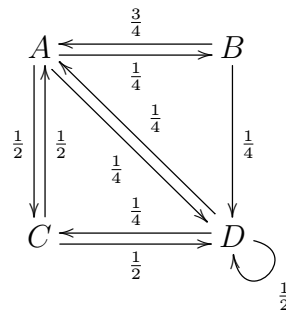
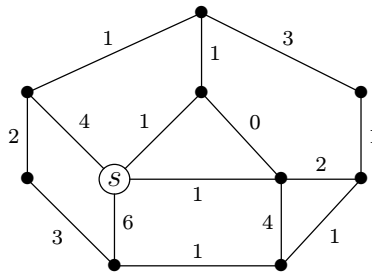


Teorie grafů – podzim 2021 – 4. termín

1. (10 bodů) Následující graf vyjadřuje pravděpodobnost přechodu systému mezi stavy A , B , C a D během jednoho kroku. Určete, ve kterém stavu je třeba práci systému zahájit, aby pravděpodobnost, že po čtyřech krocích bude ve stavu D , byla co největší.



2. (10 bodů) Na následujícím grafu předvedte běh Dijkstrova algoritmu s počátečním vrcholem s . Vyznačte algoritmem získaný strom nejkratších cest.

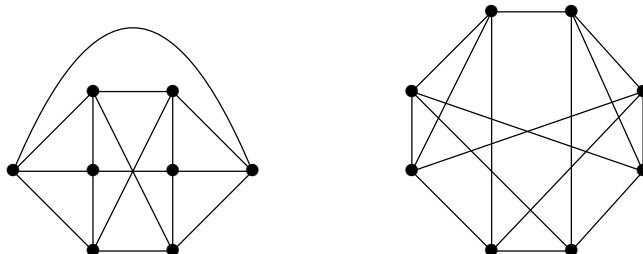


3. (5 bodů) Dejte příklad 2-souvislého grafu se sedmi vrcholy, který není eulerovský ani hamiltonovský, ale přidáním jedné hrany lze dosáhnout toho, aby eulerovský i hamiltonovský byl. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad obyčejného grafu G se sedmi vrcholy a jeho dvou vrcholů u a v takových, že počet tahů z u do v je o 1 vyšší než počet cest z u do v . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu G se sedmi vrcholy, který splňuje $\kappa(G) = 2$ a přidáním libovolné hrany se hodnota $\kappa(G)$ zvýší. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

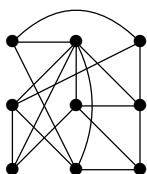
$$(1, 1, 1, 1, 1, 1, x, 4, y, 2x + 1)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy se sedmi vrcholy, které mají právě 12 koster.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 1$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf tvořený n disjunktními cykly délky 3 a dvěma dalšími vrcholy, přičemž oba tyto vrcholy jsou spojeny hranami právě se všemi třemi vrcholy všech n cyklů. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte střed grafu.
12. (5 bodů) Formulujte Tutteho větu o perfektním párování a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Dokažte, že pro každý 3-regulární graf G splňující $\kappa(G) = 1$ platí $\chi'(G) = 4$.