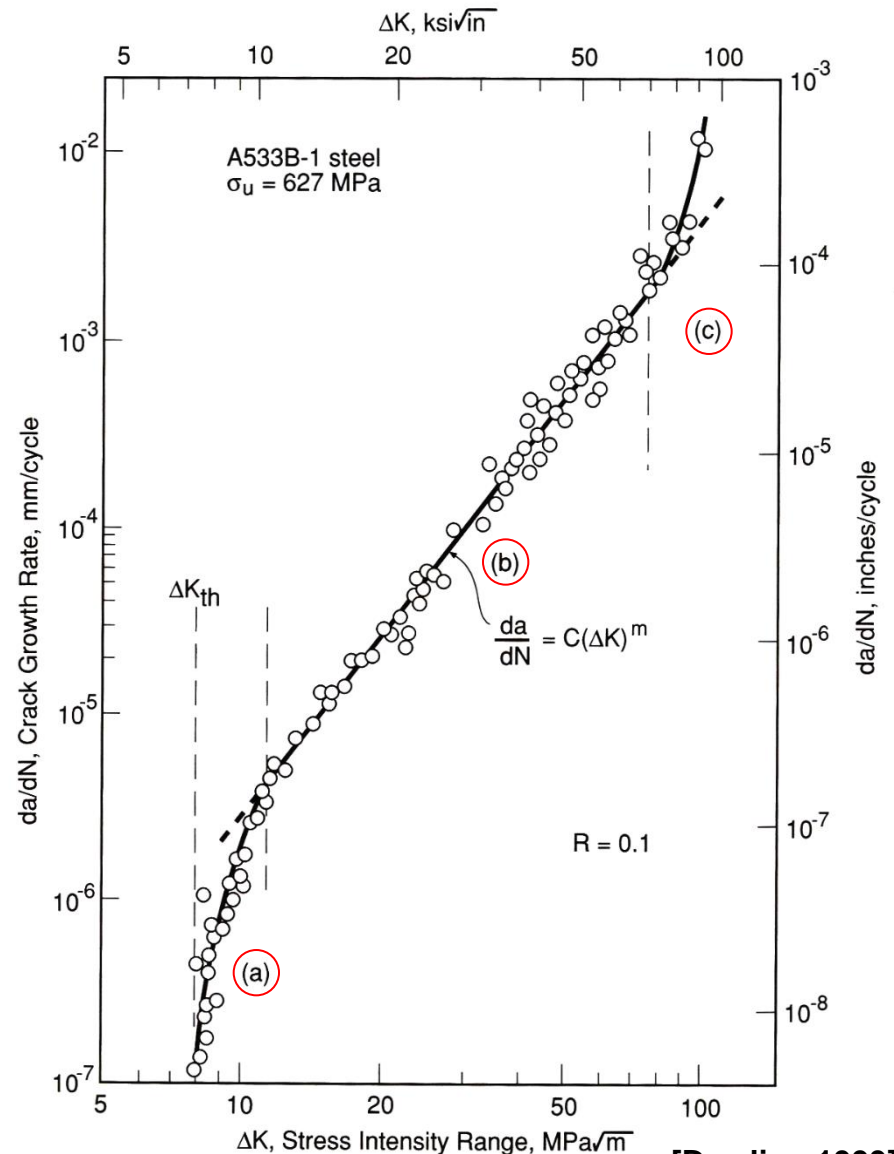
oblast b) – tuto lineární oblast v logaritmických souřadnicích lze popsat mocninným vztahem ve tvaru:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

kde C a m jsou materiálové charakteristiky, které se určují experimentálně.

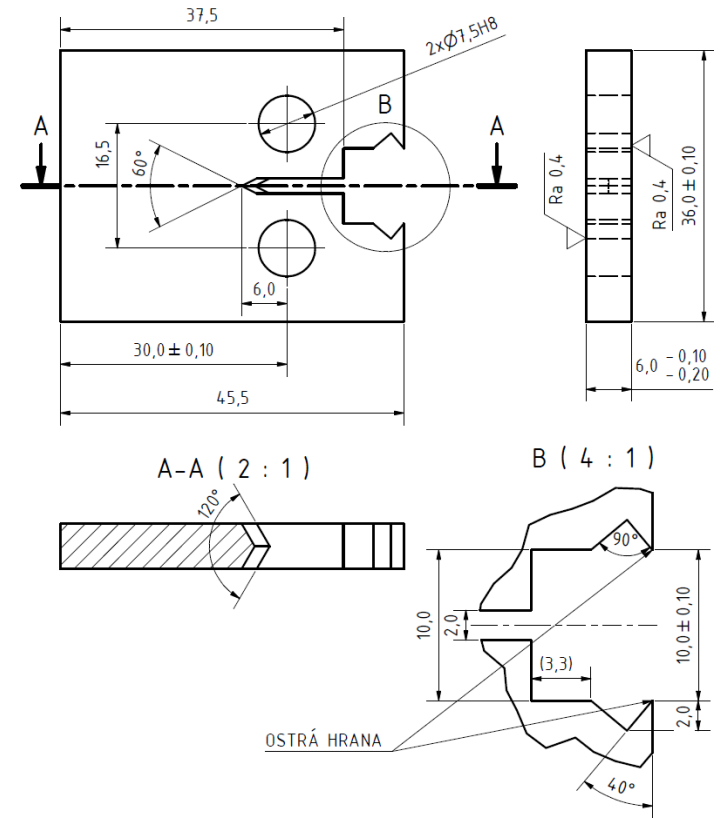
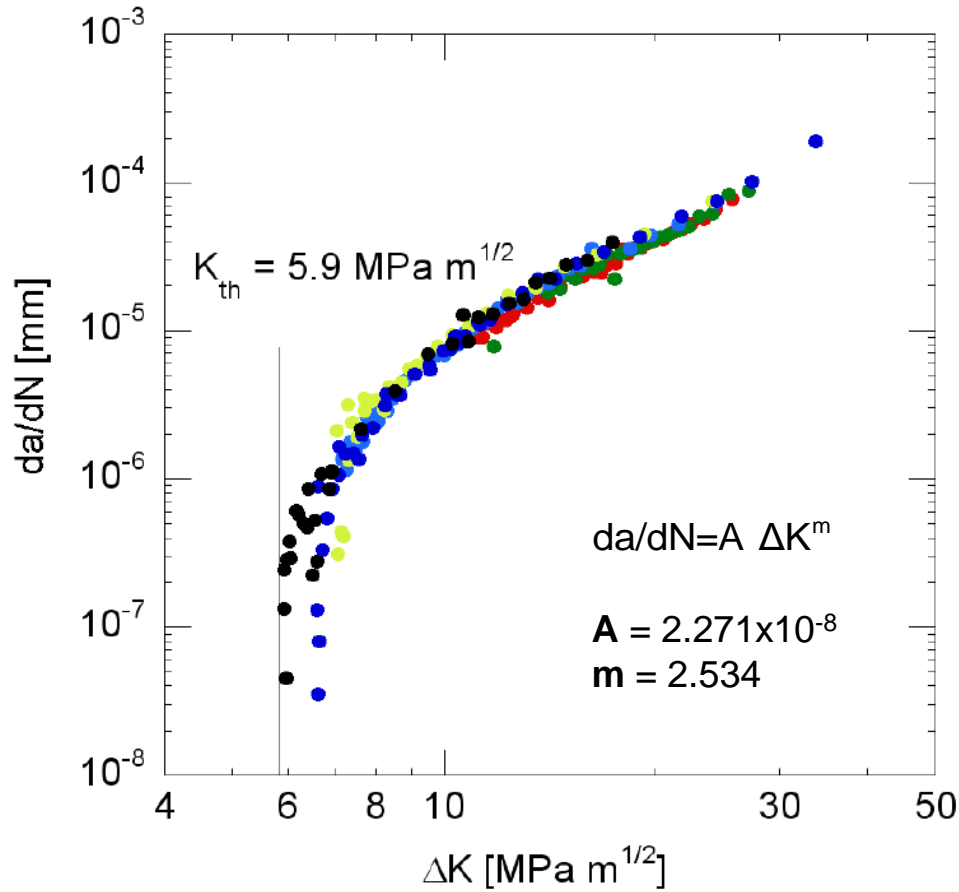
oblast c) – oblast počátku nestabilního šíření trhliny.

existuje velké množství popisů křivky da/dN vs. ΔK .



[Dowling 1999]

Rychlost šíření únavové trhliny



Rychlost šíření únavové trhliny

Existuje velké množství popisů křivky da/dN vs. ΔK . Některé popisují jednou rovnicí všechny oblasti, některé jenom dvě z nich.

Paris a Erdogan:

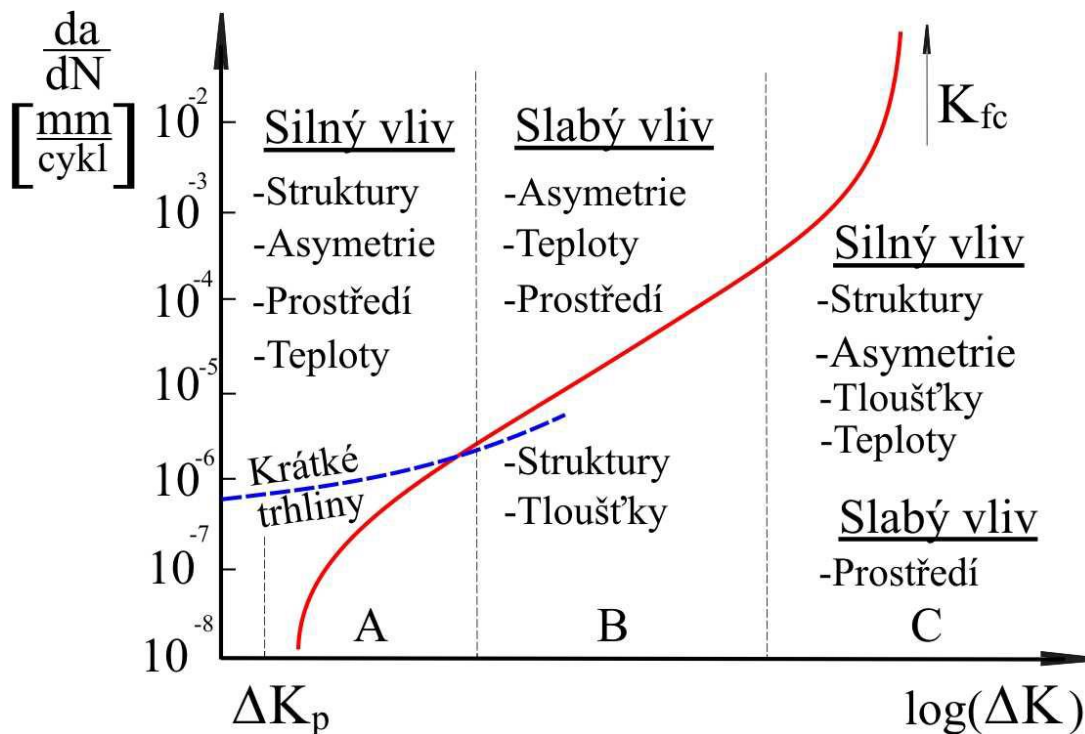
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

Klesnil a Lukáš:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^m - \Delta K_{th}^m)$$

Forman:

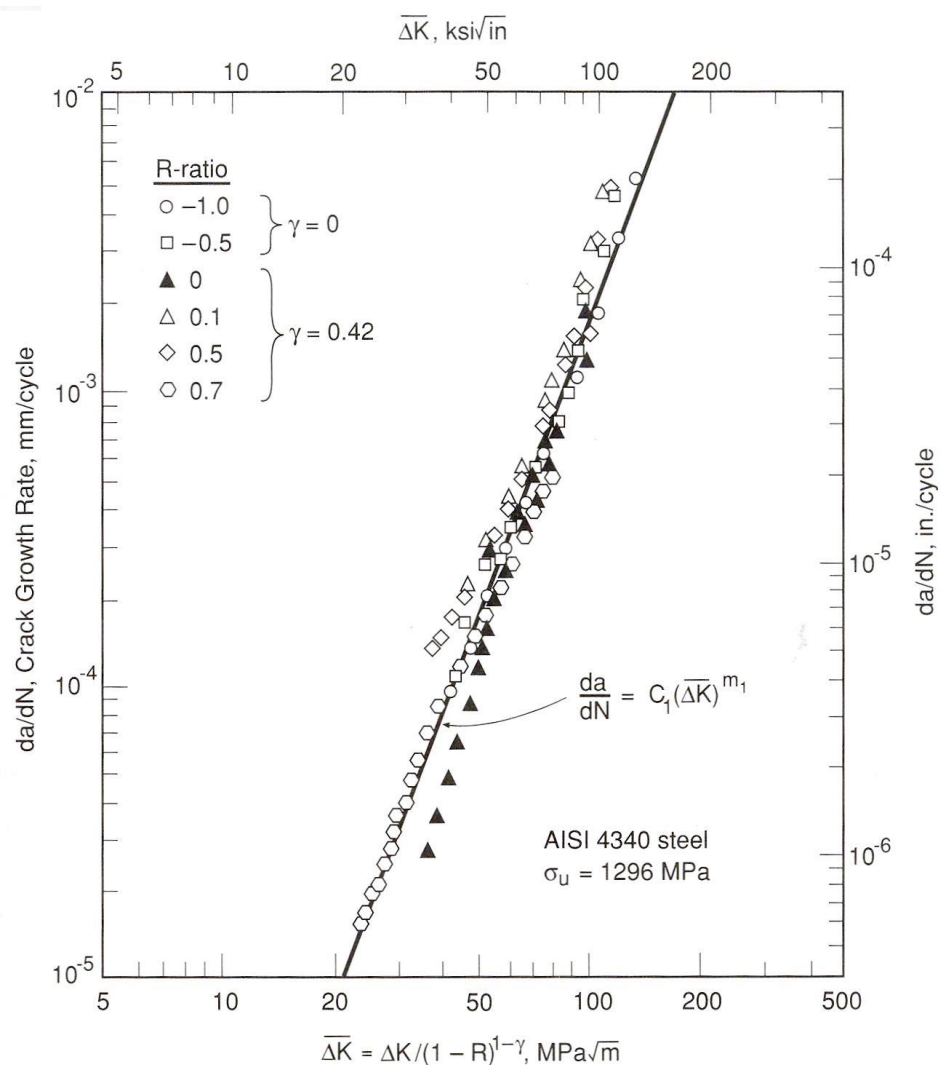
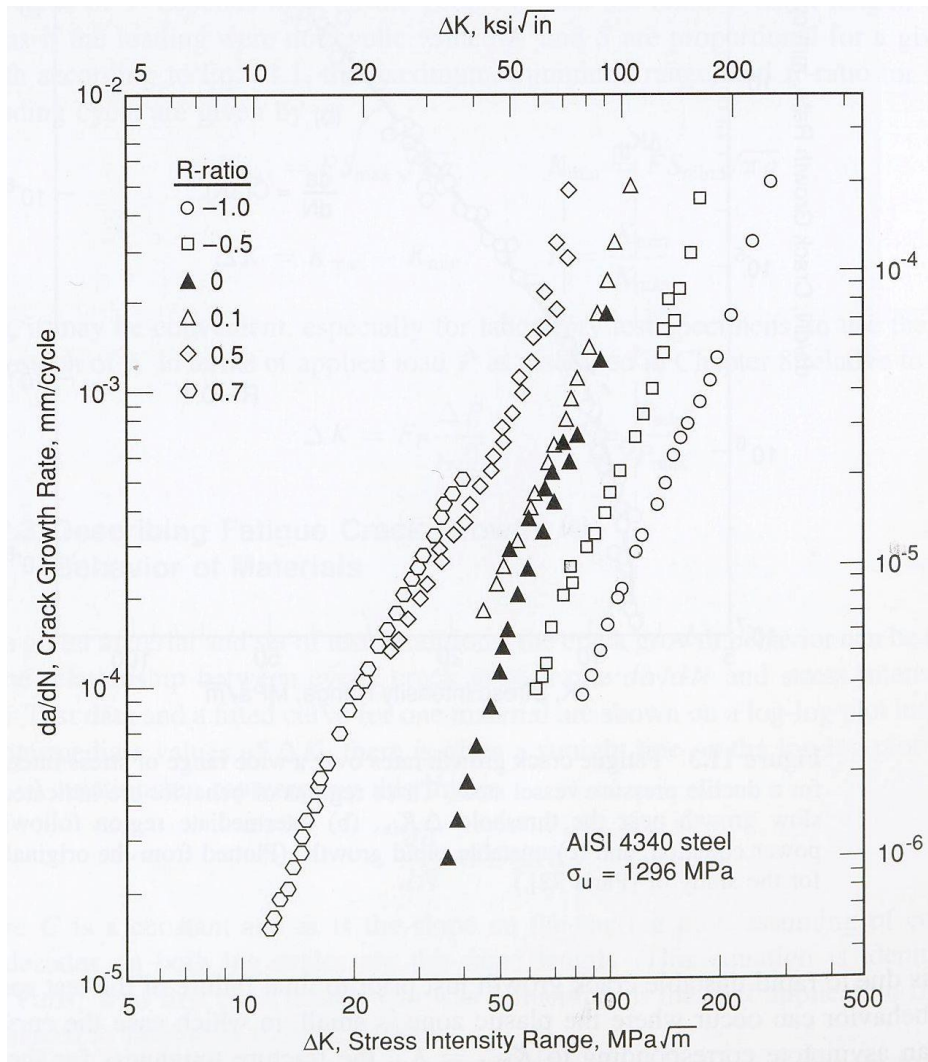
$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K^m)}{(1-R)K_c - \Delta K}$$



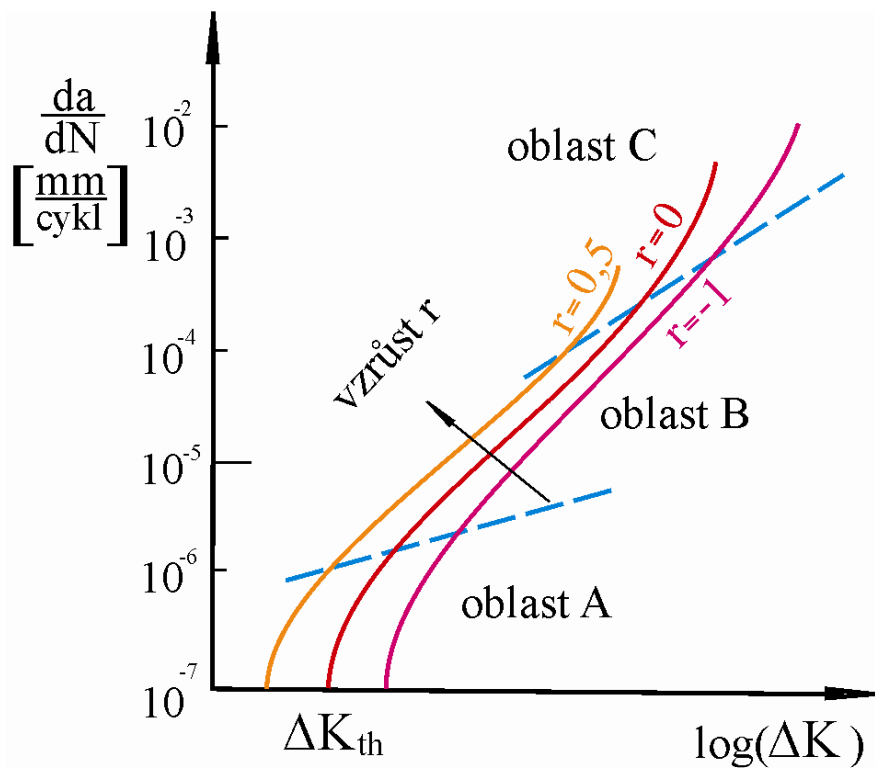
[Vlk 2017]

NASGRO:
$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{(1-f)}{1-R} \Delta K \right]^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q}$$

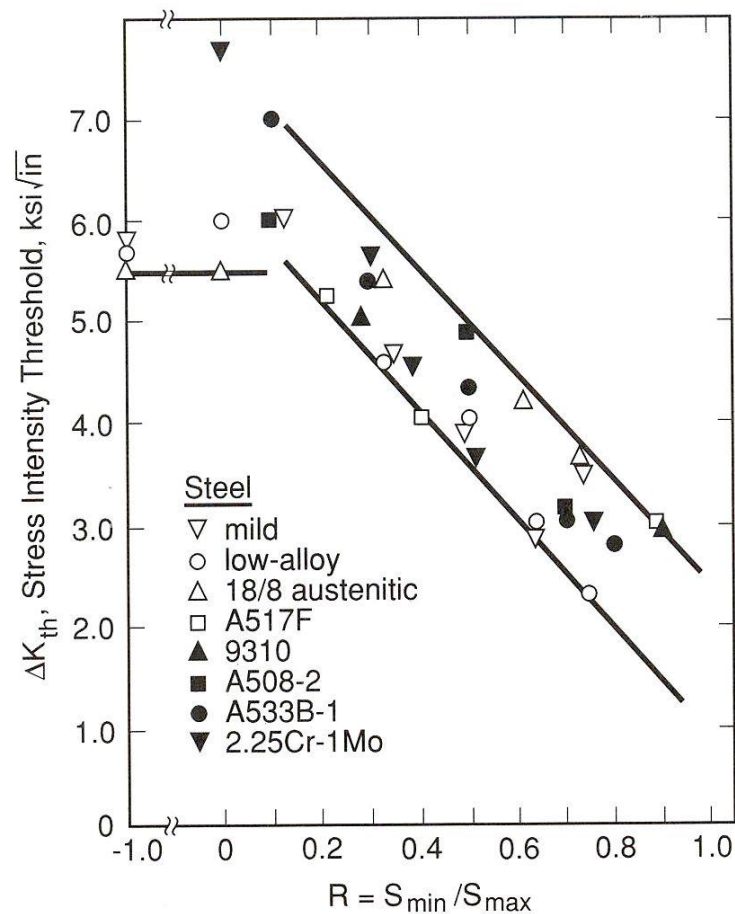
Rychlost šíření únavové trhliny (lineární část)



Rychlost šíření únavové trhliny (prahové hodnoty)



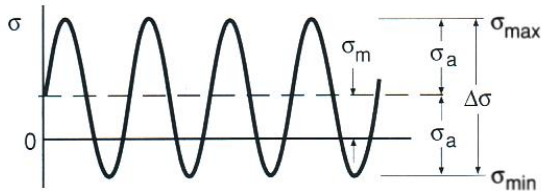
[VIK 2017]



[Dowling 1999]

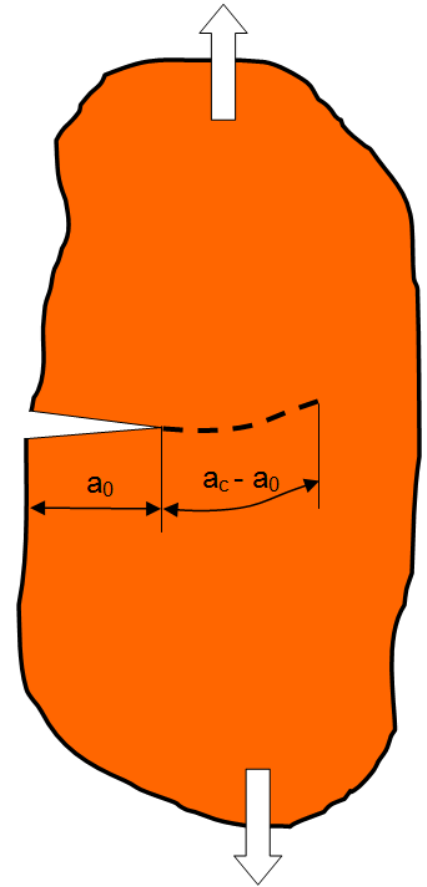
Popis pole šíření únavové trhliny

- předpokládáme harmonický cyklus s konstantním rozkmitem napětí

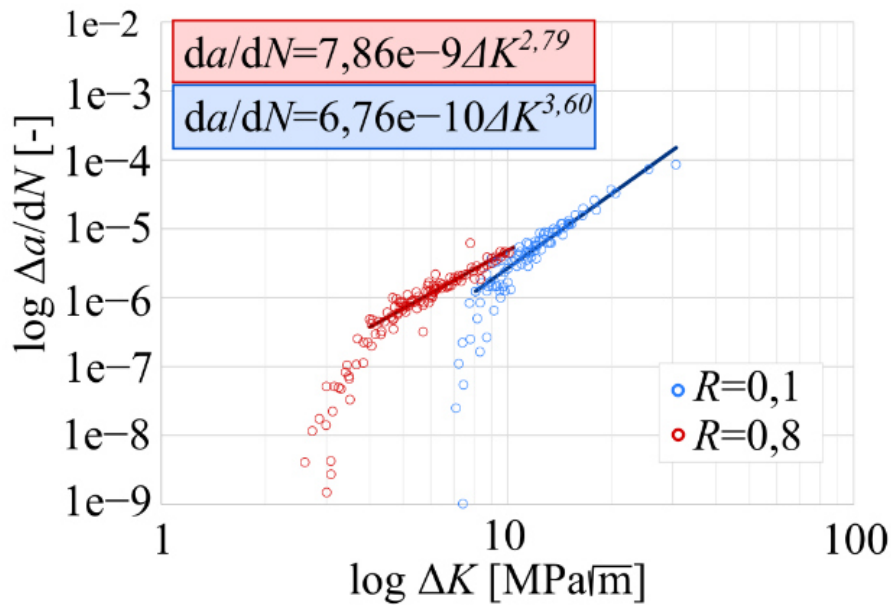


- stanovíme počáteční délku trhliny a_0
- stanovíme kritickou délku trhliny a_c – nejčastěji základě podmínky stability trhliny (např. $K_I(a_c) = K_{IC}$)
- stanovíme analyticky (numericky) hodnotu faktoru intenzity napětí pro danou geometrii a zatížení na intervalu délek trhlín ($a_0 - a_c$).
- zjistíme experimentálně materiálové charakteristiky popisující rychlost šíření únavové trhliny (**C** a **m**)
- integrací Parisova vztahu získáme počet cyklů potřebných k nárůstu únavové trhliny z délky a_0 na délku a_c .

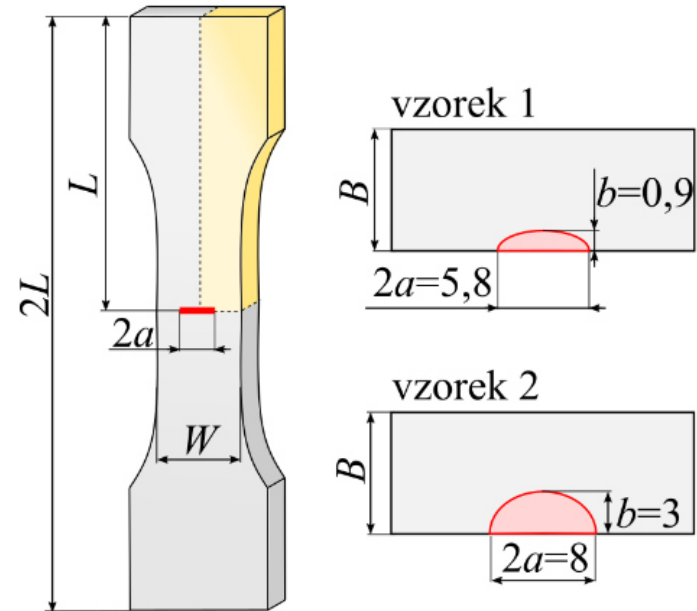
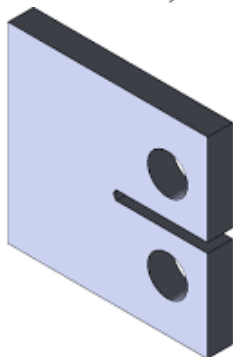
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad \Longrightarrow \quad N(a_0 - a_c) = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C(\Delta K(a))^m}$$



Popis šíření únavové trhliny



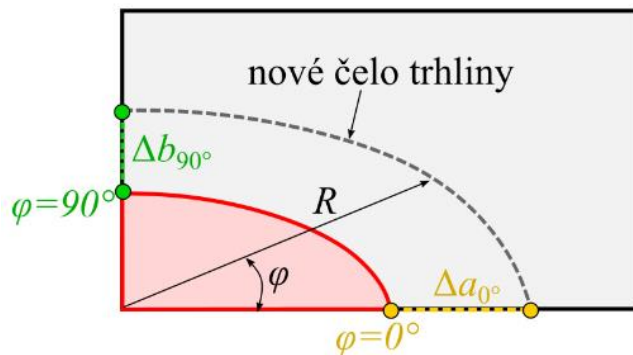
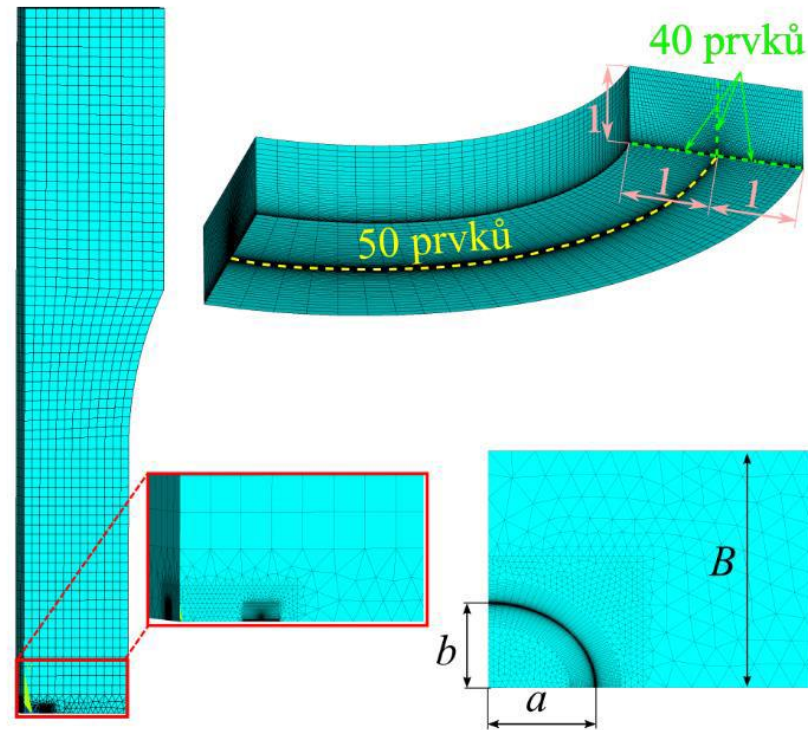
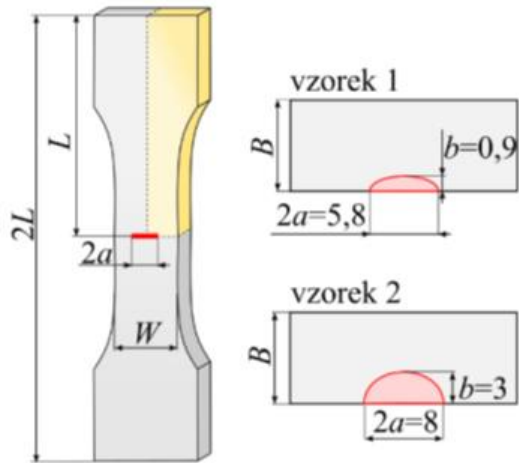
a)



b)

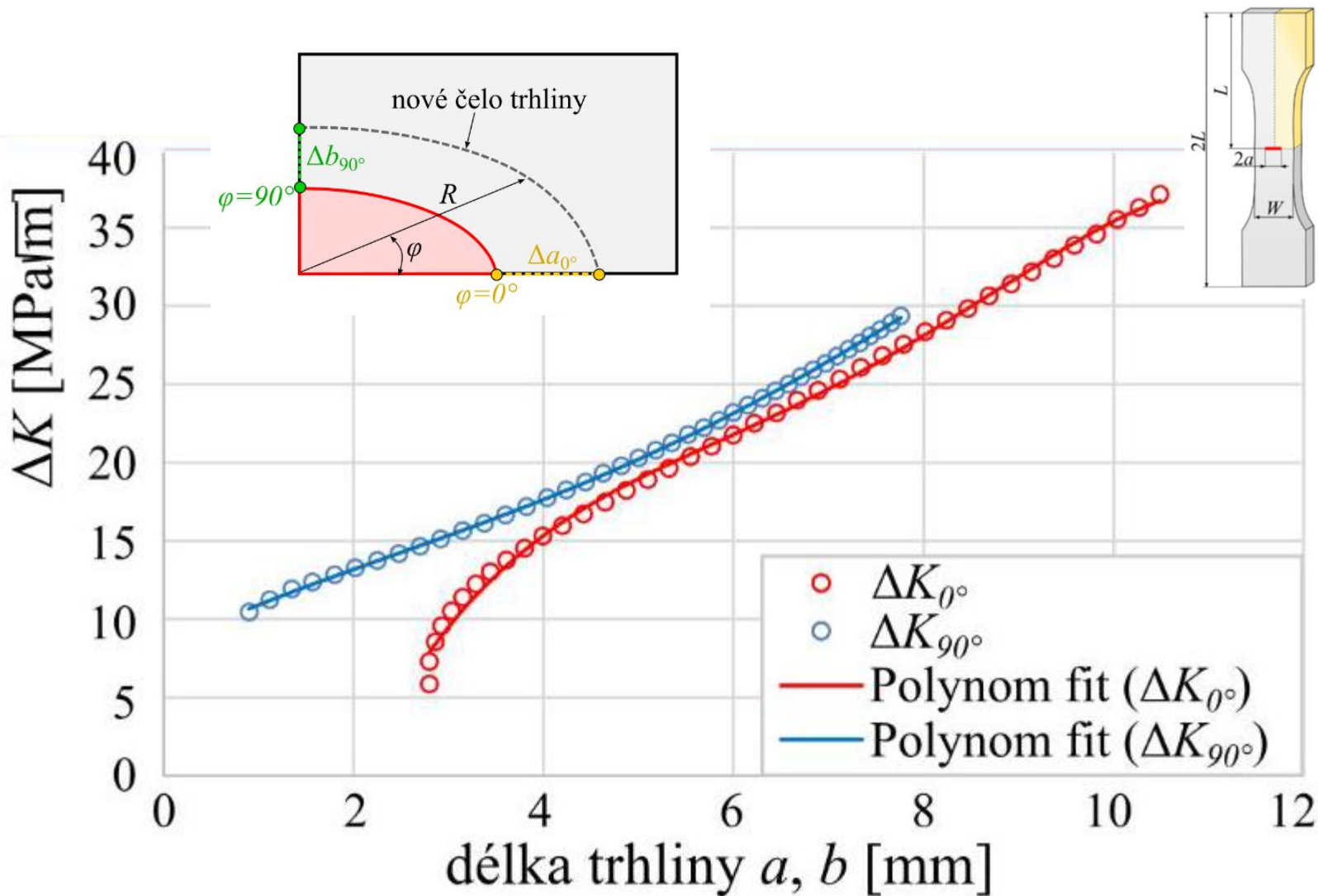
- (a) Rychlost šíření únavové trhliny v Parisově oblasti pro nízkouhlíkovou ocel pro asymetrie cyklu $R = 0,1$ a $R = 0,8$
- (b) ploché zkušební těleso pro experimenty s poloeliptickou vadou

Popis šíření únavové trhliny

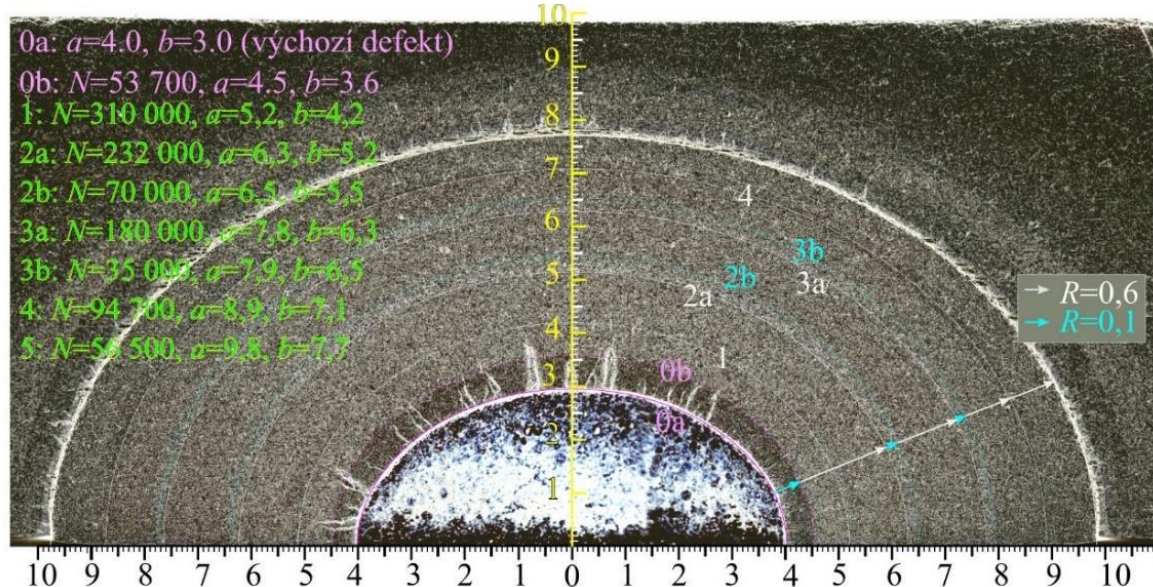
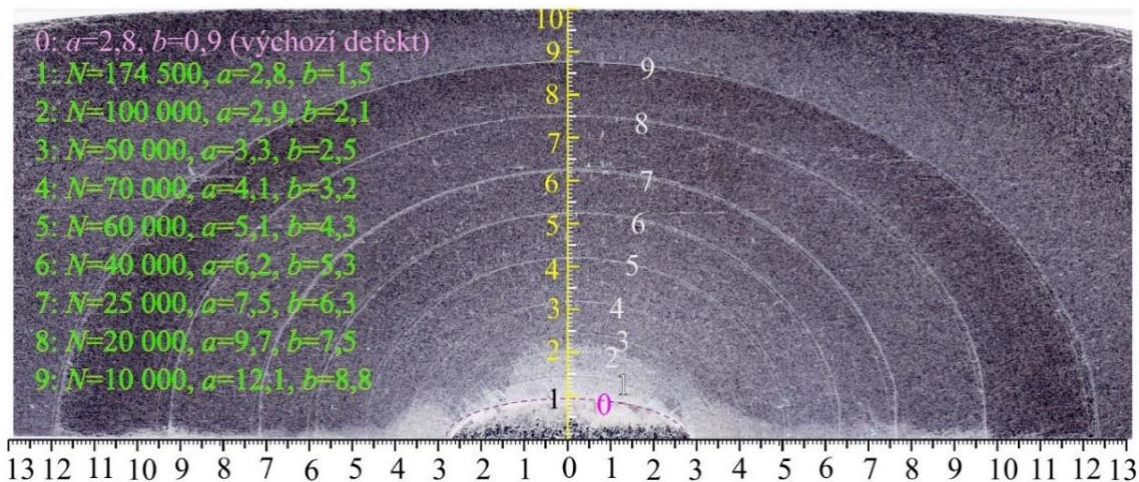
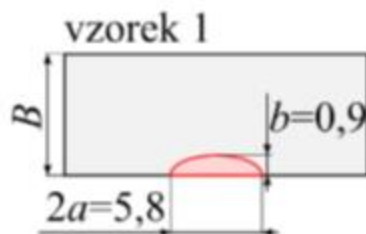
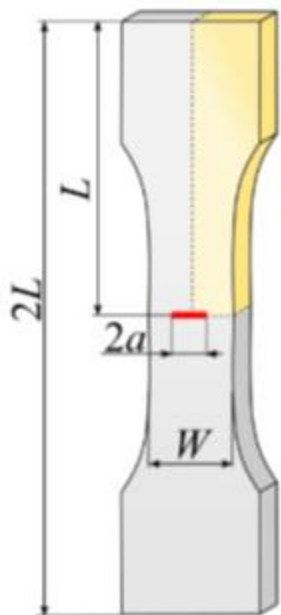


$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

Popis šíření únavové trhliny



Popis šíření únavové trhliny



Popis šíření únavové trhliny

