Diferenciální počet

M1030 Matematika pro biology

28. 11. 2024

Derivace

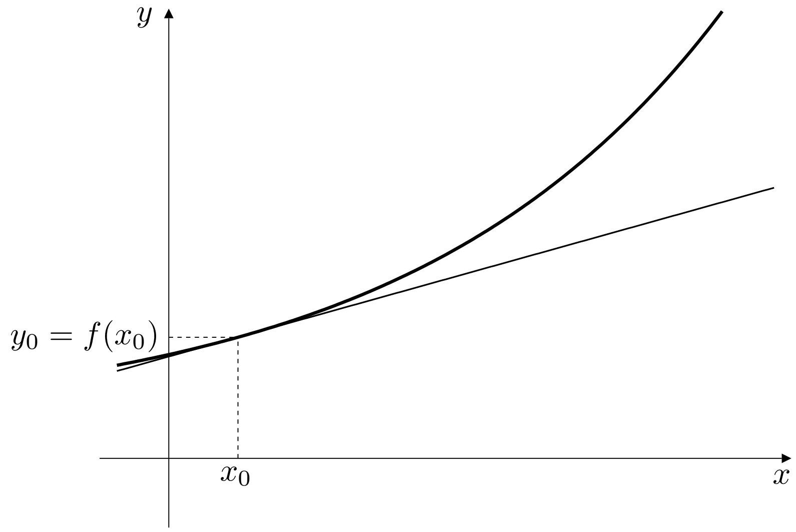
Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě (x_0, y_0)

Základní úloha diferenciálního počtu:

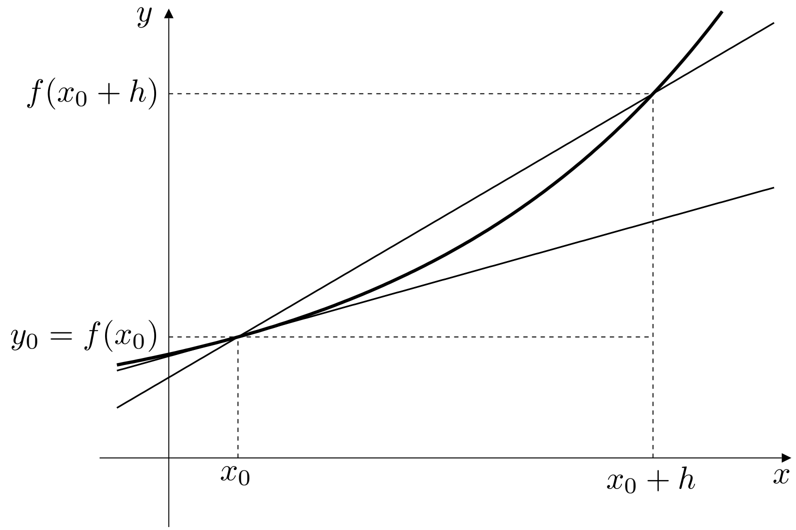
najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$



Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

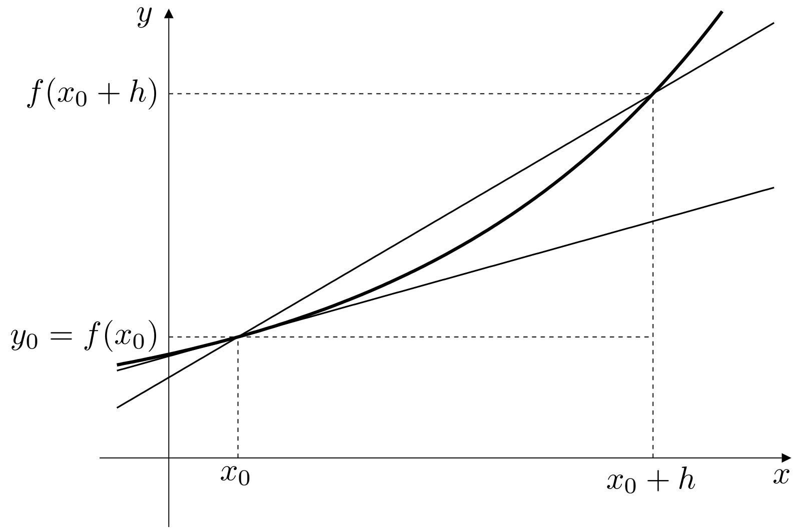
najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$



Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\left(x_0, f(x_0)\right)$

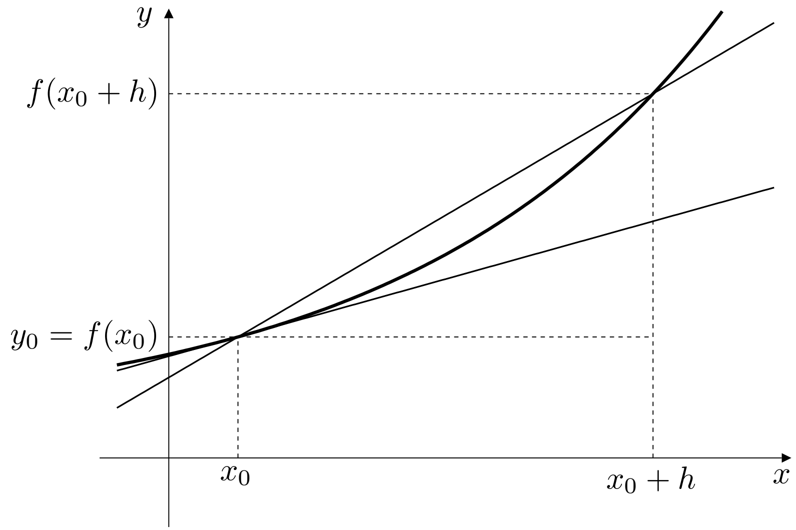


Směrnice sečny vedené body $\left(x_0, f(x_0)\right)$ a $\left(x_0+h, f(x_0+h)\right)$: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$



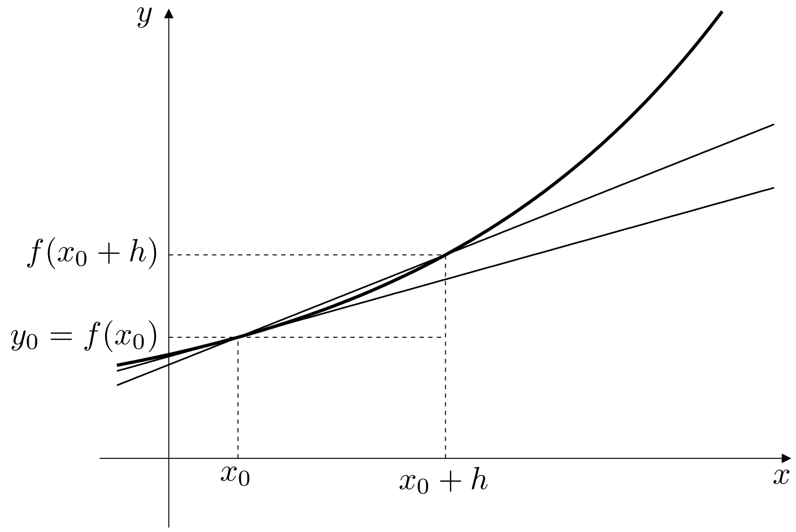
Směrnice sečny vedené body $\big(x_0, f(x_0)\big)$ a $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Pokud se h „přibližuje“ k 0, bod $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$ se „přibližuje“ k bodu $\big(x_0, f(x_0)\big)$.

Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$



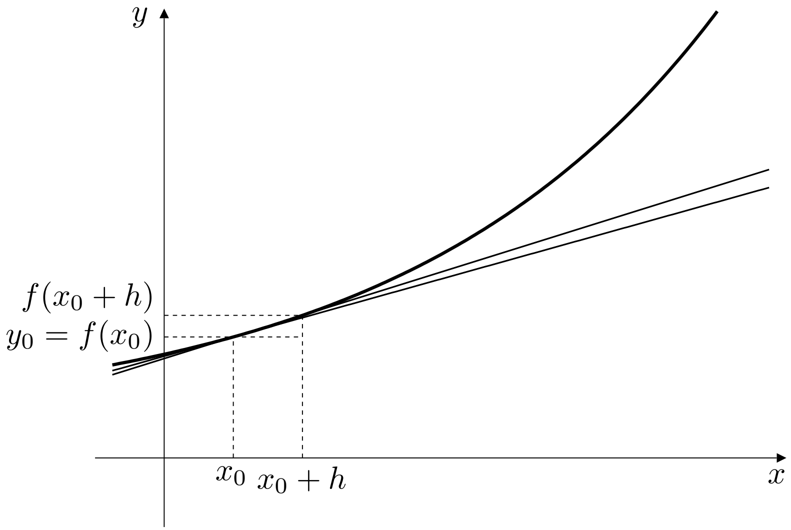
Směrnice sečny vedené body $\big(x_0, f(x_0)\big)$ a $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Pokud se h „přibližuje“ k 0, bod $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$ se „přibližuje“ k bodu $\big(x_0, f(x_0)\big)$.

Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$

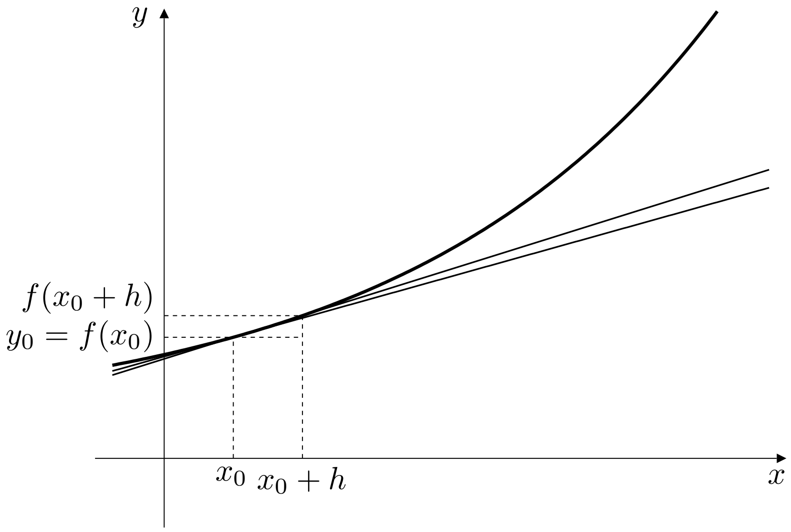


Směrnice sečny vedené body $\big(x_0, f(x_0)\big)$ a $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Pokud se h „přibližuje" k 0, bod $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$ se „přibližuje" k bodu $\big(x_0, f(x_0)\big)$.

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$



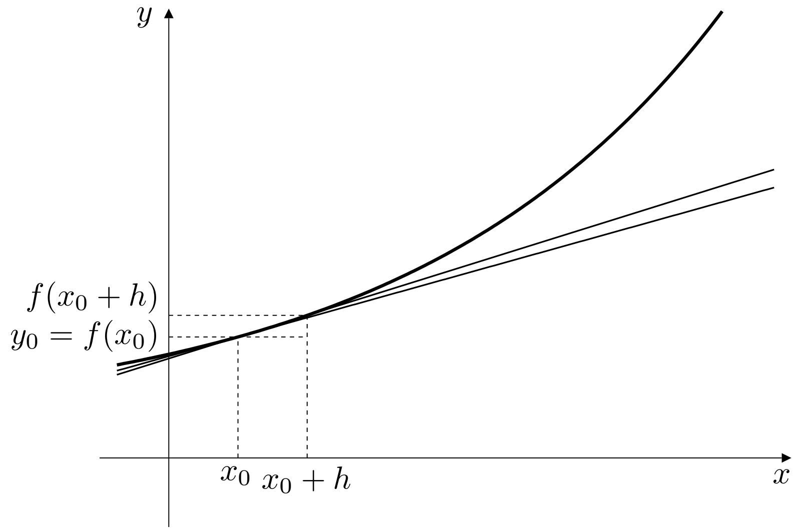
Směrnice sečny vedené body $\big(x_0, f(x_0)\big)$ a $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Pokud se h „přibližuje" k 0, bod $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$ se „přibližuje" k bodu $\big(x_0, f(x_0)\big)$.
Nakonec tyto body splynou a sečna splyne s tečnou.

Derivace funkce v bodě

Základní úloha diferenciálního počtu:

najít směrnici tečny ke grafu funkce f v bodě $\big(x_0, f(x_0)\big)$



Směrnice sečny vedené body $\big(x_0, f(x_0)\big)$ a $\big(x_0+h, f(x_0+h)\big)$: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Směrnice tečny je rovna

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}.$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:
$x = x_0 + h$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:
$x = x_0 + h$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$\Delta x_0 = (x_0 + h) - x_0 = h$
$\Delta f(x_0) = f(x_0 + h) - f(x_0) = \Delta y_0$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f v bodě x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f v bodě x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Příklad: Napište rovnici tečny k parabole dané rovnicí $y = x^2$ v bodě $(1, 1)$.

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Příklad: Napište rovnici tečny k parabole dané rovnicí $y = x^2$ v bodě $(1, 1)$.

$$f(x) = x^2, \quad x_0 = 1,$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Příklad: Napište rovnici tečny k parabole dané rovnicí $y = x^2$ v bodě $(1, 1)$.

$$f(x) = x^2, \quad x_0 = 1, \qquad f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{(1+h)^2 - 1^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(h+2)}{h} = \lim_{h \to 0} (h + 2) = 2$$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Příklad: Napište rovnici tečny k parabole dané rovnicí $y = x^2$ v bodě $(1, 1)$.

$$f(x) = x^2, \quad x_0 = 1, \qquad f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{(1+h)^2 - 1^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(h+2)}{h} = \lim_{h \to 0} (h+2) = 2$$

Rovnice tečny: $y - 1 = 2(x - 1)$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Příklad: Napište rovnici tečny k parabole dané rovnicí $y = x^2$ v bodě $(1, 1)$.

$$f(x) = x^2, \quad x_0 = 1, \qquad f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{(1+h)^2 - 1^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1 + 2h + h^2 - 1}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h(h+2)}{h} = \lim_{h\to 0} (h+2) = 2$$

Rovnice tečny: $y = 2x - 1$

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Poznámky:

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f v bodě x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Poznámky:

- Funkce má v bodě nejvýše jednu derivaci.

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

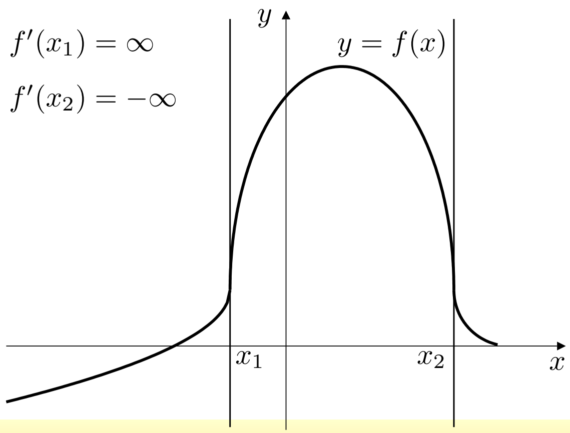
Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Poznámky:

- Funkce má v bodě nejvýše jednu derivaci.
- Derivace může být nevlastní.



Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Poznámky:

- Funkce má v bodě nejvýše jednu derivaci.
- Derivace může být nevlastní.
- Funkce je spojitá bodě, v němž má vlastní derivaci.

Derivace funkce v bodě

Derivace funkce f *v bodě* x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

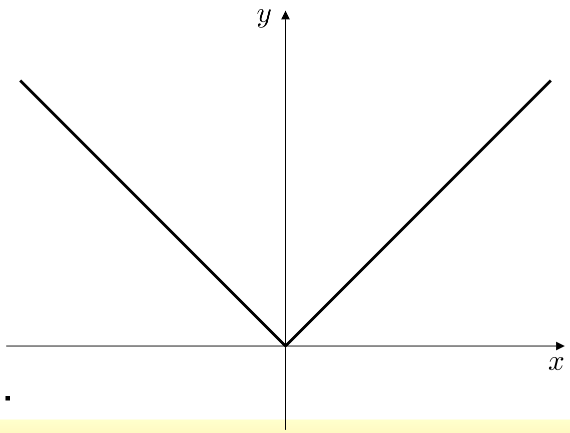
Alternativní označení:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x_0} = \lim_{\Delta x_0 \to 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0}$$

Poznámky:

- Funkce má v bodě nejvýše jednu derivaci.
- Derivace může být nevlastní.
- Funkce je spojitá bodě, v němž má vlastní derivaci.
- Funkce nemusí mít vlastní derivaci v bodě, v němž je spojitá.



Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{cf(x_0+h) - cf(x_0)}{h} = c \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = cf'(x_0)$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\big(f(x)+g(x)\big) - \big(f(x_0)+g(x_0)\big)}{x-x_0} =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} + \frac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0} \right) =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} + \lim_{x\to x_0} \frac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)+g'(x_0)$$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$

$$(f-g)'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\big(f(x)-g(x)\big)-\big(f(x_0)-g(x_0)\big)}{x-x_0} =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - \frac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0}\right) =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - \lim_{x\to x_0} \frac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0) - g'(x_0)$$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$

$$
\begin{aligned}
(fg)'(x_0) &= \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} = \\
&= \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} = \\
&= \lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) = \\
&= \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \lim_{x \to x_0} g(x) + f(x_0) \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = \\
&= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)
\end{aligned}
$$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$

$$\left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{g(x_0)}}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{g(x_0) - g(x)}{(x - x_0)g(x)g(x_0)} =$$

$$= \lim_{x \to x_0} \left(-\frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \frac{1}{g(x)g(x_0)}\right) = -\frac{g'(x_0)}{g(x_0)^2}$$

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
- $\left(\dfrac{1}{g}\right)'(x_0) = -\dfrac{g'(x_0)}{g(x_0)^2}$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
- $\left(\dfrac{1}{g}\right)'(x_0) = -\dfrac{g'(x_0)}{g(x_0)^2}$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \left(f\frac{1}{g}\right)'(x_0) = f'(x_0)\left(\frac{1}{g}\right)(x_0) + f(x_0)\left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) =$$
$$= \frac{f'(x_0)}{g(x_0)} - f(x_0)\frac{g'(x_0)}{g(x_0)^2} = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2}$$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x_0) = \dfrac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2}$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x_0) = \dfrac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2}$

$$(f \circ \varphi)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f\big(\varphi(x)\big) - f\big(\varphi(x_0)\big)}{x - x_0} =$$

$$= \lim_{x \to x_0} \left(\frac{f\big(\varphi(x)\big) - f\big(\varphi(x_0)\big)}{\varphi(x) - \varphi(x_0)} \frac{\varphi(x) - \varphi(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= \lim_{x \to x_0} \frac{f\big(\varphi(x)\big) - f\big(\varphi(x_0)\big)}{\varphi(x) - \varphi(x_0)} \lim_{x \to x_0} \frac{\varphi(x) - \varphi(x_0)}{x - x_0} = f'\big(\varphi(x_0)\big)\varphi'(x_0)$$

Operace s derivacemi

Nechť existují derivace $f'(x_0)$, $g'(x_0)$, $\varphi'(x_0)$, $f'\big(\varphi(x_0)\big)$

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$
- $(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0)$
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x_0) = \dfrac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2}$
- $(f \circ \varphi)'(x_0) = f'\big(\varphi(x_0)\big)\varphi'(x_0)$

Derivace jako funkce

Buď f funkce. Definujeme funkci

$$f' : x \mapsto \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ve všech bodech definičního oboru funkce f, ve kterých existuje uvedená limita.

Derivace jako funkce

Buď f funkce. Definujeme funkci

$$f' : x \mapsto \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ve všech bodech definičního oboru funkce f, ve kterých existuje uvedená limita.

Tato f' funkce je odvozena – derivována – z funkce f, nazývá se *(první) derivace funkce* f.

Derivace jako funkce

Buď f funkce. Definujeme funkci

$$f' : x \mapsto \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ve všech bodech definičního oboru funkce f, ve kterých existuje uvedená limita.

Tato f' funkce je odvozena – derivována – z funkce f, nazývá se *(první) derivace funkce* f.

Analogicky lze z funkce f' odvodit funkci f''. Nazveme ji *druhá derivace funkce* f.

Derivace jako funkce

Buď f funkce. Definujeme funkci

$$f' : x \mapsto \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ve všech bodech definičního oboru funkce f, ve kterých existuje uvedená limita.

Tato f' funkce je odvozena – derivována – z funkce f, nazývá se *(první) derivace funkce* f.

Analogicky lze z funkce f' odvodit funkci f''. Nazveme ji *druhá derivace funkce* f.

Stejně tvoříme derivaci třetí, čtvrtou, pátou ..., f''', $f^{(4)}$, $f^{(5)} \dots$

Derivace elementárních funkcí

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$:

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{c - c}{h} = 0$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$:

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \cdots + nxh^{n-1} + h^n - x^n}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \cdots + nxh^{n-1} + h^n}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \left(nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \cdots + nxh^{n-2} + h^{n-1} \right) = nx^{n-1}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\mathrm{e}^{x+h} - \mathrm{e}^x}{h} = \mathrm{e}^x \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\mathrm{e}^h - 1}{h} = \mathrm{e}^x$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:**

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \ln x \\
\mathrm{e}^{f(x)} &= x \qquad\qquad |\ ' \\
\mathrm{e}^{f(x)} f'(x) &= 1 \\
x f'(x) &= 1 \\
f'(x) &= \frac{1}{x}
\end{aligned}
$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$: $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$: $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:**

$$(a^x)' = \left(\mathrm{e}^{x \ln a}\right)' = \mathrm{e}^{x \ln a}\,(x \ln a)' = a^x \ln a$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:**

$$\big(\log_a x\big)' = \left(\frac{\ln x}{\ln a}\right)' = \frac{1}{x}\frac{1}{\ln a}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$: $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$: $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$: $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$:

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:**

$$(x^a)' = \left(\mathrm{e}^{a \ln x}\right)' = \mathrm{e}^{a \ln x}\,\frac{a}{x} = x^a\,\frac{a}{x} = ax^{a-1}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$: $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$: $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$: $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$: $\quad f'(x) = ax^{a-1}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$: $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$: $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$: $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$: $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\sin x \cos h + \cos x \sin h - \sin x}{h} =$$

$$= \cos x \lim_{h\to 0} \frac{\sin h}{h} + \sin x \lim_{h\to 0} \frac{\cos h - 1}{h} = \cos x + \sin x \lim_{h\to 0} \frac{-2\left(\sin \frac{1}{2}h\right)^2}{h} =$$

$$= \cos x - \sin x \lim_{h\to 0} \left(\frac{\sin \frac{1}{2}h}{\frac{1}{2}h}\right)^2 \lim_{h\to 0} \frac{1}{2}h = \cos x - \sin x \cdot 1 \cdot 0 = \cos x$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$: $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$: $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$: $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$: $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$: $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$:

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:**

$f'(x) = (\cos x)' = \left(\sin(x + \frac{\pi}{2})\right)' = \left(\sin(x + \frac{\pi}{2})\right)'(x + \frac{\pi}{2})' = \cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:** $\quad f'(x) = -\sin x$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:** $\quad f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \operatorname{tg} x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:** $\quad f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \operatorname{tg} x$**:**

$$f'(x) = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{(\sin x)' \cos x - \sin x (\cos x)'}{(\cos x)^2} = \frac{(\cos x)^2 + (\sin x)^2}{(\cos x)^2} = \frac{1}{(\cos x)^2}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:** $\quad f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \operatorname{tg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{(\cos x)^2}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:** $\quad f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \operatorname{tg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{(\cos x)^2}$
- $f(x) = \operatorname{cotg} x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$: $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$: $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$: $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$: $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$: $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$: $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$: $\quad f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \operatorname{tg} x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{(\cos x)^2}$
- $f(x) = \operatorname{cotg} x$: $\quad f'(x) = (\operatorname{cotg} x)' = \left(\dfrac{1}{\operatorname{tg} x}\right)' = -\dfrac{\frac{1}{(\cos x)^2}}{(\operatorname{tg} x)^2} = -\dfrac{1}{(\cos x)^2}\left(\dfrac{\cos x}{\sin x}\right)^2 = -\dfrac{1}{(\sin x)^2}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = c$**:** $\quad f'(x) = 0$
- $f(x) = x^n$**:** $\quad f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = \mathrm{e}^x$**:** $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$
- $f(x) = \ln x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = a^x$**:** $\quad f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = \log_a x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$
- $f(x) = x^a$**:** $\quad f'(x) = ax^{a-1}$
- $f(x) = \sin x$**:** $\quad f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$**:** $\quad f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \operatorname{tg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{(\cos x)^2}$
- $f(x) = \operatorname{cotg} x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{(\sin x)^2}$

- $f(x) = \arcsin x$:

- $f(x) = \arcsin x$:

$$\begin{aligned} f(x) &= \arcsin x \\ \sin f(x) &= x \qquad\qquad |\,' \\ f'(x)\cos f(x) &= 1 \\ f'(x) &= \frac{1}{\cos f(x)} = \frac{1}{\sqrt{1-(\sin f(x))^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

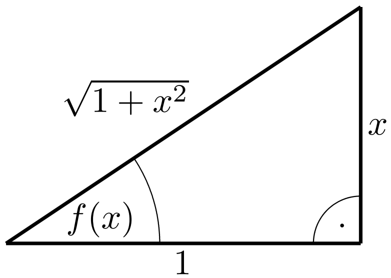
Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$:

$$\begin{aligned}
f(x) &= \operatorname{arctg} x \\
\operatorname{tg} f(x) &= x \qquad\qquad \Big|' \\
f'(x)\frac{1}{\big(\cos f(x)\big)^2} &= 1 \\
f'(x) &= \big(\cos f(x)\big)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2 = \frac{1}{1+x^2}
\end{aligned}$$



Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \ln\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)$**:**

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \ln\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)$:

$$f'(x) = \frac{1}{x \pm \sqrt{1+x^2}}\left(1 \pm \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}\right) = \frac{\sqrt{1+x^2} \;\pm\; x}{\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)\sqrt{1+x^2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \ln\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)$**:** $\quad f'(x) = \pm\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \ln\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)$: $\quad f'(x) = \pm\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
- $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$:

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$: $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$: $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \ln\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)$: $\quad f'(x) = \pm\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
- $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$: $\quad f'(x) = \left(\frac{1}{2}(\ln(1+x) - \ln(1-x))\right)' =$

$$= \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{1+x} - \frac{-1}{1-x}\right) = \tfrac{1}{2}\,\frac{1-x+1+x}{(1+x)(1-x)} = \frac{1}{1-x^2}$$

Derivace elementárních funkcí

- $f(x) = \arcsin x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \operatorname{arctg} x$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \operatorname{arccotg} x$**:** $\quad f'(x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \ln\left(x \pm \sqrt{1+x^2}\right)$**:** $\quad f'(x) = \pm\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
- $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$**:** $\quad f'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$

Derivace elementárních funkcí

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
c	0	$\operatorname{tg} x$	$\dfrac{1}{(\cos x)^2}$
x^n	nx^{n-1}	$\operatorname{cotg} x$	$-\dfrac{1}{(\sin x)^2}$
e^x	e^x	$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$\arccos x$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{arctg} x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{arccotg} x$	$-\dfrac{1}{1+x^2}$
$\sin x$	$\cos x$	$\ln\left(1 \pm \sqrt{1+x^2}\right)$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$	$\dfrac{1}{1-x^2}$

Příklady

$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)'$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

Příklady

$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$

$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)'$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

Příklady

$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$

$\big(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\big)' = 3(2x - 2) - 5\dfrac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \dfrac{5}{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{x}$

$\big(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\big)'$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)'$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

$$\left(\ln\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)'$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

$$\left(\ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\,\frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{4x}{x^4 - 1}$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

$$\left(\ln\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\,\frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{4x}{x^4 - 1}$$

$$\left(\sqrt{x\sqrt{x^3}}\right)'$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

$$\left(\ln\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\,\frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{4x}{x^4 - 1}$$

$$\left(\sqrt{x\sqrt{x^3}}\right)' = \left(x^{\frac{5}{4}}\right)' = \tfrac{5}{4}\sqrt[4]{x}$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

$$\left(\ln\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\,\frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{4x}{x^4 - 1}$$

$$\left(\sqrt{x\sqrt{x^3}}\right)' = \left(x^{\frac{5}{4}}\right)' = \tfrac{5}{4}\sqrt[4]{x}$$

$$((\sin x)^x)'$$

Příklady

$$(6x^3 - 2x^2 + 3x - 5)' = 6 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 3x^0 - 0 = 18x^2 - 4x + 3$$

$$\left(3(x^2 - 2x + 1) - 5\ln x + 2\sqrt{x}\right)' = 3(2x - 2) - 5\frac{1}{x} + 2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - 6 - \frac{5}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\left(3x^5 - 6(1 - 3x)^4\right)' = 15x^4 - 24(1 - 3x)^3(-3) = 15x^4 + 72(1 - 3x)^3$$

$$\left(\frac{3x - 2}{x^3 - 8}\right)' = \frac{3(x^3 - 8) - (3x - 2)3x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{3x^3 - 24 - 9x^3 + 6x^2}{(x^3 - 8)^2} = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 24}{x^6 - 16x^3 + 64}$$

$$\left(\ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)' = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\,\frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{4x}{x^4 - 1}$$

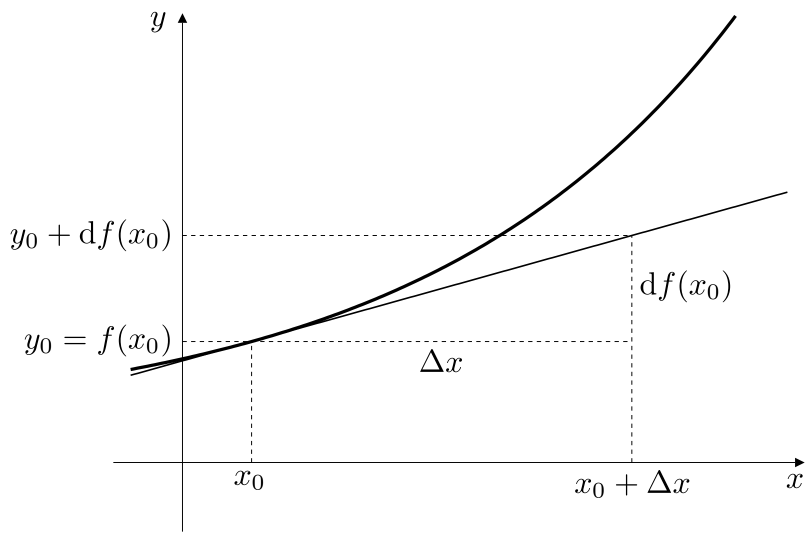
$$\left(\sqrt{x\sqrt{x^3}}\right)' = \left(x^{\frac{5}{4}}\right)' = \tfrac{5}{4}\sqrt[4]{x}$$

$$((\sin x)^x)' = \left(\mathrm{e}^{x \ln \sin x}\right)' = \mathrm{e}^{x \ln \sin x}\left(\ln \sin x + x\frac{\cos x}{\sin x}\right) = (\sin x)^x\,(\ln \sin x + x \operatorname{cotg} x)$$

Diferenciál

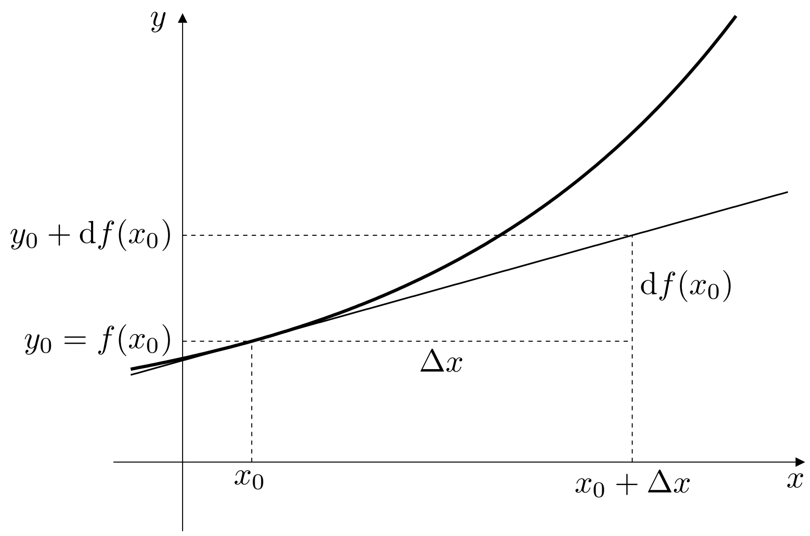
Pojem diferenciálu

Diferenciál funkce f *v bodě* x_0, $\mathrm{d}f(x_0)$: přírůstek funkce naměřený na tečně.



Pojem diferenciálu

Diferenciál funkce f v bodě x_0, $\mathrm{d}f(x_0)$: přírůstek funkce naměřený na tečně.



Platí:

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0)$$

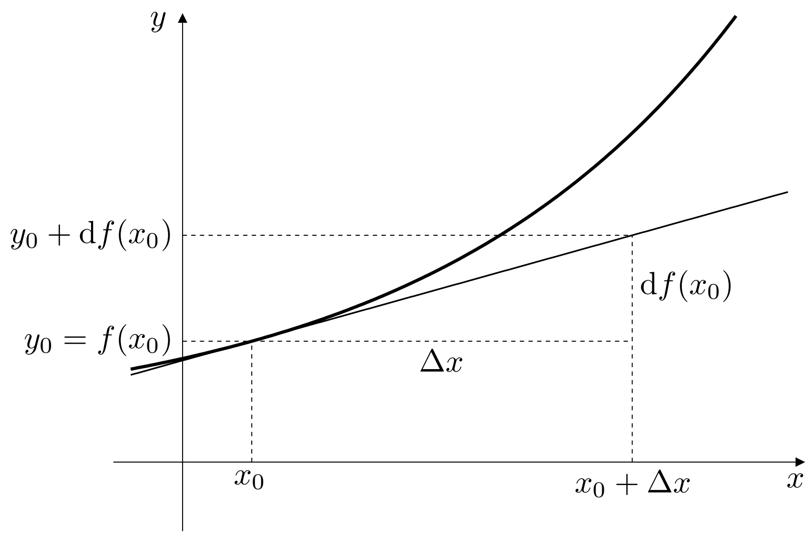
$$\frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0),$$

tj.

$$\mathrm{d}f(x_0) = f'(x_0)\Delta x$$

Pojem diferenciálu

Diferenciál funkce f *v bodě* x_0, $\mathrm{d}f(x_0)$: přírůstek funkce naměřený na tečně.



Platí:

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0)$$

$$\frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0),$$

tj.

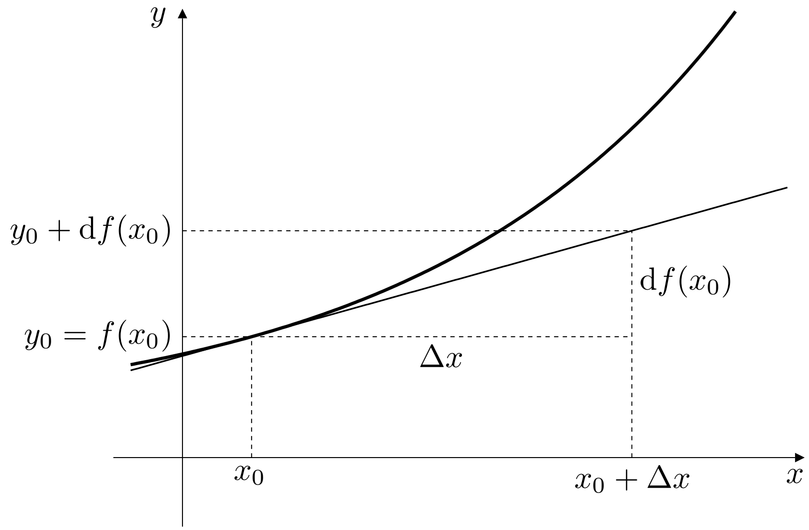
$$\mathrm{d}f(x_0) = f'(x_0)\Delta x$$

Diferenciál funkce f *v obecném bodě* x:

$$\mathrm{d}y = \mathrm{d}f(x) = f'(x)\Delta x$$

Pojem diferenciálu

Diferenciál funkce f v bodě x_0, $\mathrm{d}f(x_0)$: přírůstek funkce naměřený na tečně.



Platí:

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0)$$

$$\frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0),$$

tj.

$$\mathrm{d}f(x_0) = f'(x_0)\Delta x$$

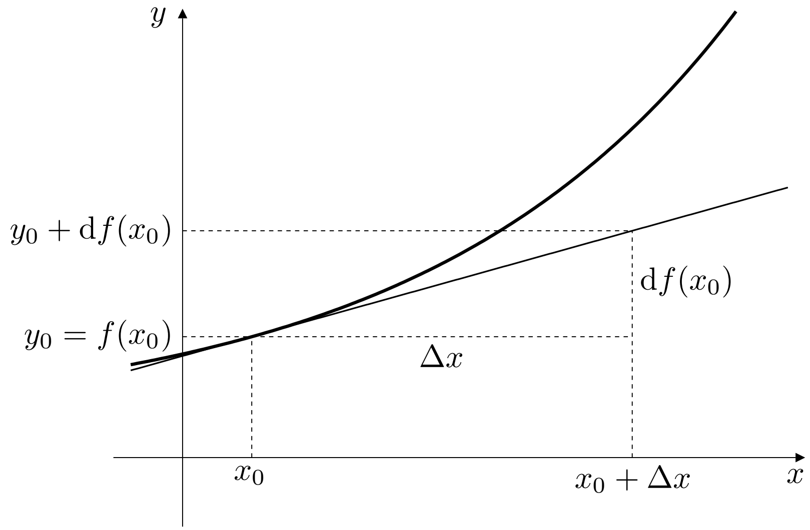
Diferenciál funkce f v obecném bodě x:

$$\mathrm{d}y = \mathrm{d}f(x) = f'(x)\Delta x$$

Pro funkci g danou předpisem $g(x) = x$ platí $\mathrm{d}x = \mathrm{d}g(x) = g'(x)\Delta x = \Delta x$.

Pojem diferenciálu

Diferenciál funkce f v bodě x_0, $\mathrm{d}f(x_0)$: přírůstek funkce naměřený na tečně.



Platí:

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0)$$

$$\frac{\mathrm{d}f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0),$$

tj.

$$\mathrm{d}f(x_0) = f'(x_0)\Delta x$$

Diferenciál funkce f v obecném bodě x:

$$\mathrm{d}y = \mathrm{d}f(x) = f'(x)\Delta x$$

Pro funkci g danou předpisem $g(x) = x$ platí $\mathrm{d}x = \mathrm{d}g(x) = g'(x)\Delta x = \Delta x$.
Proto lze psát

$$\mathrm{d}y = f'(x)\mathrm{d}x, \quad \text{neboli} \quad f'(x) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}.$$

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\sqrt[3]{2}$.

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\sqrt[3]{2}$.

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$, $\sqrt[3]{2} = f(2)$,

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\sqrt[3]{2}$.

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$, $\sqrt[3]{2} = f(2)$,

$x_0 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$, $f(x_0) = \frac{5}{4}$, $f'(x_0) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{75}$, $\Delta x = 2 - \frac{125}{64} = \frac{3}{64}$,

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\sqrt[3]{2}$.

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$, $\sqrt[3]{2} = f(2)$,

$x_0 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$, $f(x_0) = \frac{5}{4}$, $f'(x_0) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{75}$, $\Delta x = 2 - \frac{125}{64} = \frac{3}{64}$,

$\sqrt[3]{2} = f(2) \approx \frac{5}{4} + \frac{16}{75}\frac{3}{64} = \frac{126}{100} = 1{,}26$

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\sqrt[3]{2}$.

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$, $\sqrt[3]{2} = f(2)$,

$x_0 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$, $f(x_0) = \frac{5}{4}$, $f'(x_0) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{75}$, $\Delta x = 2 - \frac{125}{64} = \frac{3}{64}$,

$\sqrt[3]{2} = f(2) \approx \frac{5}{4} + \frac{16}{75}\frac{3}{64} = \frac{126}{100} = 1{,}26$

Přesná hodnota: $\sqrt[3]{2} \doteq 1{,}25992$.

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\log_{10} 9$.

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\log_{10} 9$.

$f(x) = \log_{10} x$, $f'(x) = \dfrac{1}{x \ln 10}$, $\ln 10 \doteq 2{,}3026$,

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\log_{10} 9$.

$f(x) = \log_{10} x$, $f'(x) = \dfrac{1}{x \ln 10}$, $\ln 10 \doteq 2{,}3026$,

$x_0 = 10$, $f(x_0) = \log_{10} 10 = 1$, $\Delta x = -1$,

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\log_{10} 9$.

$f(x) = \log_{10} x$, $f'(x) = \dfrac{1}{x \ln 10}$, $\ln 10 \doteq 2{,}3026$,

$x_0 = 10$, $f(x_0) = \log_{10} 10 = 1$, $\Delta x = -1$,

$\log_{10} 9 = f(9) \approx 1 - \frac{1}{23{,}026} \doteq 0{,}957$

Užití diferenciálu

$$f(x) \approx f(x_0) + \mathrm{d}f(x_0) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Přibližný výpočet funkčních hodnot

Příklady: Přibližně vypočítejte $\log_{10} 9$.

$f(x) = \log_{10} x$, $f'(x) = \dfrac{1}{x \ln 10}$, $\ln 10 \doteq 2{,}3026$,

$x_0 = 10$, $f(x_0) = \log_{10} 10 = 1$, $\Delta x = -1$,

$\log_{10} 9 = f(9) \approx 1 - \frac{1}{23{,}026} \doteq 0{,}957$

Přesná hodnota: $\log_{10} 9 \doteq 0{,}9542$.