

Domácí úkoly ke cvičení č. 1

1. V oboru komplexních čísel vypočtete:

a) $\left(\frac{11 + 2i}{3 - 4i}\right)^2 - \left(\frac{17 - 6i}{4 + 3i}\right)^3$

b) $\frac{(2 + 3i)^2 - (3 - 2i)^3}{(2 - 3i)^3 + (3 + 2i)^2}$

c) $\frac{(1 - 2i)^5 - (7 + 3i)^2}{(1 + 2i)^5 - (7 - 3i)^2}$

2. V oboru komplexních čísel řešte soustavu lineárních rovnic s komplexními koeficienty:

$$\begin{aligned}(1 + 2i) \cdot x + (2 + 2i) \cdot y + (2 - 2i) \cdot z &= 11 - 9i, \\(1 + 3i) \cdot x + (2 + 3i) \cdot y + (2 - 3i) \cdot z &= 8 - 10i, \\(1 - 7i) \cdot x + (-2 - 9i) \cdot y + (-9 + 2i) \cdot z &= -45 + 5i.\end{aligned}$$

3. Pro libovolný argument $\varphi \in \mathbb{R}$ užitím Moivreovy věty vypočtete a výsledek vyjádřete v goniometrickém tvaru:

a) $(1 - i\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} + i) \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$

b) $\frac{(1 - i) \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)}{(1 + i\sqrt{3}) \cdot (\cos \varphi - i \sin \varphi)}$

c) $\frac{(\sqrt{3} - i) \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)}{(1 + i) \cdot (\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2})}$

4. Pomocí Moivreovy věty vypočtěte a výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru:

a) $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}\right)^{25}$

b) $\left(\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}\right)^{10}$

c) $\frac{(1 - i\sqrt{3})^{40}}{(1 + i)^{70}}$

5. Vypočtěte všechny odmocniny v oboru komplexních čísel:

a) $\sqrt[3]{27i}$

b) $\sqrt[4]{\frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}}$

c) $\sqrt[6]{-64}$