4. cvičení z M1110, podzim 2020

Příklad. 1. Spočtěte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Proveďte zkoušku.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 11 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & 1 & 4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & +3 & -1 & -4 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -4 \end{array}\right)$$

Zkouška:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -8 & 2 & 11 \\ 3 & -1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad. 2. Spočtěte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 3 \\ 2 & 9 & 3 & -2 \\ -1 & -6 & -11 & 4 \\ 0 & -1 & -6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zkoušku proveďte aspoň částečně.

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & -11 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -8 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -13 & 7 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 7 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & -2 & 0 & -2 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -7 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & 0 & 0 & 10 & -11 & -13 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -36 & 42 & 48 & -55 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -7 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$10 + 4 \cdot 36$

$-11 - 4 \cdot 42$

$-13 - 4 \cdot 48$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 154 & -179 & -205 & 235 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -36 & 42 & 48 & -55 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -7 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$-13 - 192$

$15 + 4 \cdot 55$

inverzní matice

Řešení. Inverzní matice je

$$\begin{pmatrix} 154 & -179 & -205 & 235 \\ -36 & 42 & 48 & -55 \\ 6 & -7 & -8 & 9 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

□

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 26 & 48 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 26 & 48 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 13 & 24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 13 & 24 \end{pmatrix}$$

Příklad. 3. Spočtěte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Proveďte zkoušku.

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & a & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & a^2 & -a^3 & a^4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & a^2 & -a^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & a^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Zk.

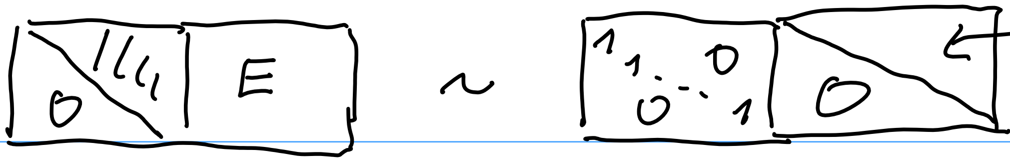
$$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -a & a^2 & -a^3 & a^4 \\ 0 & 1 & -a & a^2 & -a^3 \\ 0 & 0 & 1 & -a & a^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & \end{matrix}$$

$\boxed{n = 5}$

$n \times n$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & & & 0 \\ & 1 & a & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & 1 & a \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -a & a^2 & \cdots & (-1)^{n-1} a^{n-1} \\ 0 & 1 & -a & \cdots & (-1)^{n-2} a^{n-2} \\ & & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

Pozorování: horní trojúhelníková matice, její inverze je rovněž horní trojúhelníková!



měníme pouze tuto část

Inverze musí být horní trojúhelníková.

Příklad. 4. Spočtěte inverzní matici k matici tvaru $n \times n$

$$\begin{pmatrix} 2-n & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2-n & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2-n & \dots & 1 & 1 \\ . & . & . & \dots & . & . \\ 1 & \cancel{2}\,1 & 1 & \dots & 2-n & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 2-n \end{pmatrix}.$$

Návod. K 1. řádku přičtěte ostatní řádky. □

$$\left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 2-n & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2-n & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2-n & \dots & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 2-n & 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 2-n & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 \end{array}\right)$$

K 1. prvnímu řádku přičteme všechny ostatní

$$\sim \left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2-n & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2-n & \dots & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 1 & 1 & 1 & & 1 & 2-n & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$2-n+\underbrace{1+1+\dots+1}_{n-1} = 2-n+n-1 = \underline{\underline{1}}$$

Od 2., 3., ... n-tého řádku odečteme 1. řádek

$$n>1 \qquad \sim \left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 1-n & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1-n & \dots & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & \dots & -1 & -1 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1-n & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & 0 \end{array}\right)$$

2., 3., ... n-tý řádek vynásobíme $\frac{1}{1-n}$

$$\sim \left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{n-1} & 0 & \frac{1}{n-1} & \dots & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & \dots & \frac{1}{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & & & & & & \end{array}\right)$$

$$\underbrace{1-\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n-1}-\dots-\frac{1}{n-1}}_{(n-1)\times}=1-1=0$$

$$\left(\begin{array}{cccccc|ccccc}
1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & \dots & \frac{1}{n-1} \\
0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{n-1} & 0 & \frac{1}{n-1} & \dots & \frac{1}{n-1} \\
0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & 0 & \dots & \frac{1}{n-1} \\
- & - & - & - & - & - & & & & & \\
0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & \dots & 0
\end{array}\right)$$

$$\underbrace{1-\frac{1}{n-1}-\dots-\frac{1}{n-1}}_{(n-2)\times}=1-\frac{n-2}{n-1}=$$

$$=\frac{(n-1)-(n-2)}{n-1}=\frac{1}{n-1}$$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}
0 & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & \dots & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} \\
\frac{1}{n-1} & 0 & \frac{1}{n-1} & & & \\
\frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} & 0 & & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n-1} \\
& & & \ddots & & \\
& & & & 0 & \\
& & & & & 0
\end{pmatrix}.$$

$$A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}
2-n & 1 & 1 & \dots \\
1 & 2-n & 1 & \dots \\
1 & 1 & 2-n & \dots \\
- & - & - & -
\end{pmatrix}=\frac{n-1}{n-1}\quad 0\quad 0\dots 0$$

$$\frac{2-n}{n-1}+(n-2)\frac{1}{n-1}=0$$

$\det \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = -1$ $\det A = 0$ $\det A = 0$ $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 0$ $\det \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = 0$

Příklad. 5. Rozhodněte, zda následující podmnožiny vektorových prostorů s operacemi stejnými jako na vektorovém prostoru jsou rovněž vektorové podprostory.

(a) $U = \{f \in \mathbb{R}[x] \mid f(3) = 0,\ f(-1) = 0\} \subset \mathbb{R}[x]$,

(b) $V = \{A \in \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid a_{11} + a_{22} = 1\} \subset \mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$,

~~(c) $W = \{A \in \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{R}) \mid \det A = 0\} \subset \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{R})$,~~

(d) $Z = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} \mid f(n+1) = f(n) + f(n-1)\} \subset \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}\}$.

Ještě nevíme, co je $\det A$!

(a) $\mathbb{R}[x]$ polynomy v proměnné x s koeficienty v $\mathbb{R}$

$+$ sčítání polynomů

$\cdot$ násobení polynomu číslem

$\det A = 0$

$\det B = 0$

$\det(A+B) \neq 0$

$U = \{f \in \mathbb{R}[x],\ f(3) = 0,\ f(-1) = 0\}$

3 a -1 jsou kořeny polynomu

Je U vekt. podprostor v $\mathbb{R}[x]$?

$+ : U \times U \longrightarrow \mathbb{R}[x]$

(1) $f, g \in U \Rightarrow f+g \in U$

(2) $a \in \mathbb{R}$ $f \in U \Rightarrow af \in U$

$f, g \in U$ $\quad f(3) = 0 \quad f(-1) = 0$

$g(3) = 0 \quad g(-1) = 0$

Leží $f+g$ v U?

$(f+g)(3) \underset{\text{def}}{=} f(3) + g(3) = 0 + 0 = 0$

$(f+g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 0 + 0 = 0$

$\Longrightarrow f+g \in U$

$f(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots a_1 x + a_0$

$f(3) = a_k 3^k + a_{k-1} 3^{k-1} + \dots a_1 3 + a_0 = 0$

násobení $c \in \mathbb{R}$ $\quad f \in U$ $\quad f(3) = 0 = f(-1)$

$(cf)(3) = c\,(f(3)) = c \cdot 0 = 0$

$(cf)(-1) = c\,(f(-1)) = c \cdot 0 = 0$

Závěr

U je vekt. podprostor

(b) $V = \{ A \in Mat_{2\times 2}(\mathbb{R}) , a_{11} + a_{22} = 1 \}$

$\subseteq Mat_{2\times 2}(\mathbb{R})$

$Mat_{2\times 2}(\mathbb{R})$ je vekt. prostor nad $\mathbb{R}$

$+$ po složkách

$c\,\cdot$ po složkách

Je V vekt. podprostor.

$V \neq \emptyset \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in V$

$A, B \in V$ Leží $A+B$ rovněž ve V?

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad a_{11} + a_{22} = 1$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \qquad b_{11} + b_{22} = 1$$

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11}, & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}$$

$$(a_{11} + b_{11}) + (a_{22} + b_{22}) = \underbrace{(a_{11} + a_{22})}_{= 1+1} + \underbrace{(b_{11} + b_{22})}_{= 2}$$

$A + B \notin V \implies V$ není vekt. podprostor

$A \in V \qquad 2 \cdot A = \begin{pmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} \\ 2a_{21} & 2a_{22} \end{pmatrix} \qquad 2a_{11} + 2a_{22} = 2\cdot 1 = 2$

$2A \notin V$ ✓

(c) nevíme, co je dek

(d) $Z = \{ f : \mathbb{N} \to \mathbb{R},$
$f(n+1) = f(n) + f(n-1) \} \subseteq \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$

$\mathbb{R}^{N}$ zobrazení $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$
je to vekt. prostor nad $\mathbb{R}$

$f(1) \quad f(2) \quad f(3) \quad \dots \quad f(n) \dots$
posloupnost reálných čísel

Z je neprázdná $\qquad f(3) = f(2) + f(1)$

$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	$f(6)$	
1	1	2	3	5	8	...

Fibonacciova posloupnost.

Je Z vekt. podprostor v $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$

$f, g \in Z \qquad f(n+1) = f(n) + f(n-1)$
$\qquad\qquad g(n+1) = g(n) + f(n-1)$

$$\underbrace{f(n+1) + g(n+1)} = \underbrace{f(n) + g(n)} + \underbrace{f(n-1) + g(n-1)}$$

$$(f+g)(n+1) = (f+g)(n) + (f+g)(n-1)$$

$$f + g \in Z$$

$$f(n+1) = f(n) + f(n-1) \quad / \cdot a \in \mathbb{R}$$
$$a f(n+1) = a f(n) + a f(n-1)$$
$$(af)(n+1) = (af)(n) + (af)(n-1)$$

$$af \in Z$$

Závěr: Z je vekt. podprostor.

Příklad. 6. Ukažte, že množina

$$U = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2;\ x_1 > 0, x_2 > 0\}$$

společně s operacemi

$$(x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2) = (x_1y_1, x_2y_2), \quad a \odot (x_1, x_2) = (x_1^a, x_2^a)$$

tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{R}$.

„Exotický vekt. prostor" U (x_1, x_2) $x_1, x_2 \in (0, \infty)$

$\oplus$ (x_1, x_2)

Jde o vekt. prostor. $x = (x_1, x_2)$ $y = (y_1, y_2)$

(1) $x \oplus y = y \oplus x$ $(x_1y_1, x_2y_2) = (y_1x_1, y_2x_2)$ ✓

(2) asociativita — jednoduché

(3) „nulový vektor" $\vec{o} = (1, 1)$

$$(x_1, x_2) \oplus (1, 1) = (x_1 \cdot 1, x_2 \cdot 1) = (x_1, x_2)$$

(4) „opačný vektor" k (x_1, x_2) je

$x_1, x_2 > 0$ $(x_1, x_2) \cdot \left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}\right) = (1, 1)$

(5) $(a+b) \odot (x_1, x_2) = a \odot (x_1, x_2) \oplus b \odot (x_1, x_2)$

$$(x_1^{a+b}, x_2^{a+b}) = (x_1^a, x_2^a) \oplus (x_1^b, x_2^b) =$$
$$= (x_1^a \cdot x_1^b, x_2^a \cdot x_2^b) =$$
$$= (x_1^{a+b}, x_2^{a+b})$$

(6) $a \odot ((x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2)) = a \odot (x_1, x_2) \oplus a \odot (y_1, y_2)$

$$a \odot (x_1y_1, x_2y_2) = (x_1^a, x_2^a) \oplus (y_1^a, y_2^a)$$

$$((x_1y_1)^a, (x_2y_2)^a) = (x_1^a y_1^a, x_2^a y_2^a)$$ ✓

(7) $a \odot (b \odot (x_1, x_2)) = (a \cdot b) \odot (x_1, x_2)$

$$a \odot (x_1^b, x_2^b) = (x_1^{ab}, x_2^{ab})$$

$$\left((x_1^{b})^{a}, (x_2^{b})^{a}\right) = \left(x_1^{ab}, x_2^{ab}\right)$$

⑧ $1 \odot (x_1, x_2) = (x_1, x_2)$

$$\left(x_1^{1}, x_2^{1}\right) = (x_1, x_2)$$

Příklad. 7. Ukažte, že množina $U = \mathbb{R}^3$ s operacemi

$$(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3), \qquad a \odot (x_1, x_2, x_3) = (ax_1, x_2, x_3)$$

není vektorový prostor. Zjistěte, které axiomy vektorového prostoru jsou splněny a které nikoliv.

(1) − (4) se týkají pouze sčítání

jsou splněny

(5) − (8) prozkoumáme podrobně

$$(a+b) \odot (x_1, x_2, x_3) = a \odot (x_1, x_2, x_3) + b \odot (x_1, x_2, x_3)$$

$$((a+b)x_1, x_2, x_3) = (ax_1, x_2, x_3) + (bx_1, x_2, x_3)$$

$$((a+b)x_1, x_2, x_3) = (ax_1 + bx_1, 2x_2, 2x_3)$$

$$\neq$$

$x_2 \neq 0$ nebo $x_3 \neq 0$

(5) neplatí

(6) $$a \odot ((x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3)) = a(x_1, x_2, x_3) + a(y_1, y_2, y_3)$$

$$a \odot (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3) = (ax_1, x_2, x_3) + (ay_1, y_2, y_3)$$

$$(a(x_1 + y_1), x_2 + y_2, x_3 + y_3) = (ax_1 + ay_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$$

(6) je splněno

(7) $$a \odot (b \odot (x_1, x_2, x_3)) = (a \cdot b) \odot (x_1, x_2, x_3)$$

$$a \odot (bx_1, x_2, x_3) = (abx_1, x_2, x_3)$$

$$(abx_1, x_2, x_3) = (abx_1, x_2, x_3)$$

(7) je vnější splněna

(8) $1 \odot (x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3)$

$(1 \cdot x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3)$

(8) splněna

Jediný nesplněný axiom je (5)

Nejde o vekt. prostor.