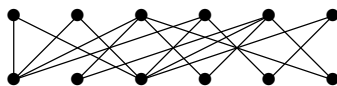
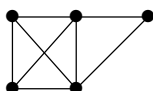


Teorie grafů – podzim 2017 – 3. termín

1. (10 bodů) Nalezněte největší párování v následujícím grafu. Svoje tvrzení zdůvodněte.



2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu

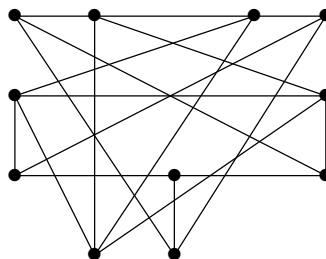
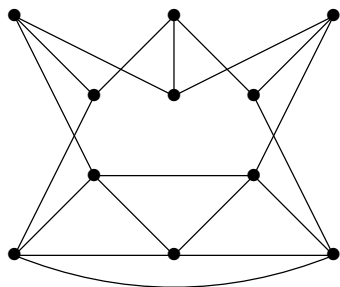


3. (5 bodů) Dejte příklad 3-regulárního grafu s osmi vrcholy, který není rovinný. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad hamiltonovského a eulerovského grafu se šesti vrcholy a jeho podgrafu, který má také šest vrcholů, je eulerovský, ale není hamiltonovský. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu G , který má pět vrcholů a splňuje $\kappa(G) = \chi'(G) \neq 0$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

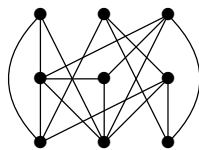
$$(1, 1, 1, 1, 1, 1, x, x + 2, 5, y)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní obyčejné grafy G se šesti vrcholy splňující $\kappa'(G) > \kappa(G)$.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 3$ je celé číslo a $G = (V, E)$ je obyčejný graf sestávající ze dvou kružnic v_1, \dots, v_n a w_1, \dots, w_n (v tomto pořadí) a dvou vrcholů v a w . Tyto vrcholy jsou navíc pro $i = 1, \dots, n$ spojeny hranami vw, vv_i, ww_i, v_iw_i . Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte tok v síti a jeho velikost.
12. (5 bodů) Formulujte větu o struktuře 2-souvislých grafů.
13. (10 bodů) Dokažte, že pro každé přirozené číslo n existuje přirozené číslo k takové, že každá posloupnost přirozených čísel délky k obsahuje několik po sobě jdoucích čísel, jejichž součet je dělitelný n .