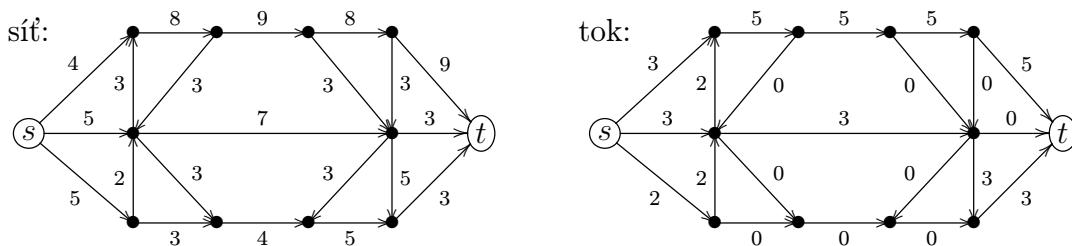


Teorie grafů – podzim 2020 – 1. termín

1. (10 bodů) Následující tabulka vyjadřuje odhad pravděpodobnosti, která strana se dostane k moci v následujících volbách, v závislosti na tom, kdo vládl v posledních dvou volebních obdobích. Určete, s jakou pravděpodobností bude po proběhnutí čtyř voleb u moci pravice, jestliže již druhé volební období vládne levice.

předchozí vláda	současná vláda	zvítězí levice	zvítězí pravice
levice	levice	1/6	5/6
levice	pravice	2/3	1/3
pravice	pravice	5/6	1/6
pravice	levice	1/2	1/2

2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.



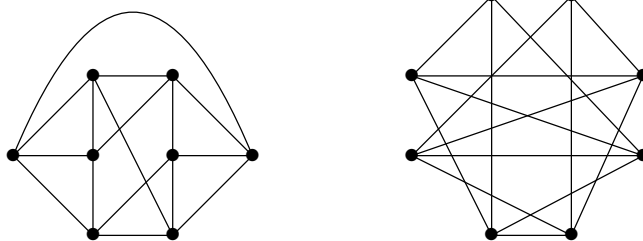
3. (5 bodů) Dejte příklad obyčejného grafu G se sedmi vrcholy, pro který platí $\kappa(G) = 3$ a $\kappa'(G) = 4$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad neorientovaného grafu ohodnoceného reálnými čísly a jeho dvou vrcholů u a v takových, že Dijkstrův algoritmus dá při výpočtu vzdáleností $d(u, v)$ a $d(v, u)$ jistě různé výsledky a oba budou chybné. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad hranově 2-souvislého grafu s devíti vrcholy, který má právě 15 koster a dva body artikulace. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

$$(2, 3, 4, 4, x, 6, 7, y, y)$$

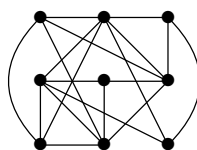
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G se šesti vrcholy, které jsou 2-souvislé, ale po odebrání libovolné hrany 2-souvislé nebudou.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 3$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf tvořený $n - 2$ disjunktními cykly délky n , přičemž i -tý cyklus má vrcholy $v_{i,1}, \dots, v_{i,n}$ (vrcholy leží na cyklech v uvedeném pořadí). Tyto cykly jsou spojeny hranami $v_{i,j}v_{i+1,j}$ pro $i \in \{1, \dots, n - 3\}$ a $j \in \{1, \dots, n\}$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte, co znamená, že graf G je izomorfní indukovanému podgrafu grafu H .
12. (5 bodů) Formulujte Tutteho větu o perfektním párování a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Dokažte, že každé dvě nejdelší cesty v 2-souvislém grafu mají alespoň dva společné vrcholy.