

## 10. cvičení z M1110 / matice lineárního zobrazení, podzim 2023

**Příklad 1.** Necht'  $\varphi : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_4[x]$  je lineární zobrazení zadané předpisem

$$\varphi(p) = (x^2 + 1)p'(x),$$

kde  $p'$  je derivace polynomu  $p$ . Najděte matici  $(\varphi)_{\beta, \alpha}$  zobrazení  $\varphi$  v bázích  $\alpha = (1, x, x^2, x^3)$  prostoru  $\mathbb{R}_3[x]$  a  $\beta = (x^4, x^3, x^2, x, 1)$  prostoru  $\mathbb{R}_4[x]$ . (Pozor na pořadí vektorů v bázi.)

**Příklad 2.** Necht'  $\varphi$  je zobrazení  $\mathbb{R}^3$  do sebe, které je symetrií podle roviny  $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$ . Najděte podle definice matici  $(\varphi)_{\alpha, \alpha} = A$  tohoto zobrazení v bázi  $\alpha$  složené ze dvou vektorů ležících v dané rovině a třetího vektoru kolmého k rovině. Dále podle definice najděte matici  $(\varphi)_{\varepsilon, \varepsilon} = B$  ve standardní bázi prostoru  $\mathbb{R}^3$ .

**Příklad 3.** Najděte podle definice matici  $(\varphi)_{\alpha, \alpha}$  lineárního zobrazení  $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  zadaného předpisem

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 4 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

v bázi  $\alpha = ((1, 1, 2)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 2, 2)^T)$ .

**Příklad 4.** Najděte podle definice matici lineárního zobrazení  $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  zadaného předpisem

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

v bázích  $\alpha = ((1, 0, 1)^T, (1, 1, 2)^T, (1, -1, 2)^T)$  a  $\beta = ((1, 2)^T, (2, 3)^T)$ .

**Příklad 5.** Najděte matici  $(\text{id})_{\beta, \alpha}$  identického zobrazení  $\text{id} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ , kde  $\alpha = (x^2 + x + 1, x + 2, x^2 - x)$  a  $\beta = (x^2 + 1, x^2 - x - 1, x + 1)$ . Najděte rovněž matice  $(\text{id})_{\alpha, \alpha}$  a  $(\text{id})_{\beta, \beta}$ .

**Příklad 6.** Necht' lineární zobrazení  $\varphi : \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  má v bázích

$$\alpha = \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

a

$$\beta = (x^2 - 2x + 3, x + 2, 2x^2 - 1)$$

matici

$$(\varphi)_{\beta, \alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Najděte předpis

$$\varphi \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \dots$$