

# Kvantová provázanost a teleportace

**Tomáš Tyc**

Přírodovědecká fakulta MU

F7200 – Moderní fyzika a její aplikace

# Nobelova cena za fyziku 2022



Alain Aspect  
Francie



John Clauser  
USA



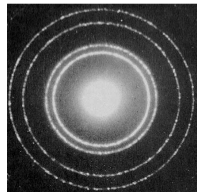
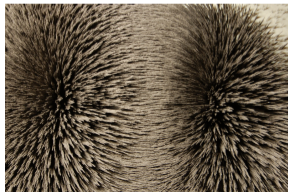
Anton Zeilinger  
Rakousko

„Za experimenty s provázanými fotony, prokázání porušení Bellových nerovností a za průkopnickou práci v kvantové teorii informace“

- Kvantová fyzika a její zvláštnosti
- Princip superpozice
- Kvantová provázanost
- Kvantová informace
- Kvantová kryptografie
- Kvantová teleportace
- Kvantový počítač
- EPR paradox a Bellovy nerovnosti
- Interference velkých molekul

# Kvantová fyzika

- Kvantová fyzika zkoumá **nejmenší částičky hmoty** (molekuly, atomy, elektrony, protony, neutrony, fotony, kvarky atd.)
- Ukazuje, že fyzikální zákony pro tyto částice se velmi liší od zákonů platných pro větší objekty
- Chování miniaturních částic je často v rozporu se „selským rozumem“ a může se zdát absurdní
- Kvantová fyzika zamotala hlavu i těm nejchytřejším lidem (A. Einstein)
- Kvantová teorie je však v pozoruhodném **souladu s experimentem** a to je důvod věřit, že je pravdivá
- Má velké množství aplikací (počítače, lasery, materiály,...)



- Částice se může nacházet na více místech zároveň
- Některé veličiny mohou nabývat jen určitých konkrétních hodnot
- Částice stejného typu jsou **nerozlišitelné** → Pauliho princip
- Kvantová **provázanost**
- Kvantový stav a kvantovou informaci **nelze kopírovat či klonovat**
- Při měření kvantového stavu dochází k jeho **kolapsu** – dosud není uspokojivě vysvětleno
- ...a řada dalších

# Princip superpozice

- dvě vlny (např. na vodě) se vzájemně neovlivňují – celkové vlnění je „superpozicí“ obou vln
- např. superpozice vlnění vyvolaného jednou a druhou kapkou



- superpozice zvukových vln – pokud naráz mluví dva lidé, zvukové vlny sebou navzájem proniknou a slyšet jsou oba
- světlo – vidíme se i „křížem“
- kvantová fyzika ukazuje, že stejný princip **superpozice platí také pro hmotu!**

# Princip superpozice

- dvě vlny (např. na vodě) se vzájemně neovlivňují – celkové vlnění je „superpozicí“ obou vln
- např. superpozice vlnění vyvolaného jednou a druhou kapkou



- superpozice zvukových vln – pokud naráz mluví dva lidé, zvukové vlny sebou navzájem proniknou a slyšet jsou oba
- světlo – vidíme se i „křížem“
- kvantová fyzika ukazuje, že stejný princip **superpozice platí také pro hmotu!**

# Princip superpozice

- dvě vlny (např. na vodě) se vzájemně neovlivňují – celkové vlnění je „superpozicí“ obou vln
- např. superpozice vlnění vyvolaného jednou a druhou kapkou

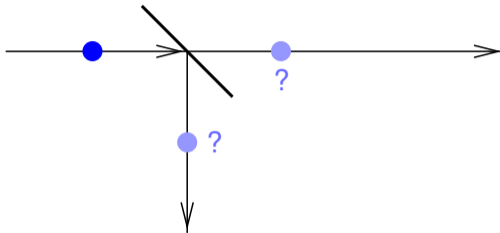


- superpozice zvukových vln – pokud naráz mluví dva lidé, zvukové vlny sebou navzájem proniknou a slyšet jsou oba
- světlo – vidíme se i „křížem“
- kvantová fyzika ukazuje, že stejný princip **superpozice platí také pro hmotu!**



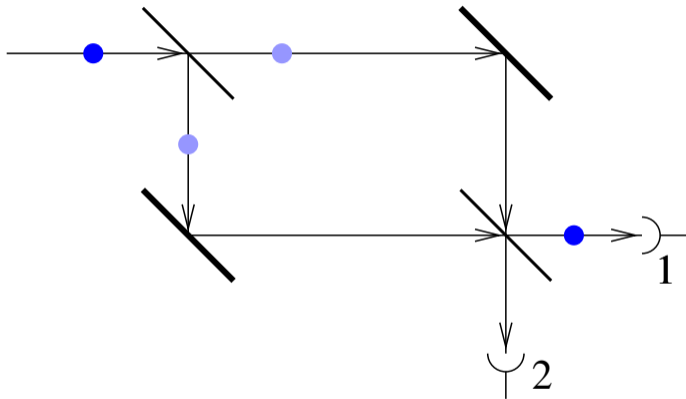
# Princip superpozice – částice na více místech najednou

Odraz fotonu od polopropustného zrcadla (např. okenního skla)



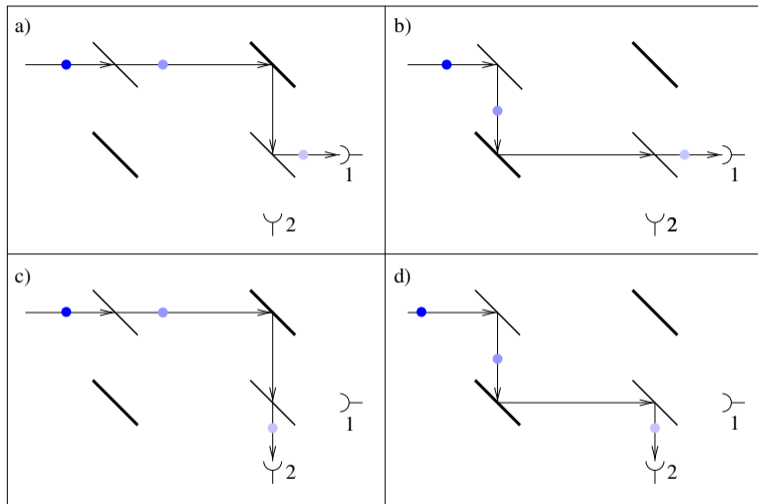
# Princip superpozice – částice na více místech najednou

Odras fotonu od polopropustného zrcadla (např. okenního skla)



- Zdálo by se, že detektor 1 i 2 zaznamenají foton s pravděpodobností  $\frac{1}{2}$
- Ve skutečnosti to ale dopadne jinak – podle nastavení fáze třeba tak, že pokaždé zareaguje detektor 1 a nikdy detektor 2

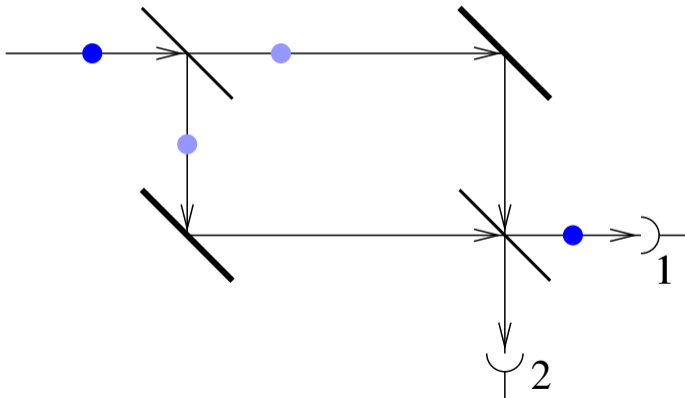
- Každá z možností a) – d) nastane s pravděpodobností  $\frac{1}{4}$



- V kvantové fyzice se ovšem nesčítají pravděpodobnosti, ale jejich **amplitudy**
- Pokaždé zareaguje detektor 1 a nikdy detektor 2

## Jak je to možné?

- Foton po dopadu není čistě ve stavu „odražen“ nebo „propuštěn“, ale v **superpozici** obou možností
- Je jakoby na obou místech najednou

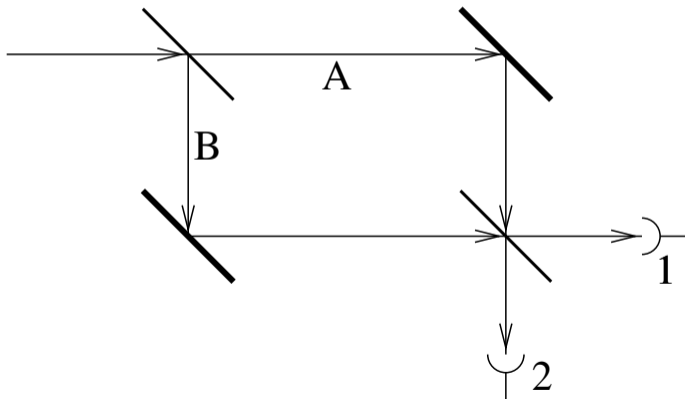


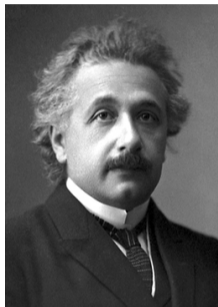
# Jiný pohled

Stav elektromagnetického pole je:

(1 foton ve větvi A, 0 fotonů ve větvi B) + (0 fotonů ve větvi A, 1 foton ve větvi B)

– tzv. **provázaný stav**





MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

## Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

Podivné vlastnosti provázaných stavů vedly A. Einsteina a spolupracovníky ke zpochybňování úplnosti kvantové teorie

# Provázané stavy fotonů

- Foton je kvantová částice, kvantum světla
- Může mít dva **polarizační stavy**:  $|H\rangle$  a  $|V\rangle$
- Jiná možná dvojice je  $|L\rangle$  a  $|R\rangle$  – kruhově polarizované stavy

# Provázané stavy fotonů

- Foton je kvantová částice, kvantum světla
- Může mít dva **polarizační stavy**:  $|H\rangle$  a  $|V\rangle$
- Jiná možná dvojice je  $|L\rangle$  a  $|R\rangle$  – kruhově polarizované stavy
- Pro **dva fotony** A a B uvažujme stavy

$$|H\rangle_A |V\rangle_B, \quad |V\rangle_A |H\rangle_B$$



# Provázané stavy fotonů

- Foton je kvantová částice, kvantum světla
- Může mít dva **polarizační stavy**:  $|H\rangle$  a  $|V\rangle$
- Jiná možná dvojice je  $|L\rangle$  a  $|R\rangle$  – kruhově polarizované stavy
- Pro **dva fotony** A a B uvažujme stavy

$$|H\rangle_A|V\rangle_B, \quad |V\rangle_A|H\rangle_B$$

- Vytvoříme jejich superpozici:

$$|\Psi^-\rangle_{A,B} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A|V\rangle_B - |V\rangle_A|H\rangle_B)$$

- Toto je **provázaný stav** obou fotonů
- Provázanost funguje i v kruhově polarizované bázi:

$$|\Psi^-\rangle_{A,B} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle_A|R\rangle_B - |R\rangle_A|L\rangle_B)$$

- Oba fotony mají vždy vzájemně opačné polarizace – dokonalá antikorelace

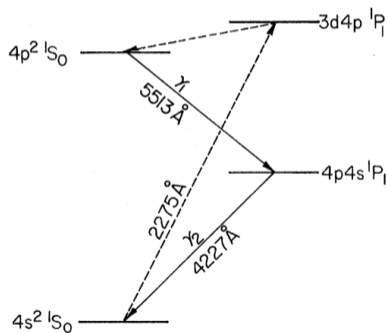
# Jak vytvořit provázaný stav fotonů?



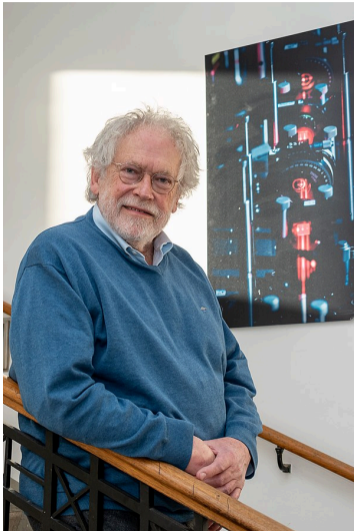
Alain Aspect



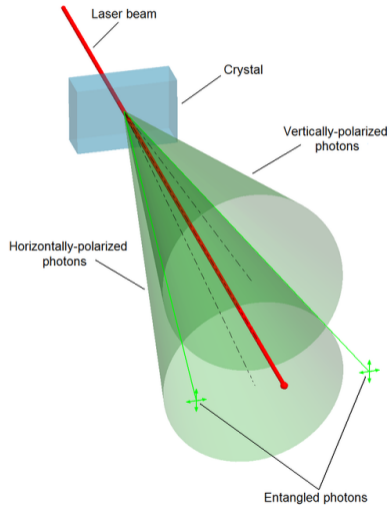
John Clauser



# Jak vytvořit provázaný stav fotonů?

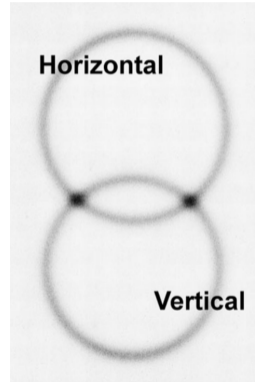
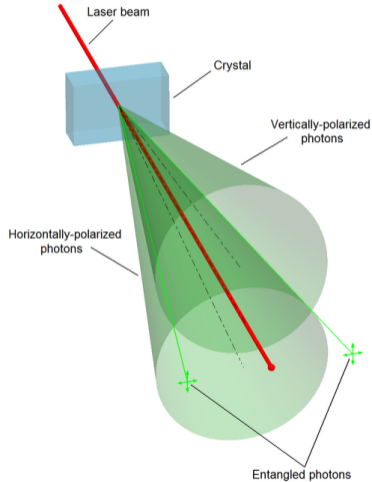


Anton Zeilinger



# Sestupná parametrická konverze

- Světlo z laseru namíříme na krystal boritanu barnatého  $\text{Ba}(\text{BO}_2)_2$
- Většina fotonů proletí skrz, ale někdy dojde ke konverzi na dva fotony s poloviční frekvencí (a energií) – sestupná parametrická konverze typu II
- Korelace v polarizaci
- Ve dvou směrech – provázanost v polarizaci

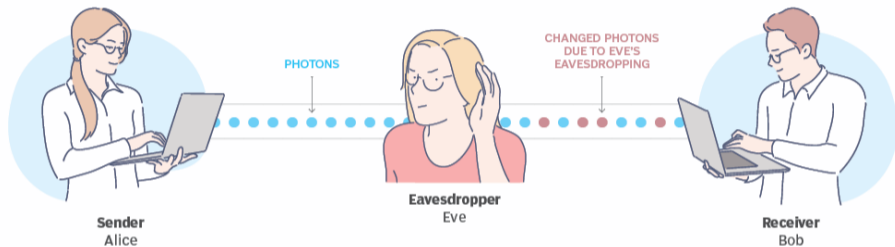


- Polarizační stav fotonu fyzicky realizuje **kvantový bit (qubit)**:  $|H\rangle \rightarrow 0$ ,  $|V\rangle \rightarrow 1$ ,
- Qubit je jednotkou **kvantové informace**
- Může nabývat nejen hodnot 0 a 1, ale i jakékoli jejich superpozice

- Polarizační stav fotonu fyzicky realizuje **kvantový bit (qubit)**:  $|H\rangle \rightarrow 0$ ,  $|V\rangle \rightarrow 1$ ,
- Qubit je jednotkou **kvantové informace**
- Může nabývat nejen hodnot 0 a 1, ale i jakékoli jejich superpozice
- Stav qubitu můžeme změřit, ale nedozvíme se o něm vše
- Například můžeme u fotonu zjišťovat, zda je jeho stav  $|H\rangle$  nebo  $|V\rangle$
- Nebo zda je  $|L\rangle$  nebo  $|R\rangle$
- Ale nezjistíme oboje najednou – Heisenbergův princip neurčitosti
- Kvantovou informaci **nelze kopírovat** tak jako klasickou

# Kvantová kryptografie

- Na nemožnosti kopírování kvantové informace je založena **kvantová kryptografie**



- Alice pošle Bobovi kvantový bit (např. nesený polarizací fotonu)
- Přitom náhodně vybírá mezi bázemi  $|H\rangle, |V\rangle$  a  $|L\rangle, |R\rangle$
- Bob měří stav fotonu, který přijme, rovněž náhodně vybírá bázi
- V polovině případů mají bázi stejnou – získají korelované bity  $\rightarrow$  šifrovací klíč
- Některé bity obětují a srovnají navzájem; přítomnost narušitele se projeví jako chyby v korelaci
- Pomocí klíče pak zašifrují zprávu, kterou klidně pošlou veřejně

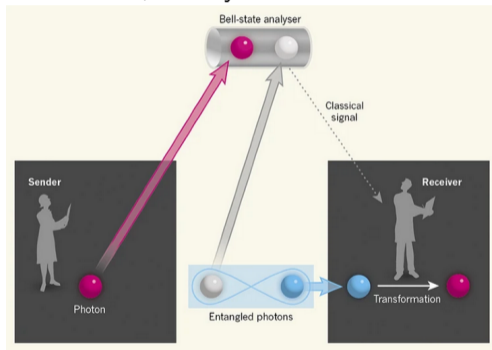
# Kvantová teleportace

- Kvantový stav  $|\psi\rangle$  sice nemůžeme kopírovat, ale můžeme jej vytvořit na jiném místě, pokud ten původní obětujeme – [kvantová teleportace](#)
- Nesmíme ale ten první přímo změřit, tím bychom kvantovou informaci zničili



# Kvantová teleportace

- Kvantový stav  $|\psi\rangle$  sice nemůžeme kopírovat, ale můžeme jej vytvořit na jiném místě, pokud ten původní obětujeme – **kvantová teleportace**
- Nesmíme ale ten první přímo změřit, tím bychom kvantovou informaci zničili



- Místo toho provedeme měření na společném systému ( $|\psi\rangle$  + polovina provázaného stavu)
- Na druhé polovině provázaného stavu provedeme operaci podle toho, jak měření dopadlo
- Výsledkem je teleportovaný stav

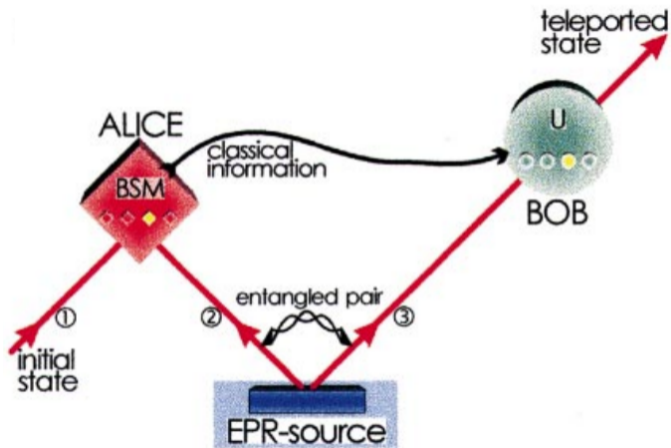
# Experimental quantum teleportation

**Dik Bouwmeester, Jian-Wei Pan, Klaus Mattle, Manfred Eibl, Harald Weinfurter & Anton Zeilinger**

*Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstr. 25, A-6020 Innsbruck, Austria*

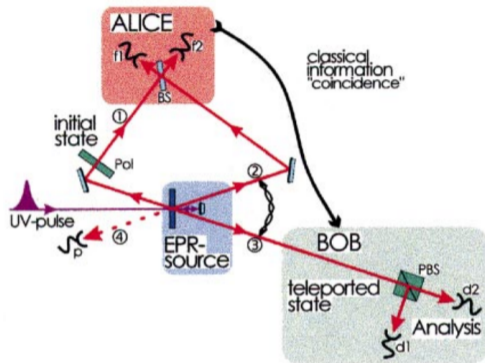
[Nature 390, 575 (1997)]

# Experiment



Měření nám nesmí dát žádnou informaci o teleportovaném stavu!

# Experiment



- Je velmi obtížné rozlišit měřením všechny čtyři stavy

$$|\Psi^\pm\rangle = |L\rangle|R\rangle \pm |R\rangle|L\rangle, \quad |\Phi^\pm\rangle = |L\rangle|L\rangle \pm |R\rangle|R\rangle$$

- Proto se rozlišuje jen mezi stavem  $|\Psi^-\rangle$  a ostatními třemi
- Výsledkem je podmíněná teleportace stavu fotonu – úspěšnost 1/4
- Experiment prokázal, že k teleportaci skutečně došlo

## PHYSICAL REVIEW LETTERS

VOLUME 80

4 MAY 1998

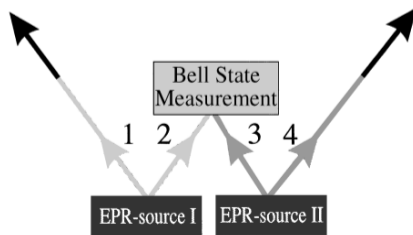
NUMBER 18

### **Experimental Entanglement Swapping: Entangling Photons That Never Interacted**

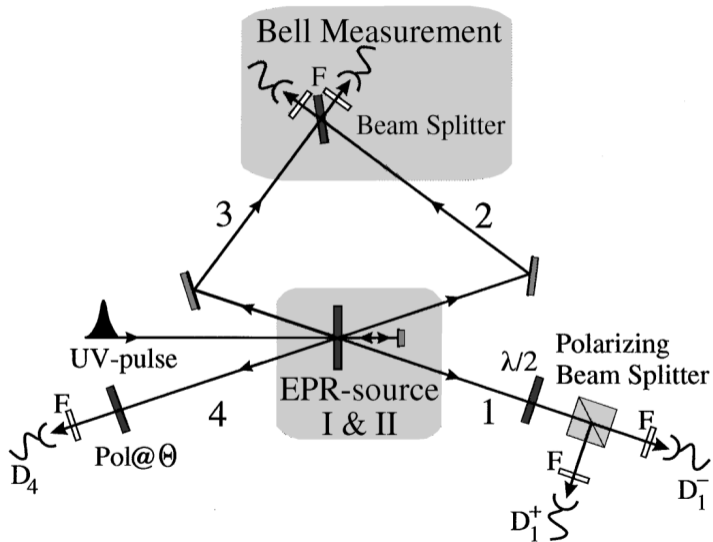
Jian-Wei Pan, Dik Bouwmeester, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger

*Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstrasse 25, A-6020 Innsbruck, Austria*

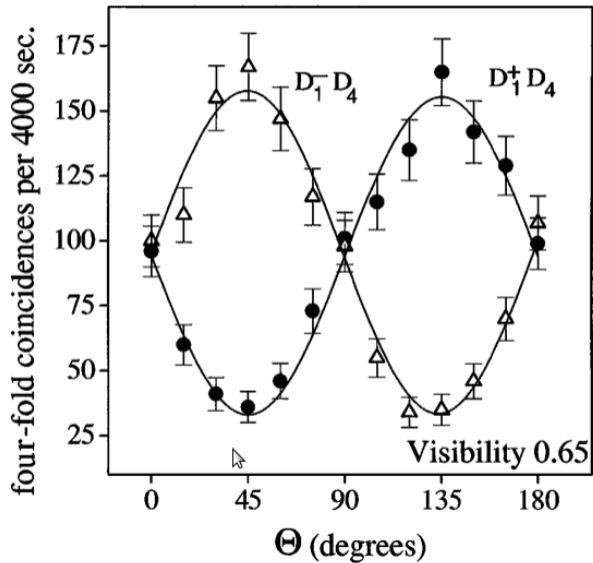
(Received 6 February 1998)



# Experiment s přehazováním provázanosti

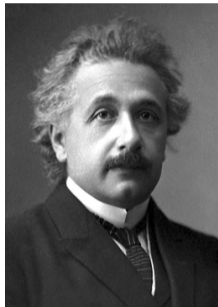


# Experiment s přehazováním provázanosti



- Zařízení pro manipulaci s kvantovou informací a její zpracování
- Provádí logické operace s qubity
- Některé problémy dokáže řešit výrazně (exponenciálně) rychleji než klasický počítač
- Množina těchto problémů je však silně omezená
- Jeden z nich – faktorizace velkých čísel – by naboloušel šifrovací protokol RSA
- Výhoda či nevýhoda...?
- Problém – „křehkost“ kvantových bitů, dekoherence
- Investice do výzkumu kvantových počítačů jsou možná nepřiměřeně velké





MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

## Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

- Einstein, Podolsky a Rosen uvažovali provázaný stav dvou částic, ve kterém je dokonalá korelace jejich poloh a antikorelace hybností

$$|\psi\rangle_{A,B} = \int_{-\infty}^{\infty} |x\rangle_A |x\rangle_B dx = \int_{-\infty}^{\infty} |p\rangle_A | -p\rangle_B dp$$

- Změřením polohy první částice (s výsledkem  $x_1$ ) je ihned jasné, jaká je poloha druhé částice (je to  $x_2 = x_1$ )
- Změřením hybnosti první částice (s výsledkem  $p_1$ ) je ihned jasné, jaká je hybnost druhé částice (je to  $p_2 = -p_1$ )
- EPR argumentovali, že v 1. případě existuje u 2. částice element reality odpovídající její poloze, ve 2. případě její hybnosti
- Ale měření na první částici nesmí ovlivnit druhou – mohou být velmi vzdáleny
- Kvantová fyzika na základě relací neurčitosti nedává současně elementy reality odpovídající poloze i hybnosti – proto nemůže být úplná

Physics Vol. 1, No. 3, pp. 195–200, 1964 Physics Publishing Co. Printed in the United States

## ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX\*

J. S. BELL<sup>†</sup>

*Department of Physics, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin*

*(Received 4 November 1964)*



- Koncepce **skrytých proměnných** – nám jsou neznámé, ale existují a ovlivňují výsledek měření
- Teorie skrytých proměnných jsou nekompatibilní s kvantovou fyzikou, EPR paradox lze rozhodnout experimentálně

# Nerovnost CHSH

- Pojmenována podle pánů J. Clauser, M. Horne, A. Shimony and R. Holt
- Nerovnost zní:

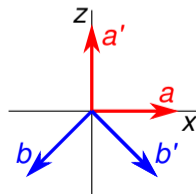
$$|S| \leq 2,$$

kde

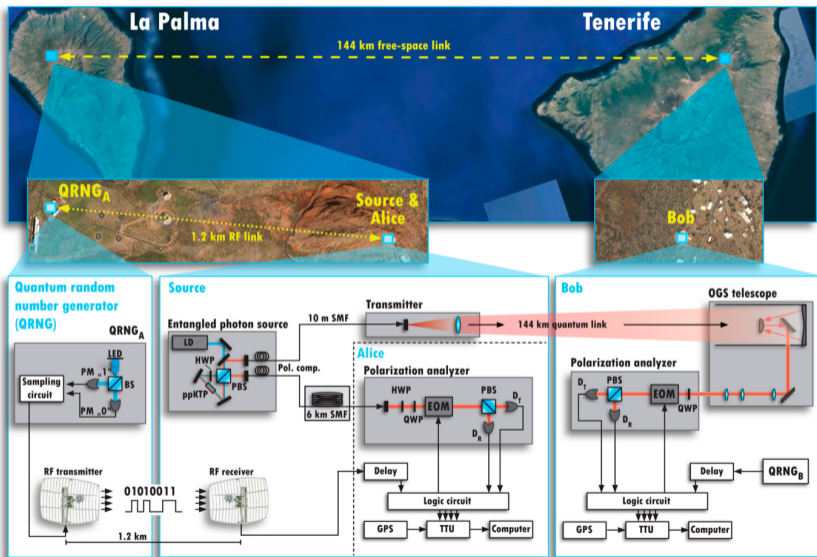
$$S = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b')$$

a  $E(a, b) = \langle A(a) \cdot B(b) \rangle$  jsou kvantové korelace dvou částic (veličina  $a$  pro částici A a veličina  $b$  pro částici B)

- Kvantová fyzika ale předpovídá, že  $S = 2\sqrt{2} > 2$  pro vhodnou kombinaci měřených veličin



- CHSH nerovnost posouvá řešení EPR paradoxu z roviny filozofie k fyzice a experimentu
- Bylo provedeno s fotony



Because Alice's and Bob's measurement events were space-like separated, there exists a moving reference frame in which those events happened simultaneously. Bob's electronic delay was chosen such that, in this frame, the setting choices also happen approximately simultaneously (Fig. 2B). The speed of this frame with respect to the source reference frame is  $v_{\text{ref}} = c^2 \cdot (t_{\mathbf{B}} - t_{\mathbf{A}}) / (x_{\mathbf{B}} - x_{\mathbf{A}}) = 0.938 \cdot c$ , with the speed of light  $c$ , using the space-time coordinates of the measurement events  $\mathbf{A} = (t_{\mathbf{A}}, x_{\mathbf{A}}) = (29.6 \mu\text{s}, 0)$  and  $\mathbf{B} = (t_{\mathbf{B}}, x_{\mathbf{B}}) = (479 \mu\text{s}, 143.6 \text{ km})$ . The relativistic gamma factor is  $\gamma = 1 / (1 - v_{\text{ref}}^2 / c^2)^{1/2} = 2.89$ , giving an effective spatial separation of Alice at La Palma and Bob at Tenerife under Lorentz contraction of  $\gamma^{-1} \cdot 143.6 \text{ km} \approx 50 \text{ km}$ . Note that, because space-like separation is invariant under Lorentz transformation, the locality and the freedom-of-choice loopholes were closed in all reference frames.

## **letters to nature**

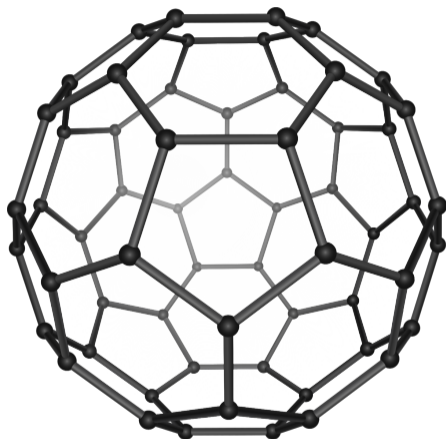
---

.....

## **Wave-particle duality of C<sub>60</sub> molecules**

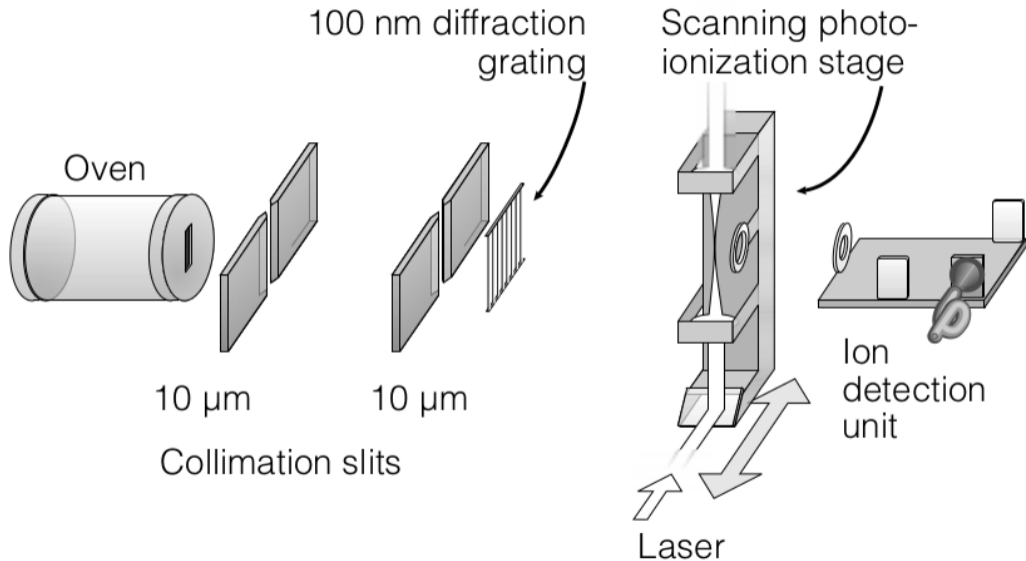
**Markus Arndt, Olaf Nairz, Julian Vos-Andreae, Claudia Keller,  
Gerbrand van der Zouw & Anton Zeilinger**

*Institut für Experimentalphysik, Universität Wien, Boltzmannngasse 5,  
A-1090 Wien, Austria*



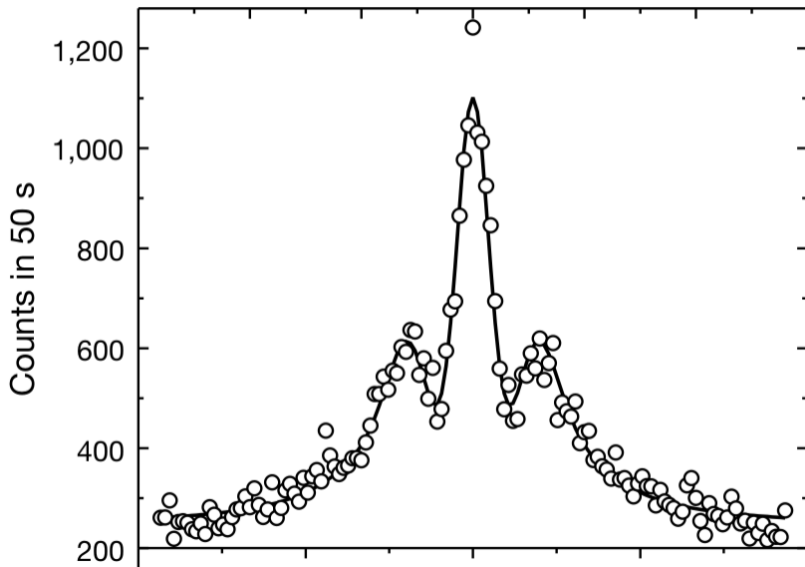
[Nature 401, 680]

# Interference velkých molekul





# Interference velkých molekul



- Kvantová fyzika je velmi zvláštní
- Její zákony jsou ale potřebné pro samotnou naši existenci
- Nejpodivnější je kvantová provázanost
- Kvantová informace se chová jinak než klasická – nelze ji kopírovat ani přesně přečíst
- Kvantový stav však lze teleportovat díky provázanosti
- Kvantový počítač má diskutabilní využití
- Letošní Nobelova cena za fyziku