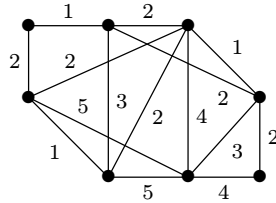
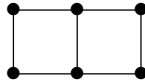


Teorie grafů – podzim 2019 – 1. termín

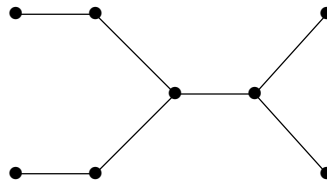
1. (10 bodů) Nalezněte všechny kostry nejmenší váhy v grafu



2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu



3. (5 bodů) Dejte příklad eulerovského grafu G se sedmi vrcholy, který splňuje $\kappa(G) = 3$ a $\chi(G) = 4$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad hranově 2-souvislého bipartitního grafu, který má následující blokový strom. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.



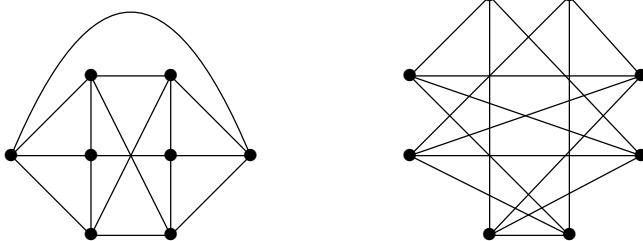
5. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu se šesti vrcholy, který není hamiltonovský a přitom jeho střed obsahuje všechny jeho vrcholy. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

$$(2, 3, 4, 4, 5, x, 7, y, y)$$

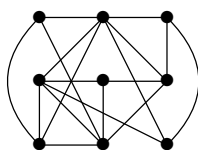
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G s osmi vrcholy, které splňují $\kappa'(G) = \kappa(G) + 2$.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 3$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf tvořený dvěma disjunktními cykly délek n a $2n$, přičemž první cyklus má vrcholy u_1, \dots, u_n a druhý v_1, \dots, v_{2n} (vrcholy leží na cyklech v uvedeném pořadí). Tyto cykly jsou spojeny hranami $u_i v_i$ a $u_i v_{i+n}$ pro $i \in \{1, \dots, n\}$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definuujte rezervní polocestu a její rezervu.
12. (5 bodů) Formulujte Tutteho větu o perfektním párování a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Dokažte, že pro každý regulární rovinný graf G s lichým počtem vrcholů platí $\chi'(G) \leq 5$.