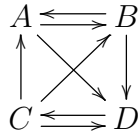
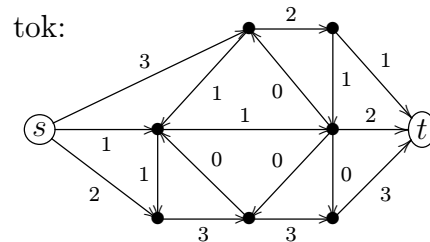
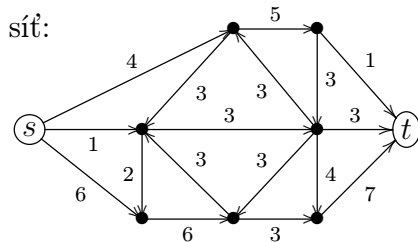


Teorie grafů – podzim 2020 – 2. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů v následujícím orientovaném grafu, které začínají nebo končí ve vrcholu D a mají délku osm.



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.

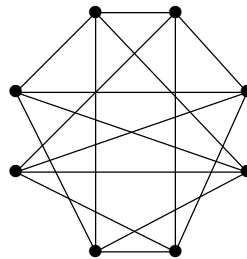
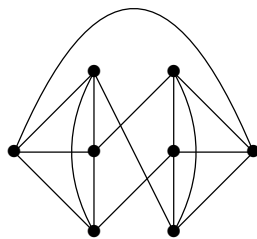


3. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu, jehož blokový strom má dvouvrcholový střed. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad obyčejného grafu, který má právě tři izomorfismy na sebe. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu G s osmi vrcholy, který není hamiltonovský a platí pro něj $\kappa(G) = 2$ a $\kappa'(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

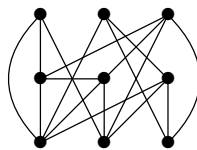
$$(x, x, 3, 5, 5, 6, 7, y, y)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G se šesti vrcholy takové, že odstraněním libovolné jejich hrany se sníží hodnota $\chi(G)$.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Necht $n \geq 3$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf tvořený n disjunkt-ními cykly délky n , přičemž i -tý cyklus má vrcholy $v_{i,1}, \dots, v_{i,n}$ (vrcholy leží na cyklech v uvedeném pořadí). Tyto cykly jsou spojeny pro všechna $j \in \{1, \dots, n\}$ hranami $v_{i,j}v_{i+1,j}$ pro $i \in \{1, \dots, n-1\}$ a $v_{n,j}v_{1,j}$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte pojem vrcholové souvislosti grafu a vysvětlete v definici použité pojmy.
12. (5 bodů) Formulujte Ramseyho větu pro k barev.
13. (10 bodů) Dokažte, že pro přirozená čísla m a n a graf $G = (V, E)$ existuje rozklad množiny hran $E = E_1 \cup E_2$ takový, že $\chi(V, E_1) \leq m$ a $\chi(V, E_2) \leq n$, právě tehdy, když $\chi(G) \leq m \cdot n$.