1. cvičení z M1110 – afiiní prostory, podzim 2024

Příklad. 1. Ukažte, že definice afinního prostoru pomocí operace sčítání bodů a vektorů je ekvivalentní definici afinního prostoru pomocí operace odčítání bodů.

Příklad. 2. Ukažte, že definice kombinace bodů

$$t^0 A_0 + t^1 A_1 + \cdots + t^n A_n \overset{\text{def}}{=} O + t^0(A_0 - O) + t^1(A_1 - O) + \cdots + t^n(A_n - O)$$

nezávisí na volbě bodu O, právě když

$$t^0 + t^1 + \cdots + t^n = 1.$$

Příklad. 3. Ukažte, že $(E_0, E_1, \ldots, E_n)$ je bodová báze afinního prostoru, právě když $(E_0, E_1 - E_0, E_2 - E_0, \ldots, E_n - E_0)$ je jeho afinní báze.

Příklad. 4. Spočítejte barycentrické souřadnice těžiště trojúhelníka v bodové bázi tvořené vrcholy trojúhelníka.

Příklad. 5. Nechť $\mathcal{A}_n = \{(x_0, x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{K}^{n+1}; x_0 = 1\}$. Pro afinní podprostor $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}_n$ najděte vektorový podrostor $\widehat{\mathcal{B}} \subset \mathbb{K}^{n+1}$ takový, že $\mathcal{B} \subset \widehat{\mathcal{B}}$ je nadrovina neprocházející počátkem. Pro $\mathcal{B} = \{(1, x) \in \mathbb{K}^{n+1}; x = (x_1, x_2, \ldots, x_n),\ Ax = b\}$ popište $\widehat{\mathcal{B}}$ rovněž implicitně.

Příklad. 6. Zobrazení $\varphi : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ mezi afinními prostory je afinní, právě když zachovává afinní kombinace bodů.

Příklad. 7. Dokažte, že afinní zobrazení $\varphi : \mathcal{A}_n \to \mathcal{A}_k$ jednoznačně odpovídají lineárním zobrazením $\psi : \mathbb{K}^{n+1} \to \mathbb{K}^{k+1}$ splňujícím $\psi(\mathcal{A}_n) \subseteq \mathcal{A}_k$.